文章编号:1005-0523(2023)05-0076-07

# 基于改进多目标差分进化算法的城轨列车速度曲线优化

周艳丽[1,2,3],徐 硕[1,2,3],杨 辉[1,2,3]

(1.华东交通大学电气与自动化工程学院,江西 南昌 330013;2.华东交通大学江西省先进控制与优化重点实验室,江西 南昌 330013;
3.华东交通大学轨道交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室,江西 南昌 330013)

**摘要**:城轨列车速度曲线研究对于优化列车运行过程具有重要的作用。为得到更好的城轨列车速度曲线优化效果,本文针对列车运行准时性、运行能耗和舒适度3个目标,提出一种基于改进多目标差分进化算法的速度曲线优化方法。首先,建立城轨列车运行过程的多目标优化模型;然后,通过采用精英镜像初始化策略、引入参数自适应和多变异策略,提升多目标差分进化(MODE)算法的性能,并通过与其他6种对比算法在ZDT系列测试函数上所得的反世代距离评价指标(IGD)值进行比较,验证了所提算法的优越性;最后,结合南昌地铁一号线某区间真实线路数据进行仿真。结果表明,改进的MODE算法(IMODE)相较于对比算法在综合性能方面具有一定优势,同时在列车节能优化问题中具有较强的实用性。

**关键词**:城轨列车;速度曲线;多目标优化;差分进化算法

**中图分类号**:U231 **文献标志码**:A

**本文引用格式**:周艳丽,徐硕,杨辉. 基于改进多目标差分进化算法的城轨列车速度曲线优化[J]. 华东交通大学学报,2023,40(5):76-82.

DOI:10.16749/j.cnki.jecjtu.2023.05.008

# Optimization of Urban Rail Train Speed Profile Based on Improved Multi-objective Differential Evolution Algorithm

Zhou Yanli[1,2,3], Xu Shuo[1,2,3], Yang Hui[1,2,3]

(1. School of Electrical & Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. Jiangxi Key Laboratory Advanced Control and Optimization, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 3. State Key Laboratory for Performance Monitoring and Guarantee of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract**: The study of train speed profiles plays a crucial role in optimizing the train operation process for urban rail train. To achieve better optimization results of train speed profiles, aiming at the three goals of train running punctuality, running energy consumption and passenger comfort, an approach based on an improved multi-objective differential evolution algorithm is proposed. Firstly, a multi-objective optimization model for urban rail transit trains is established based on the train operation process. Then, by adopting an elite mirror initialization strategy, ntroducing parameter adaptation and multi-mutation strategies, the performance of the multi-objective differential evolution (MODE) algorithm is improved, and by comparing with the IGD values obtained by the other 6 comparison algorithms on the ZDT series test functions, the superiority of the proposed algorithm is verified. Finally, combined with the real line data of Nanchang Metro Line 1, the simulation results show that the im-

**收稿日期**:2023-08-10
**基金项目**:国家自然科学基金高铁联合基金重点项目(U2034211);江西省技术创新引导项目(20203AEI009)

proved MODE algorithm has certain advantages in comprehensive performance compared with the comparison algorithm, and has strong practicability in train energy-saving optimization problems.

**Key words**: urban railway; speed profile; multi objective optimization; differential evolutionary algorithm

**Citation format**: ZHOU Y L, XU S, YANG H. Optimization of urban rail transit train speed profile based on enhanced multi-objective differential evolution algorithm[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2023, 40(5): 76-82.

轨道交通是现代城市交通的重要组成部分，为居民提供了便捷、安全、环保的出行选择。城市轨道交通中的速度-距离（$v$-$s$）曲线对列车的运行和调度至关重要，合理设计 $v$-$s$ 曲线可以提高线路运输能力和运行效率，为乘客提供安全、舒适的乘车体验。列车速度-距离曲线的优化问题作为一个典型的多目标优化问题[1]，涉及准时性、舒适性、停车精准性等多个指标的优化。针对这一问题，国内外学者目前采用的多目标优化方法有粒子群算法、遗传算法、差分进化算法等智能优化方法[2-3]。

周艳丽等[4]针对北京某地铁线路多目标速度曲线节能优化问题提出一种改进的差分进化算法，通过构造适应度函数将列车优化问题转化为单目标问题进行求解。黄江平等[5]将引入动态学习因子及改进速度更新公式的改进粒子群算法用于列车速度曲线优化过程，同时引入加权惩罚系数设计适应度函数。李婉婷等[6]采用加权法构造适应度函数，并提出一种黄金正弦-鲸鱼优化算法对列车速度曲线优化问题进行求解。以上研究均通过将多目标优化问题转化为单目标优化问题以加快求解进程，忽略了各个目标约束之间相互作用的复杂制约关系。徐凯等[7]提出一种协同进化的多目标混沌粒子群优化算法对城轨列车速度曲线优化问题进行求解，得到了较好的寻优效果，但其求解过程中未充分考虑计划运行时间，忽略了实际运营的需求。列车运行优化本就是多目标优化问题，列车准时性、舒适性及能耗都应充分考虑。汤旻安等[8]将黄金比例策略引入快速非支配排序遗传算法，提升了算法的综合性能，快速有效地得到列车最优控制策略。

基于当前研究基础，本文以列车运行准时性、能耗及舒适度为目标，结合列车运行过程，提出一种改进的多目标差分进化算法（improved multi-objective differential evolution algorithm, IMODE），通过数值仿真验证改进算法的优越性，并以南昌地铁一号某区间线路为例，基于 MATLAB 仿真平台验证其对列车节能优化问题的有效性，得到列车速度曲线的多目标优化 Pareto 解集。

## 1　城轨列车多目标优化模型

### 1.1　列车动力学模型

在此将城轨列车视为单质点[9]，结合牛顿第二定律对其运行过程进行受力分析，建立城轨列车动力学模型如下

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}s}=\dfrac{1}{v}\\ M\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}=F(\mu_{\mathrm{f}},v)-B(\mu_{\mathrm{b}},v)-W(s,v)\\ W(s,v)=W_0(v)+W_i(i)+W_{\mathrm{c}}(r)\end{cases}\tag{1}$$

式中：$t$ 为列车站间运行时间；$s$ 为 $t$ 时刻列车运行位置；$v$ 为列车当前运行速度；$\mu_{\mathrm{f}},\mu_{\mathrm{b}}\in[0,1]$ 为列车牵引力、制动力的输出比例系数；$F$ 为列车运行时所受到的牵引力；$B$ 为列车运行时所受到的制动力；$W$ 为列车运行过程中所受到的总阻力；$W_0$ 为列车基本阻力；$W_i$ 为列车坡度附加阻力；$W_{\mathrm{c}}$ 为列车曲线附加阻力。

### 1.2　多目标优化模型

基于对城轨列车单车站间驾驶策略的分析，构建如下性能指标来评价列车的运行过程。

1）准点性指标。城市轨道交通对准时性有着较高的要求，本文将列车实际站间运行时间 $T$ 与计划站间运行时间 $T_{\mathrm{p}}$ 的差值作为列车准点性指标，具体公式如式(2)所示

$$f_{\mathrm{t}}=T-T_{\mathrm{p}}\tag{2}$$

2）节能性指标。本文根据列车纵向动力学模型及列车站间运行工况的分析，采用如下计算方式计算列车的运行能耗

$$f_e=\sum_{t=0}^{T}F(t)s(t),t=0.1,0.2,\cdots,T \tag{3}$$

式中：$F$为列车所施加的牵引力；$s$为列车在0.1 s内的运行距离；$T$为列车的运行时间。

3）舒适度指标。目前，我国城市轨道交通行业均以冲击率指标作为舒适度的衡量标准[12]，冲击率的计算方式如式(4)所示

$$f_c=\int\left|\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right|\mathrm{d}t \tag{4}$$

综上所述，城轨列车速度曲线多目标优化数学模型如下

$$\min\{f_t,f_e,f_c\}\quad \text{s.t.}\begin{cases}\text{式(1)}\\ 0\leqslant v\leqslant v_{\lim}\\ t(0)=0,t(S)=T,v(0)=v(S)=0\\ |f_c|\leqslant 0.75\end{cases} \tag{5}$$

## 2 改进的多目标差分进化算法

本文采用自适应的变异因子与交叉概率代替差分进化算法(differential evolution，DE)的固定参数策略，同时引入多变异策略，并对初始化方式进行改进，以进一步提升算法性能。

### 2.1 精英镜像初始化策略

为提高初始化种群的多样性，本文首先采用透镜成像反向学习策略得到含相反解的两个种群，接着，对这两个种群进行非支配排序和拥挤度距离排序，得到一组优秀的个体。最后，从这些优秀的个体中选择出所需数量的种群。

### 2.2 参数自适应更新策略

DE算法的相关参数对算法优化性能具有重要影响。缩放因子$F$决定了差分向量对变异个体的影响程度，在进化过程中设置较大的缩放因子能保持种群多样性但会减慢收敛速度，反之可以加快收敛速度但难保持多样性；交叉概率(crossover rate，CR)能影响算法的局部搜索能力和全局搜索能力的平衡，当$CR$越大，变异个体对试验个体的贡献越多，有利于局部搜索和加快收敛速度；反之，当$CR$越小，有利于种群的多样性和全局搜索[13]。

然而传统差分进化算法的参数值均是根据经验所得的，无法实时动态调整。为使算法在进化过程中逐渐从全局搜索转到局部搜索，本文采用如式(6)所示递减的数学函数模型作为变异因子$F$，而针对交叉概率，本文结合文献[12]设计了随迭代次数自适应非线性变化的交叉概率，公式如式(7)所示

$$F^G=F_{\min}+(F_{\max}-F_{\min})\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)\right] \tag{6}$$

$$CR^G=CR_{\min}+(CR_{\max}-CR_{\min})\sin\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)\right] \tag{7}$$

式中：$F_{\min}$，$F_{\max}$为缩放因子$F$的最小值和最大值；$G$为当前迭代次数，$G_{\max}$为最大迭代次数；$CR_{\min}$，$CR_{\max}$分别为交叉概率的最小值和最大值。

### 2.3 多策略变异方法

常见的3种变异模式[13]如式(8)~式(10)所示

1）DE/rand/1

$$\left(V_i^G\right)_1=X_{r1}^G+F(X_{r2}^G-X_{r3}^G) \tag{8}$$

2）DE/best/1

$$\left(V_i^G\right)_2=X_{best}^G+F(X_{r2}^G-X_{r3}^G) \tag{9}$$

3）DE/current-to-best/1

$$\left(V_i^G\right)_3=X_i^G+F(X_{best}^G-X_i^G)+F(X_{r1}^G-X_{r2}^G) \tag{10}$$

式中：“rand”为以随机方式从种群中抽取进行差分运算的个体；“best”为从种群中选择适应度值最优的个体。DE/rand/1策略的新个体是通过3个随机选择的个体之间的差异向量变异得到的，可以提高种群多样性；DE/best/1策略中新个体是通过当前种群中最优个体与2个随机个体之间的差异向量进行变异得到的，能够提升个体的收敛性。为平衡算法收敛性和多样性，结合遗传算法中的轮盘赌选择，融合以上3种变异策略，提出了一种多策略的变异方法。

3种变异策略的具体选择方式如下

$$V_i^G=\begin{cases}\left(V_i^G\right)_1,0<\lambda\leqslant-\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)^2+1\\ \left(V_i^G\right)_2,-\left(\frac{G}{G_{\max}}\right)^2+1<\lambda\leqslant 1\\ \left(V_i^G\right)_3,1<\lambda\leqslant 2-4\left(\frac{G}{G_{\max}}-0.5\right)^2\end{cases} \tag{11}$$

式中：$\lambda\sim U[0,2-4(\frac{G}{G_{\max}}-0.5)^2]$为一个服从均匀分布的随机数[14]，用以实现算法动态调节不同进化时期的重点搜索方向，使得改进后的算法在早期具备更强的全局寻优能力，在后期则具备更稳定的收敛性能[15]。

### 2.4 IMODE 算法执行伪代码

算法 1:IMODE 算法

输入:种群规模 $NP$,最大迭代次数 $G_{max}$,种群维度 $D$,外部存档规模 $P$

```
精英镜像策略得到初始化种群 S
针对所得种群计算适应度值
对种群个体进行非支配排序
计算各层级种群个体的拥挤度距离
根据排序结果和拥挤度距离,更新外部存档 Pareto 解集
while(G<G_max)
    for 每个种群个体
        进行自适应交叉操作
进行自适应变异操作
进行选择操作
    end for
得到进化后新的种群 S'
合并种群 S 和 S'
进行非支配排序、计算拥挤度距离
选择 NP 个优秀的个体作为新的种群
更新外部存档的 Pareto 解集
判断终止条件
end while
```

输出:一组规模为 $P$ 的 $D$ 维 Pareto 解集

## 3 改进多目标差分进化算法测试

### 3.1 测试函数

本文选择多目标优化问题中常用的 ZDT 系列标准测试函数[16]中的 5 个测试函数,进行数值仿真实验通过与多目标灰狼优化算法[17](multi-objective grey wolf optimizer,MOGWO)、非支配排序的遗传算法-Ⅱ[18](NSGA-Ⅱ)、非支配排序的遗传算法-Ⅲ[19](non-dominated sorting genetic algorithm-Ⅱ,NSGA-Ⅲ)、多目标粒子群优化算法[20](multi-objective particle swarm optimization,MOPSO)、强度帕累托进化算法 2[21](SPEA2)、基于网格的进化算法[22](grid-based evolutionary algorithm,GrEA)等一些经典成熟的多目标优化算法进行比较,进一步验证改进算法的优越性。

### 3.2 评价指标

本文采用综合评价指标反世代距离(inverted generational distance,IGD)对不同算法的综合性能进行评价[23]。

*IGD* 定义为

$$IGD(P,S)=\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{|P|}d_i^2}}{|P|} \tag{12}$$

式中:$|P|$ 为理论上真实的 Pareto 解集个数,$d_i=\min_{x\in S}\|F(P^i)-F(x)\|$,$P^i\in P$;$d_i$ 计算的是 Pareto 近似

**表 1　不同比较算法在 5 个测试函数上获得的 IGD 值**

**Tab.1　IGD values obtained by comparison algorithms in five test functions**

| Algorithms | Indicator | ZDT1 | ZDT2 | ZDT3 | ZDT4 | ZDT6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| IMODE | *Mean* | 5.432e-03 | 5.288e-03 | 6.109e-03 | 5.367e-03 | 5.230e-03 |
| | *Std* | 2.439e-04 | 1.683e-04 | 3.018e-04 | 3.333e-04 | 2.453e-04 |
| MOGWO | *Mean* | 1.073e-01 | 9.491e-02 | 1.499e-01 | 1.245e-01 | 8.041e-02 |
| | *Std* | 6.533e-02 | 7.021e-02 | 9.314e-02 | 7.158e-02 | 4.575e-02 |
| NSGA-Ⅱ | *Mean* | 2.382e-02 | 3.309e-02 | 3.654e-02 | 5.672e+00 | 4.455e-03 |
| | *Std* | 2.248e-02 | 3.203e-02 | 2.247e-02 | 5.493e+00 | 4.327e-04 |
| NSGA-Ⅲ | *Mean* | 1.078e-02 | 2.236e-01 | 2.203e-01 | 8.082e-03 | 2.562e-01 |
| | *Std* | 1.111e-02 | 1.081e-03 | 2.494e-03 | 6.613e-03 | 6.720e-04 |
| MOPSO | *Mean* | 1.090e-02 | 1.080e-02 | 3.744e-02 | 1.142e-02 | 1.082e-02 |
| | *Std* | 2.036e-03 | 2.361e-03 | 1.566e-02 | 5.279e-03 | 3.218e-03 |
| SPEA2 | *Mean* | 1.446e-01 | 1.638e-01 | 2.335e-01 | 8.752e+00 | 8.312e-02 |
| | *Std* | 1.083e-01 | 1.570e-01 | 1.235e-01 | 7.393e+00 | 1.383e-01 |
| GrEA | *Mean* | 2.222e-01 | 1.471e-02 | 4.052e-02 | 2.065e-01 | 6.215e-03 |
| | *Std* | 8.811e-02 | 1.547e-02 | 4.278e-02 | 1.360e-01 | 3.896e-04 |

前沿 $P$ 上的参考点 $p$ 与最近的解 $x^i$ 之间的欧氏距离。

### 3.3 算法测试结果

算法测试过程中所采用对比算法的参数设置与参考文献[17-22]一致，只是种群规模与算法的最大迭代次数统一设置为种群规模 $NP$=200，最大迭代次数 $G_{max}$=200，外部存档数 $P$=100。在计算过程中，为保证所得结果的鲁棒性，本文将所采用的算法独立均运行 10 次，所求得的具体数值如表 1 所示。

表 1 展示的是 IMODE 算法及 6 种对比算法在所选取的 5 个 ZDT 测试函数上 IGD 指标计算结果。从表中可以看出，除了 NSGA-Ⅱ算法在 ZDT6 测试函数所得的均值最优之外，IMODE 在其他测试函数的结果无论在均值还是标准差上均为最优。因此本文所提改进后的算法在 IGD 性能方面相比于其他对比算法具有更大的优势，证明了本文所提 IMODE 算法的优越性。

## 4 实例仿真验证

为了验证提出的 IMODE 算法对于城轨列车运行过程多目标优化的有效性，本文针对南昌地铁一号线某全长 2 031.39 m 的区间 A-B 线路进行实例研究。在该区段上，站间限制速度为 80 km/h，列车编组规格为 6 节编组，4 动 2 拖，动车质量 47.8 t，拖车质量 48 t，列车牵引/制动特性曲线如图 1 所示。

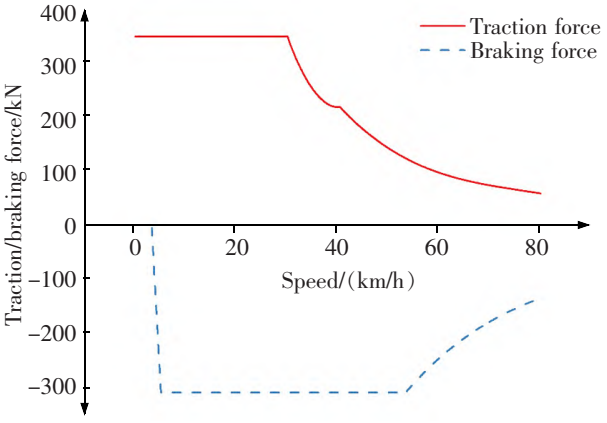



**图 1 列车牵引/制动特性曲线**

**Fig.1 Traction/braking characteristic curve of a train**

城轨列车区间运行控制是通过牵引、巡航、惰行、制动 4 种运行工况之间的转换来实现列车运行控制的。根据文献[4]对列车固定运行策略下运行能耗与区间长度关系的研究，对于南昌地铁一号线区间 A-B 采用四工况的运行转换方式(牵引-巡航-惰行-制动)。同时为保证列车停车的精准性，本文采用回溯法对列车制动过程进行处理。本文以准时性、能耗、舒适度为优化目标建立优化模型，为方便计算，在优化过程中，将列车在不同工况下的持续时间作为优化变量，采用 IMODE 算法进行求解。算法的种群规模、迭代次数及外部存档数，对算法的运算速度均有影响，经过多次仿真调试，参数设置为：$NP$=50，$G_{max}$=100，$P$=100。仿真所得的列车速度曲线 Pareto 解集如图 2 所示。

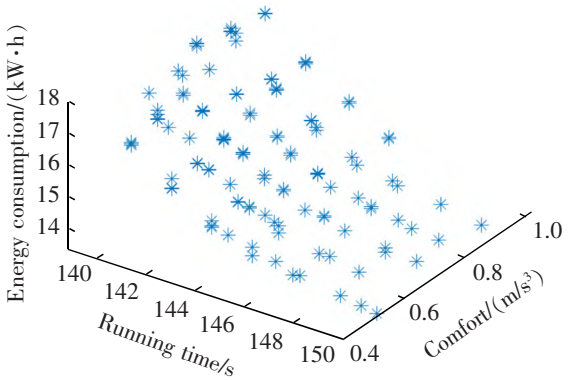



**图 2 IMODE 求解的 Pareto 前沿面**

**Fig.2 Pareto front of the IMODE solution**

Pareto 解集中的个体就代表着不同的 $v$-$s$ 曲线运行方案，个体对应的适应度值代表着方案的优劣。从图 2 中可以直观的看出，不同方案对应的适应度之间是相互制约的。Pareto 前沿解中，不同指标占优下的个体是不同的，这就为其他需求下的列车运行提供了选择。

为直观展示计算结果，在优化得到每种运行工况的持续时间后，通过计算求得列车不同工况的工况转化点。经过仿真求解，得到 100 组不同的运行 $v$-$s$ 运行方案，具体的优化结果如表 2 所示。

从图 2 及表 2 的多目标的优化结果不难看出，各个优化目标间存在互相影响、互相制约的关系，其中某一指标最佳时其余指标并没有达到最优效果。为验证所得 Pareto 解集的有效性，以 Pareto 解中能耗最低的 $v$-$s$ 曲线 100 与列车 2023 年 3 月某日的实际运行曲线进行对比如图 3 所示。从中可以看出，优化曲线通过延长列车惰行距离，充分利用线路坡度，实现了节能运行。

对于每个运行区间都可以得到一组 Pareto 最

表2　区间 A–B 基于 IMODE 算法的多目标优化结果

Tab.2　Multi–objective optimization results based on IMODE algorithm in interval A–B

| *v*–*s* curve | Condition change point/m | | | Running time/s | Comfort/(m/s³) | Energy consumption/(kW·h) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10 950.89 | 11 459.00 | 12 669.94 | 141.20 | 0.61 | 16.07 |
| 2 | 10 918.87 | 11 290.87 | 12 679.51 | 149.41 | 0.51 | 13.54 |
| 3 | 10 950.89 | 11 526.37 | 12 671.33 | 138.9 | 0.82 | 17.12 |
| … | … | … | … | … | … | … |
| 100 | 10 913.37 | 11 280.50 | 12 681.38 | 149.90 | 0.52 | 13.35 |

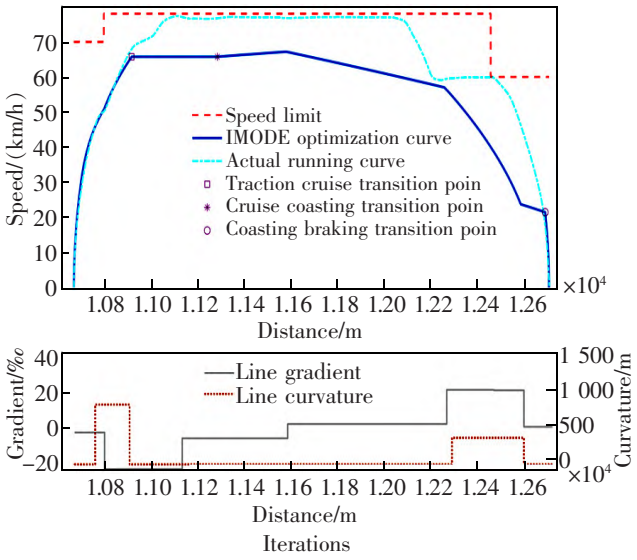



图 3　*v*–*s* 曲线对比图

Fig.3　Comparison of *v*–*s* curve

优前沿,通过分析 Pareto 前沿,决策者可以了解不同目标之间的权衡关系,并可以根据具体情况选择最符合实际需求的解决方案。

## 5　结论

针对城轨列车速度曲线优化问题,本文以准时性、运行能耗和舒适度为优化目标,建立了城轨列车运行过程的多目标优化模型;提出了一种改进的多目标差分进化算法对该问题求解。为验证算法性能,进行了算法性能对比实验和实例仿真实验。实验结果表明:与其他 6 种算法相比,所提 IMODE 算法在综合性能方面具有一定的优越性,且 IMODE 算法在实际城轨列车运行曲线优化问题方面具有可行性和实用性,对城轨列车运行优化和调度具有一定的辅助和参考意义。

## 参考文献:

[1] 付雅婷,朱宏涛. 考虑轮轨黏着的高速列车多目标速度曲线优化[J/OL]. 华东交通大学学报:1–10. (2023–05–09)[2023–07–26]. https: //doi.org/10.16749/j.cnki.jecjtu.20230508.010.
FU Y T,ZHU H T. Multi objective speed curve optimization of high–speed trains considering wheel rail adhesion [J]. Journal of East China Jiaotong University:1–10.(2023–05–09)[2023–07–26]. https://doi.org/10.16749/j.cnki.jecjtu.20230508.010.

[2] 荀径,杨欣,宁滨,等. 列车节能操纵优化求解方法综述[J]. 铁道学报,2014,36(4):14–20.
XUN J,YANG X,NING B,et al. Survey on trajectory optimization for train operation[J]. Journal of Railways,2014,36(4):14–20.

[3] YANG X,LI X,NING B,et al. A survey on energy–efficient train operation for urban rail transit[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems,2015,17(1):2–13.

[4] 周艳丽,鄢苗,杨辉. 基于改进 ADE 的城轨列车运行节能优化方法[J/OL]. 控制工程:1–9(2023–04–04)[2023–07–26]. https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20211024.
ZHOU Y L,YAN M,YANG H. Energy–saving optimization method for urban rail train operation based on improved ADE algorithm[J]. Control Engineering of China:1–9(2023–04–04)[2023–07–26].https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20211024.

[5] 黄江平,程绍榕. 改进粒子群算法的轨道列车节能控制优化[J]. 华东交通大学学报,2020,37(2):56–63.
HUANG J P,CHENG S R. Study on energy–saving control of railway train based on improved PSO[J]. Journal of East China Jiaotong University,2020,37(2):56–63.

[6] 李婉婷,李茂军,贾志,等. 基于分层学习黄金正弦–鲸鱼算法的列车速度多目标优化[J]. 工业控制计算机,2022,35(1):95–97.
LI W T,LI M J,JIA Z,et al. Multi–objective optimization of train speed based on hierarchical learning golden sine–whale algorithm[J]. Industrial Control Computer,2022,35(1):95–97.

[7] 徐凯,杨飞凤,涂永超,等. 基于多粒子群协同的城轨列车

速度曲线多目标优化[J]. 铁道学报,2021,43(2):95-102.
XU K,YANG F F,TU Y C,et al. Multi-objective optimization of speed profile of urban rail train based on multiple particle swarms co-evolutionary[J]. Journal of Railways,2021,43(2):95-102.

[8] 汤旻安,王茜茜,蔚璠. 黄金比例NSGA-Ⅱ算法在动车组列车多目标优化中的应用[J]. 铁道科学与工程学报,2020,17(10):2469-2478.
TANG M A,WANG Q Q,WEI F. Application of golden ratio NSGA-II algorithm in multi-objective optimization of EMU trains[J]. Journal of the China Railway Society,2020,17(10):2469-2478.

[9] 杨辉,付雅婷. 列车运行建模与速度控制方法综述[J]. 华东交通大学学报,2018,35(5):1-8.
YANG H,FU Y T. Overview of train operation modeling and speed control methods[J]. Journal of East China Jiaotong University,2018,35(5):1-8.

[10] 周纪武,纪铅磊,刘勇刚. 浅谈城市轨道车辆制动冲击率的计算[J]. 铁道车辆,2017,55(4):30-31.
ZHOU J W,JI Q L,LIU Y G. An introduction to the calculation of braking impact rate of urban rail vehicles[J]. Railway Vehicles,2017,55(4):30-31.

[11] CUI L,LI G,LIN Q,et al. Adaptive differential evolution algorithm with novel mutation strategies in multiple sub-populations[J]. Computers & Operations Research,2016,67:155-173.

[12] MOONSRI K,SETHANAN K,WORASAN K,et al. A hybrid and self-adaptive differential evolution algorithm for the multi-depot vehicle routing problem in egg distribution[J]. Applied Sciences,2021,12(1):35.

[13] WANG J H,LIAO J J,ZHOU Y,et al. Differential evolution enhanced with multi-objective sorting-based mutation operators[J]. IEEE Trans on Cybernetics,2014,44(12):2792-2805.

[14] QIU X,TAN K C,XU J X. Multiple exponential recombination for differential evolution[J]. IEEE Transactions on Cybernetics,2016,47(4):995-1006.

[15] 赵杨,熊伟丽. 基于多策略自适应差分进化算法的污水处理过程多目标优化控制[J]. 化工学报,2021,72(4):2167-2177.
ZHAO Y,XIONG W L. Multi-objective optimization control of wastewater treatment process based on multi-strategy adaptive differential evolution algorithm[J]. CIESC Journal,2021,72(4):2167-2177.

[16] ZITZLER E,DEB K,THIELE L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms:empirical results[J]. Evolutionary Computation,2000,8(2):173-195.

[17] MIRJALILI S,SAREMI S,MIRJALILI S M,et al. Multi-objective grey wolf optimizer:a novel algorithm for multi-criterion optimization[J]. Expert Systems with Applications,2016,47:106-119.

[18] DEB K,PRATAP A,AGARWAL S,et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm:NSGA-Ⅱ[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2002,6(2):182-197.

[19] DEB K,JAIN H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach,part I:solving problems with box constraints[J]. IEEE Transactions on Evolutionry Computation,2013,18(4):577-601.

[20] KUMAR V,MINZ S. Multi-objective particle swarm optimization:an introduction[J]. SmartCR,2014,4(5):335-353.

[21] ZITZLER E,LAUMANNS M,THIELE L. Improving the strength Pareto evolutionary algorithm[J]. Evolutionary Computation,2001,5(2):121.

[22] YANG S,LI M,LIU X,et al. A grid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2013,17(5):721-736.

[23] 王丽萍,任宇,邱启仓,等. 多目标进化算法性能评价指标研究综述[J]. 计算机学报,2021,44(8):1590-1619.
WANG L P,REN Y,QIU Q C,et al. Survey on performance indicators for multi-objective evolutionary algorithms[J]. Chinese Journal of Computers,2021,44(8):1590-1619.



**第一作者**:周艳丽(1983—),女,讲师,博士研究生,研究方向为轨道交通运行优化与控制。E-mail:yanlizhou@ecjtu.edu.cn。



**通信作者**:杨辉(1965—),男,博士,教授,研究方向为轨道交通运行优化与控制、复杂系统建模、控制与优化等。E-mail:yhshuo@263.net。

(责任编辑:李 根)