

文章编号: 1005-0523(2023)03-0017-07



盾构开挖引起邻近单桩水平向变形解析研究

范秀江¹, 冯国辉², 薛芬芬³, 陈国平¹, 窦炳珺¹, 丁士龙¹, 徐长节^{2,4,5}

(1. 浙江省建投交通基础建设集团有限公司, 浙江 杭州 310012; 2. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 浙江 杭州 310058; 3. 中国地质大学(武汉)海洋学院, 湖北 武汉 430074; 4. 华东交通大学轨道交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室, 江西 南昌 330013; 5. 华东交通大学江西省岩土工程基础设施安全与控制重点实验室, 江西 南昌 330013)

摘要:为了探索邻近桩基在盾构开挖下水平变形规律,提出了一种邻近桩基水平向受力变形响应的解析方法。首先,基于 Loganathan 公式获得周围土体在隧道开挖影响下的自由位移,将既有桩基简化成欧拉梁,桩-土相互作用采用 Kerr 地基模型,建立既有桩基水平向受力平衡方程,从而获得单桩水平变形解析解。通过与有限元 GEPAN 数据对比,验证了该方法的合理性;与既有的理论解析对比,该方法更贴近有限元 GEPAN 数据。参数分析表明:增大盾构隧道埋深会致使桩基水平向最大变形位置深度增大,同时会引起桩身最大位移增大;桩基水平向变形响应会随着地层损失比增加而逐渐增大;桩基水平向位移会随着桩基与隧道水平距离的增大而减小,但桩身产生最大水平位移处理深会随之减小。

关键词:隧道工程;欧拉梁;Kerr 地基;水平位移;解析解

中图分类号:U455

文献标志码:A

本文引用格式:范秀江,冯国辉,薛芬芬,等.盾构开挖引起邻近单桩水平向变形解析研究[J].华东交通大学学报,2023,40(3):17-23.

DOI:10.16749/j.cnki.jecjtu.20230505.004

Study of Horizontal Deformation of Adjacent Single Pile Foundation Induced by Tunneling

Fan Xiujiang¹, Feng Guohui², Xue Fenfen³, Chen Guoping¹, Dou Bingjun¹, Ding Shilong¹, Xu Changjie^{2,4,5}

(1. Zhejiang Infrastructure Construction Group Co., Ltd., Hangzhou 310012, China; 2. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 3. College of Marine Science and Technology, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 4. State Key Laboratory of Performance Monitoring and Protecting of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 5. Jiangxi Key Laboratory of Infrastructure Safety Control in Geotechnical Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In order to explore the horizontal deformation law of adjacent pile foundation under tunnel excavation, an analytical method of horizontal deformation response of adjacent pile foundation is proposed. Firstly, the free-soil displacements induced by tunneling can be calculated by Loganathan formula. The Euler-Bernoulli beam was applied to simulate pile and the Kerr foundation model was used to simulate soil-pile interaction. Then, the horizontal force equilibrium of the existing pile can be established, and the analytical solution of horizontal de-

收稿日期: 2022-11-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(52238009, U1934208, 51878276); 国家杰出青年基金项目(51725802); 浙江省自然科学基金项目(LHZ19E080001); 浙江大学平衡建筑研究中心配套资金资助项目(20203512-10C); 南昌轨道交通集团科研项目(2019HGKYB002)

formation of pile can be obtained. Compared with existing finite element GEPAN data, the calculating result of the proposed method can be verified. Compared with existing theory solution, this method is closer to finite element GEPAN data. The parameters results show that the depth of horizontal maximum deformation position of pile increases with increment with buried depth of tunnel and the maximum displacement of pile is increasing. The horizontal deformation of adjacent pile increases with the increment of ground lose rate. Horizontal displacement of pile foundation decreases with the increase of horizontal distance between pile foundation and tunnel, but the depth of horizontal maximum deformation position of pile decreases with the increment of tunnel-pile horizontal distance.

Key words: tunneling engineering; Euler-Bernoulli beam; Kerr foundation; horizontal displacement; analytical solution

Citation format: FAN X J, FENG G H, XUE F F, et al. Study of horizontal deformation of adjacent single pile foundation induced by tunneling[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2023, 40(3): 17-23.

相比于前人研究的室内试验^[1-2]和有限元模拟^[3-4], 理论解析的方法常用来初步估算盾构开挖引起既有桩基水平向应力应变解答。大多基于两阶段分析法: 第一阶段分析隧道开挖引起周边土体自由位移^[5]; 第二阶段通过建立桩基单元体受力平衡方程求解得到既有桩基变形响应^[6-7]。梁发云等^[8]基于 Winkler 地基模型和最小势能原理解析获得邻近桩基在隧道开挖下的变形响应; 可文海等^[9]基于 Winkler 地基和函数叠加法获得群桩竖向沉降解答。相比于 Winkler 地基模型, Pasternak^[10]地基模型能够考虑土体剪切效应, 更能准确预测土与结构相互作用过程。冯国辉等^[11]基于单参数 Winkler 和双参数 Pasternak 地基研究了隔离桩可减小盾构掘进引起既有高铁桩基水平位移; Zhang 等^[12]基于 Pasternak 地基模型及桩侧土体影响展开了桩-土相互作用研究, 并获得了两种不同情况下隧-土-桩相互作用差分解; 梁发云等^[13]基于欧拉梁和双参数地基得到既有桩基在邻近开挖下的应力应变响应; 程康等^[14]基于铁木辛科梁和 Pasternak 地基模型获得了既有桩基在邻近隧道开挖下的简化计算方法。为了更加准确反映土与结构的相互作用, Zhang 等^[15]和冯国辉等^[16]基于 Kerr 地基模型^[17]获得地下空间开挖引起邻近地下构筑物变形解析。

综上所述, 隧道开挖引起邻近桩基受力变形的理论解析大部分基于 Winkler 和 Pasternak 地基模型, 较少学者采用 Kerr 地基模型来模拟桩-土相互作用。本文在前人研究的基础上, 采用两阶段法获得桩基水平向解析解。和既有有限元数据比对, 证实

了该方法的正确性。

1 解析过程

1.1 土体自由位移求解

由 Loganathan 等^[5]可知土体自由位移场 S_x 会随邻近隧道开挖的影响为

$$S_x = \varepsilon_0 R^2 x e^{-\frac{1.38x^2}{(H+R)^2} - \frac{0.69z^2}{H^2}}$$

$$\left[\frac{1}{x^2 + (z-H)^2} + \frac{3-4\nu}{x^2 + (H+z)^2} - \frac{4z(z+H)}{(x^2 + (H+z)^2)^2} \right] \quad (1)$$

式中: ε_0 为地层损失比; R 为隧道半径; x 为桩-隧水平方向距离; H 为隧道埋深; z 为任意点埋深; ν 为土体泊松比。

1.2 桩基水平位移解析过程

隧道开挖后, 引起既有桩基的附加应力为 q 。此时, 基于 Kerr 地基的桩-土相互作用见图 1。

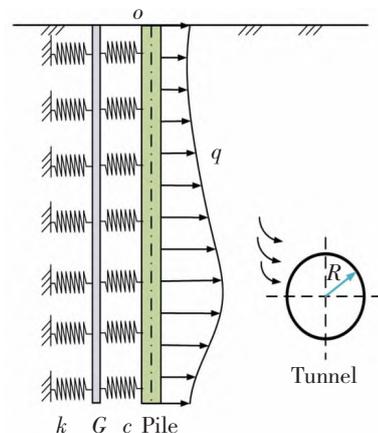


图1 Kerr地基模型示意图
Fig.1 The Kerr foundation model

1.3 计算过程

由 Kerr 地基模型特性可知

$$w(x)=w_1(x)+w_2(x) \quad (2)$$

式中: w_1 为下层弹簧的变形; w_2 为上层的变形。下层弹簧及剪切层下方的应力 q_1 与 q_2 分别为

$$q_1(x)=cw_1=c(w-w_2) \quad (3)$$

$$q_2(x)=kw_2 \quad (4)$$

式中: c, k 分别为上层,下层弹簧刚度。

由剪切层特性可知

$$q_1(x)=-G \frac{d^2w_2}{dx^2}+kw_2 \quad (5)$$

结合式(3),式(5),可得

$$w=\left(1+\frac{k}{c}\right)w_2-\frac{G}{c} \frac{d^2w_2}{dx^2} \quad (6)$$

式中: G 为剪切层刚度。

桩基单元体受力平衡如图 2 所示。

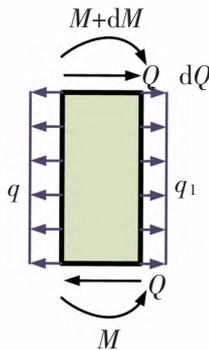


图 2 桩身微单元受力示意图
Fig.2 The force of pile element

力的平衡为

$$qdx+Q=q_1dx+dQ \quad (7)$$

弯矩平衡为

$$M+dM+\frac{q}{2}dx^2=Qdx+\frac{q_1}{2}dx^2M \quad (8)$$

式中: Q 和 M 分别桩基剪力和弯矩; dx 为桩基微单元增量; dQ 和 dM 分别为桩基沿纵向方向剪力及弯矩的增量。

结合式(7),式(8),可得

$$\frac{d^2M}{dx^2}=q_1-q \quad (9)$$

由材料力学可知

$$\frac{M}{E_1}=-\frac{d^2w}{dx^2} \quad (10)$$

由桩体水平向受力平衡可知

$$-E_1 \frac{d^4w}{dx^4}=q_1-q \quad (11)$$

式中: E_1 为桩基抗弯刚度。

结合式(5),式(6)及式(11)可得

$$\frac{d^6w_2}{dx^6}-\frac{c+k}{G} \frac{d^4w_2}{dx^4}+\frac{c}{EI} \frac{d^2w_2}{dx^2}-\frac{kc}{EIG}w_2=-\frac{c}{EIG}q \quad (12)$$

式中: q 为桩基受到的水平外荷载,可表示为

$$q=kS_x-G \frac{dS_x}{dx^2} \quad (13)$$

1.4 地基参数选取

根据 Tanahashi^[18]和 Vesic^[19]提出的经验公式,弹簧刚度 k 以及土体剪切刚度 G 可取为

$$\begin{cases} k=\frac{0.65}{D} \left(\frac{E_s D^4}{E_1}\right)^{\frac{1}{12}} \frac{E_s}{1-v^2} \\ G=\frac{E_s t}{6(1+v)} \end{cases} \quad (14)$$

式中: E_s 为地基模量; v 为土体泊松比; t 为土体剪切层厚度; I 为桩基截面模量; D 为桩基直径。

参照简化弹性空间法^[20],Kerr 的地基参数 c 取 3 倍地基反力模量。

1.5 桩基水平受力平衡方程求解

式(12)为 6 阶微分方程,由于其较难获得解析解,本文采用差分解获得其数值解。将既有桩基离散为 $n+7$ 个点(其中两端存在 6 个虚点),相邻虚点之间间距为 l ,且 $l=L/n$,其中 L 为既有桩基埋深。桩基离散化为图 3。

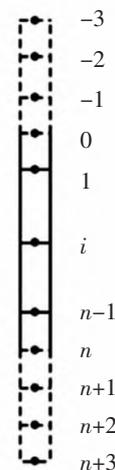


图 3 桩基离散化
Fig.3 The pile discretization

此时,式(12)可以简化成

$$\frac{(w_2)_{i+3}-6(w_2)_{i+2}+15(w_2)_{i+1}-20(w_2)_i+15(w_2)_{i-1}-6(w_2)_{i-2}+(w_2)_{i-3}}{l^6} + \frac{c+k}{G} \frac{(w_2)_{i+2}-4(w_2)_{i+1}+6(w_2)_i-4(w_2)_{i-1}+(w_2)_{i-2}}{l^4} + \frac{c}{EI} \frac{(w_2)_{i+1}-2(w_2)_i+(w_2)_{i-1}}{l^2} - \frac{ck}{EIG} (w_2)_i = -\frac{c}{EIG} q_i \quad (15)$$

此时,式(15)可以简化成:

$$t^{(6)} + \chi_1 t^{(4)} + \chi_2 t^{(2)} + \chi_3 t = \chi_4 \quad (16)$$

式中: $t^{(n)}$ 代表 w_2 的 n 阶导数; $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \chi_4$ 分别为

$$\begin{cases} \chi_1 = -\frac{c+k}{G} \\ \chi_2 = \frac{c}{EI} \\ \chi_3 = -\frac{ck}{EIG} \\ \chi_4 = -\frac{c}{EIG} q \end{cases} \quad (17)$$

$$K = \begin{bmatrix} \chi_3-19 & 19 & -1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5-2\chi_1+\chi_2 & 5\chi_1-2\chi_2+\chi_3-14 & 14-4\chi_1+\chi_2 & \chi_1-6 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \chi_1-4 & 14-4\chi_1+\chi_2 & 6\chi_1-2\chi_2+\chi_3-20 & 15-4\chi_1+\chi_2 & \chi_1-6 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \chi_1-6 & 15-4\chi_1+\chi_2 & -20+6\chi_1-2\chi_2-\chi_3 & 15-4\chi_1+\chi_2 & \dots & \chi_1-6 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ \dots & 0 & 1 & \chi_1-6 & 15-4\chi_1+\chi_2 & \dots & -20+6\chi_1-2\chi_2-\chi_3 & 15-4\chi_1+\chi_2 & \chi_1-6 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \chi_1-6 & \dots & 15-4\chi_1+\chi_2 & 6\chi_1-2\chi_2+\chi_3 & 14-4\chi_1+\chi_2 & \chi_1-4 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & \chi_1-6 & 14-4\chi_1+\chi_2 & 5\chi_1-2\chi_2+\chi_3-20 & 5-2\chi_1+\chi_2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & -1 & 19 & \chi_3-19 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)} \quad (20)$$

此时,得到为 $w_2(x)$ 位移的解析解,通过式(6)即可得到桩基水平位移 $w(x)$ 。同时,桩基弯矩和剪力也可通过欧拉梁特性得知。

值得注意的是,当 Kerr 地基模型中参数 $c=0$ 时,桩-土之间相互作用将退化成 Pasternak 地基模型(E-P 模型);当参数 $c=0$ 和剪切效应 $G=0$ 时,本文方法将退化成 Winkler 地基模型 (E-W 模型)解析解。

2 算例验证

文献[21]曾采用应用有限边界元的程序GEPAN分析了多种不同的地层损失率情况下隧道开挖引起邻近桩基的变形响应,且该数据成功用于辅证既有论文解析的合理性^[8]。其工况为:假设土体为均质弹性土,土体模量为 24 MPa;单桩桩径为 0.5 m,桩底埋深为 25 m,桩基模量为 30 GPa;隧道轴线埋深为 25 m,隧道开挖半径为 3 m,隧道轴线与桩基轴线水平净距为 4.5 m,隧道与桩基相对位置如图 4 所示。为了验证本文方法的合理性,取其地层损失率 1%的计算结果与本文计算结果进行对比。

本文方法位移和弯矩计算结果与 GEPAN 数据

根据实际两端边界条件进行简化,可将既有桩基两端简化成两个自由端^[11,14,16],这样便可消去桩基两端 6 个虚拟单元,其矩阵形式为

$$t = K^{-1} F \quad (18)$$

式中 t, F 表示如下

$$\begin{cases} t = [t_0, t_1, t_2, \dots, t_{n-2}, t_{n-1}, t_n]^T \\ F = \left[-\frac{c}{EIG} q_0, -\frac{c}{EIG} q_1, \dots, -\frac{c}{EIG} q_{n-1}, -\frac{c}{EIG} q_n \right]^T \end{cases} \quad (19)$$

K 可表示为

对比曲线分别见图 5 和图 6,其 GEPAN 数据来自文献[21]。由图 5 和图 6 可见,本文方法和本文方法退化解(E-P 模型和 E-W 模型)与 GEPAN 数据结果趋势一致,在隧道开挖的影响下,既有桩基会向隧道开挖的方向侧移,并且桩基最大侧移和弯矩值发生位移接近隧道开挖轴线埋置深度。采用本文方法计算得到桩基最大水平位移为 9.1 mm,桩身最大弯矩值为 56.9 kN·m;本文退化 E-P 模型(即将既有隧道简化成 Euler-Bemoulli 梁搁置在 Pasternak

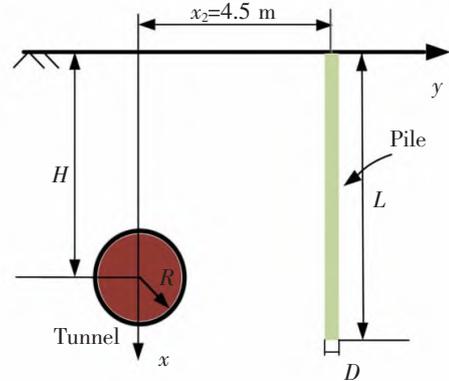


图4 隧道与桩基位置示意图
Fig.4 Location diagram between tunnel and pile

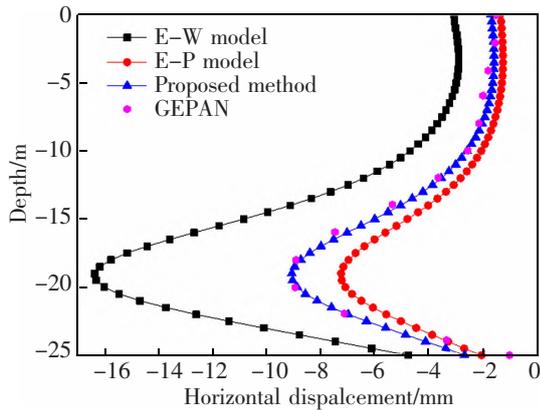


图5 桩基位移与 GEPAN 数据对比图

Fig.5 The comparison between calculated results of pile displacement and GEPAN data

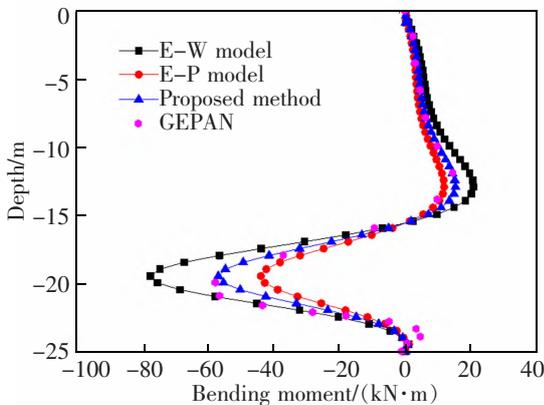


图6 桩基弯矩与 GEPAN 数据对比图

Fig.6 The comparison between calculated bending moment and GEPAN data

地基模型上)计算结果稍微较小;其预测结果最大侧向位移为 7.3 mm,弯矩峰值为 44.0 kN·m;E-W 模型(即将既有隧道简化成 Euler-Bernoulli 梁搁置在 Winkler 地基模型上)计算结果明显偏大,桩基峰值位移为 16.4 mm,弯矩峰值为 77.7 kN·m。其原因在于本文采用的 Kerr 地基模型更能反映实际工程中桩-土相互作用机理;此外,Winkler 地基模型缺乏考虑土体剪切作用,其计算数值会明显偏大。与本文方法的退化解相比较,GEPAN 数据^[6]的最大桩身水平位移为 9.0 mm,最大弯矩为 57.8 kN·m,很显然本文方法计算结果更加符合监测 GEPAN 数据。

由图 5 还可以看出:桩身水平位移变化曲线沿桩基深度呈现出先增大后减小的分布形式,其最大位移值出现在位于隧道开挖轴线埋深附近。图 6 可以看出:桩身弯矩变化曲线沿桩基深度呈现出两道鼓肚子的分布形式,其最大负弯矩值出现在位于隧

道开挖轴线埋深附近,且明显大于桩基最大正弯矩值。故桩身处和隧道埋深相当的深度应加强桩基应力变形的监测,以保证危险截面的安全性。

3 参数分析

考虑到隧道开挖引起邻近桩基水平位移与几个关键参数之间的关系,建立如下工程案例:隧道埋深 $H=20$ m,隧道半径 $R=3$ m,地层损失率 $\varepsilon_0=1\%$;桩基的计算参数: $D=1$ m, $L=25$ m, $E_p=30$ GPa;桩-隧水平距离 $x=5$ m;土体相应参数:泊松比 $\nu=0.33$;模量 $E_s=24$ MPa。基于所述工程案例进行不同桩-隧相对位置关系、地层损失率、隧道埋深对桩基受力变形影响进行参数分析。

3.1 桩-隧相对位置

桩-隧位置改变时既有桩基受到盾构开挖作用后水平位移变化曲线见图 7。由图 7 可知,随着桩基远离既有隧道,桩身最大水平从 7.23 mm 减少到 3.12 mm 且呈现出非线性减小的过程,桩基水平位移峰值发生位置随桩-隧水平距离的增大越来越接近地表。这是因为桩基越远离隧道,隧道开挖对桩基的影响越小,而两者距离较大时,隧道开挖引起桩顶处的土体自由位移最大,显然桩顶处水平位移响应最大。

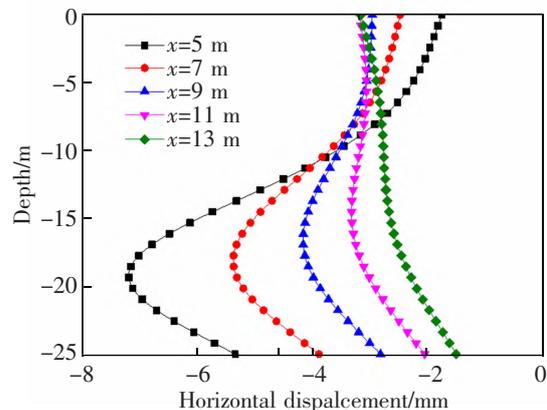


图7 桩-隧水平距离变化时桩基水平变形

Fig.7 The pile horizontal deflection in different horizontal distance between pile and tunnel

3.2 地层损失比

地层损失比是指盾构施工过程中挖土土体体积与建成隧道体积之比,为了进一步探求地层损失比对邻近桩基水平位移的影响,图 8 为地层损失比改变时既有桩基受到盾构开挖作用后水平位移变化曲线。由图 8 可知,地层损失由 0.5%增加到 2.5%的过

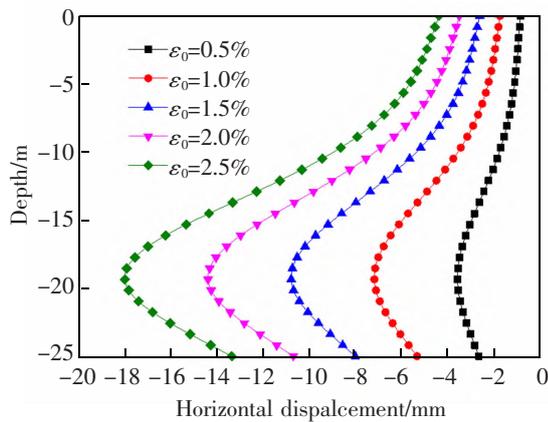


图8 地层损失比变化时桩基水平变形

Fig.8 The pile horizontal deflection in different volume loss

程中,桩基水平位移逐渐增大,从一开始的 3.60 mm 线性增大至 18.01 mm。由 Loganathan^[6]公式可知,桩基处土体自由位移随地层损失率的增大而线性增大,随后土体自由位移会被转化成附加应力施加在既有桩基上,此时土中桩基便受到线性增大的附加应力作用,最终使得桩基水平位移也会随之线性增大。

3.3 隧道轴线埋深

隧道轴线埋深改变时既有桩基受到盾构开挖作用后水平位移变化曲线见图 9。由图 9 可知,隧道埋深从 17 m 增加到 21 m 时,桩基水平位移从 6.83 mm 增加到 7.72 mm,可见桩基水平变形响应会随隧道埋深增大而增加。

4 结论

1) 相比于既有理论的半解析解计算结果,本文计算方法更加符合有限元数据。

2) 增大盾构隧道的埋深会引起桩基最大水平位移增大,同时会使得桩基水平向最大变形位置深度增大;增大地层损失率会造成邻近桩基水平位移线性增大;桩-隧水平距离的增大会引起桩基水平位移的减小,且会导致桩身产生最大位移埋深减小。

参考文献:

[1] LOGANATHAN N,POULOS H G,STEWART D P. Centrifuge model testing of tunneling-induced ground and pile deformations[J]. *Géotechnique*,2000,50(3):283-294.
 [2] XIANG Y Z,LIU H L,ZHANG W G,et al. Application of transparent soil model test and DEM simulation in study of tunnel failure mechanism[J]. *Tunneling and Underground*

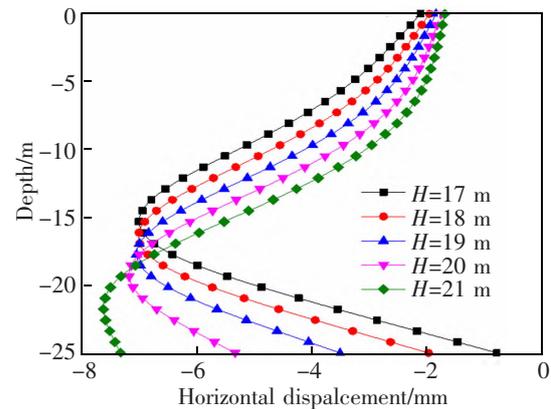


图9 隧道埋深变化时桩基水平变形

Fig.9 The pile horizontal deflection in different depth of tunnel axis

Space Technology,2018,74:178-184.

- [3] LIU C,ZHANG Z X,REGUEIRO R A. Pile and pile group response to tunneling using a large diameter slurry shield[J]. *Computers and Geotechnics*,2014,59:21-43.
 [4] SOOMRO M A,HONG Y,NG C W W,et al. Load transfer mechanism in pile group due to single tunnel advancement in stiff clay[J]. *Tunneling and Underground Space Technology*,2015,45:63-72.
 [5] LOGANATHAN N,POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays[J]. *Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering*,1998,124(9):846-856.
 [6] 张润峰,梁荣柱,张献民. 盾构隧道开挖引起的邻近桩基水平附加荷载分析[J]. *中南大学学报(自然科学版)*,2017,48(2):473-483.
 ZHANG R F,LIANG R Z,ZHANG X M,et al. Analysis on lateral additional loads on adjacent pile induced by shield advancing[J]. *Journal of Central South University (Science Technology)*,2017,48(2):473-483.
 [7] 李早,黄茂松. 隧道开挖对群桩竖向位移和内力影响分析[J]. *岩土工程学报*,2007,29(3):398-402.
 LI Z,HUANG M S. Analysis of settlement and internal forces of group pile due to tunneling[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*,2007,29(3):398-402.
 [8] 梁发云,张浩. 开挖土体侧移作用下被动单桩能量变分分析方法[J]. *岩土工程学报*,2012,34(S1):19-23.
 LIANG F Y,ZHANG H. Variational solution of single passive pile subjected to lateral soil movement induced by adjacent excavation[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*,2012,34(S1):19-23.
 [9] 可文海,管凌霄,薛齐等. 盾构隧道开挖引起的邻近群桩竖向位移研究[J]. *中南大学学报(自然科学版)*,2020,51(8):

- 312-319.
- KE W H, GUAN L X, XUE Q, et al. Study on vertical displacement of adjacent pile group caused by shield tunneling[J]. Journal of Central South University (Science Technology), 2020, 51(8): 312-319.
- [10] PASTERNAK P L. On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two-constants[M]. Moscow: Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi Po Stroitelstou Arkhitekture, 1954.
- [11] 冯国辉, 周逊泉, 何庆亮, 等. 隔离桩对盾构隧道开挖引起邻近高铁桩基水平位移的影响分析[J]. 土木与环境工程学报, 2020(4): 28-35.
- FENG G H, ZHOU X Q, HE Q L, et al. Analysis on the influence of isolation pile on horizontal displacement of adjacent pile under high-speed railway caused by shield driving[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2020(4): 28-35.
- [12] ZHANG Z G, HUANG M S, XU C, et al. Simplified solution for tunnel-soil-pile interaction in Pasternak's foundation model[J]. Tunneling and Underground Space Technology, 2018, 78: 146-158.
- [13] 梁发云, 李彦初, 黄茂松. 基于 Pasternak 双参数地基模型水平桩简化分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(S1): 300-304.
- LIANG F Y, LI Y C, HUANG M S, et al. Simplified method for laterally loaded piles based on Pasternak double-parameter spring model for foundations[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(S1): 300-304.
- [14] 程康, 俞帆, 梁荣柱等. 考虑桩基剪切效应的盾构开挖对邻近桩基水平向变形分析[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(S2): 178-182.
- CHENG K, YU F, LIANG R Z, et al. Horizontal deformation of adjacent single pile under tunneling considering shearing effect of piles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(S2): 178-182.
- [15] ZHANG D M, HUANG Z K, LI Z L, et al. Analytical solution for the response of an existing tunnel to a new tunnel excavation underneath[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 108: 197-211.
- [16] 冯国辉, 窦炳琚, 张高锋, 等. 隧道开挖引起水平向位移被
动桩的简化计算方法[J]. 土木与环境工程学报, 2021(2): 10-18.
- FENG G H, DOU B J, ZHANG G F, et al. Simplified calculation method for lateral displacement of passive pile caused by tunneling[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2021(2): 10-18.
- [17] KERR A D. A study of a new foundation model[J]. Acta Mechanica, 1965, 1(2): 135-147.
- [18] TANAHASHI H. Formulas for an infinitely long Bernoulli-Euler beam on the Pasternak model[J]. Journal of the Japanese Geotechnical Society, 2004, 44(5): 109-118
- [19] VESIC A S. Bending of beams resting on isotropic elastic solids[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering, ASCE, 1961, 87(2): 35-53.
- [20] MORFIDIS K. Research and development of methods for the modeling of foundation structural elements and soil[D]. Thessaloniki: Aristotle University of Thessaloniki, 2003
- [21] XU K J, POULOS H G. 3-D elastic analysis of vertical piles subjected to "passive" loadings[J]. Computers and Geotechnics, 2001, 28: 349-375.



第一作者: 范秀江(1984—), 男, 高级工程师, 研究方向为轨道交通。E-mail: 2781736979@qq.com。



通信作者: 徐长节(1972—), 男, 教授, 博士, 教育部“长江学者”特聘教授, 国家自然科学基金委杰出青年基金获得者, 研究方向为土动力学, 基坑工程及隧道工程等。E-mail: xucj@zju.edu.cn。

(责任编辑: 姜红贵)