

基于能量法的地表堆载引起邻近隧道沉降研究

魏井申^{1,2,3}, 柴天建², 郭文杰^{2*}, 张海娜^{1,2}, 罗文俊^{1,2}

(1. 华东交通大学江西省防灾减灾及应急管理重点实验室, 江西 南昌 330013; 2. 华东交通大学轨道交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室, 江西 南昌 330013; 3. 中铁十二局集团第四工程有限公司, 陕西 西安 710021)

摘要:【目的】为研究地表堆载对邻近地铁隧道沉降的影响,【方法】采用两阶段分析法,首先利用 Boussinesq 解计算出邻近地铁隧道在地面堆载作用下所受到的竖向附加力;再将地铁隧道简化为置于 Pasternak 地基上的 Euler 梁,基于 Rayleigh-Ritz 法写出系统各部分的功能表达式,建立系统总能量方程,利用变分原理求解控制方程,【结果】将计算结果与实测数据进行对比,验证本文方法的有效性。研究偏移距离 d 、隧道埋深 z 、荷载 p 、堆载范围 B 和 L 对沉降的影响,【结论】研究表明:在堆载正下方及两侧 $(0.5\sim 1)L$ 范围内,沉降量影响较大;随 d 增大,隧道最大沉降量逐渐减小; p 与 w_{\max} 呈线性关系,堆载越大,最大沉降量越大;堆载随着 L 和 B 的增加,其最大沉降量逐渐增大然后趋于稳定, L 相比于 B 对 w_{\max} 影响更大。

关键词: 地表堆载; 地铁隧道; 沉降; E-P 模型

中图分类号: [U25] **文献标识码:** A

Study on settlement of adjacent tunnel caused by surface surcharge based on energy method

WEI Jingshen^{1,2,3}, CHAI Tianjian², GUO Wenjie^{2*}, ZHANG Haina^{1,2}, LUO Wenjun^{1,2}

(1. Jiangxi Key Laboratory of Disaster Prevention-mitigation and Emergency Management, East China Jiaotong University, Nanchang, Jiangxi 330013, China;

2. State Key Laboratory of Performance Monitoring and Protecting of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University, Nanchang, Jiangxi 330013,

China; 3. The 4th Engineering Co., Ltd. Of China Railway 12th Bureau Group, Xi'an, Shaanxi 710021, China)

Abstract: 【Objective】To investigate the impact of surface surcharge on the settlement of adjacent tunnels, 【Method】a two-stage analysis method was adopted. In the first stage, the Boussinesq solution calculates the vertical additional force exerted on nearby subway tunnels due to surface surcharge. In the second stage, the subway tunnel is modeled as an Euler beam supported on the Pasternak foundation, simplifying the structural representation. Utilizing the Rayleigh Ritz method, functional expressions for each system component are formulated, leading to the establishment of the total energy equation. The control equation is subsequently solved through the application of the variational principle. 【Result】The obtained results are compared to measured data to validate the effectiveness of the proposed method. The research explores the impact of offset distance (d), tunnel burial depth (z), surcharge (p), and surcharge range (B and L) on settlement. 【Conclusion】The research findings indicate a significant impact on settlement within the range of $(0.5-1)L$ directly below and on both sides of the surcharge; As d increases, the maximum settlement of the tunnel gradually decreases; There is a linear relationship between p and w_{\max} and the larger the pile surcharge, the greater the maximum settlement; Increasing L and B initially leads to gradual settlement increase, followed by stabilization. L exerts a greater influence on w_{\max} compared to B .

Key words: Surface Surcharge; Subway tunnels; Settlement; E-P model

【研究意义】随着经济社会的快速发展,城市地铁隧道越来越密集,在地铁隧道上方难以避免出现堆载现象^[1,2]。地面堆载会改变隧道原有的受力平衡状态,使得隧道产生纵向变形,让地铁的正常运营受到比较严重的影响^[3,4]。因此,研究地面堆载对隧道变形的影响具有重要的研究价

值。

【研究进展】对邻近隧道纵向变形受地面的堆载影响的研究方法一般有:理论分析法^[5-12]、数值分析法^[5,16,17]、现场实测法^[1,13-15]、模型实验法^[18,19]等。其中理论分析法概念清晰,计算快捷,应用广泛。李春良等^[6]在弹性地基梁理论的基础

收稿日期: 2024-03-04

基金项目: 江西省自然科学基金面上项目(20224BAB204069);华东交通大学江西省防灾减灾及应急管理重点实验室项目(2021BCD42011);

上建立了隧道纵向内力计算模型，并对隧道的纵向沉降变形量和结构所受内力进行了比较准确的预测；姜启元等^[8]对隧道纵向变形进行了力学分析，借助弹性地基梁理论得到了隧道断面的受力情况；侯芳^[12]引入荷载作用区地基承载分担比 α 的概念，利用弹性地基梁的微分方程，推导了当无限长温克勒弹性地基梁在受到均布荷载作用时的解析解表达式。王涛等^[19]将隧道简化为处于土层中的弹性地基梁，并基于 Winkler 模型进行了对隧道结构变形的计算。魏新江等^[20]基于最小势能原理，通过计算得出了隧道的变形主要受剪切错台模式的影响。戴宏伟等^[5]将隧道看作放置在 Winkler 地基弹性地基上的 Euler 长梁，通过有限差分法研究了堆载下隧道的沉降。康成等^[21]将盾构隧道简化为置于 Winkler 地基上的 Timoshenko 梁，在考虑了剪切效应和基床反力系数影响的基础上进行了隧道变形的计算。王敏等^[22]利用两阶段分析法研究了土体刚度衰减条件下堆载对隧道的变形影响；江杰等^[23]也基于两阶段分析法对隧道沉降量进行了计算，并对影响因素进行了分析。

【关键问题】Winkler 地基模型没有考虑土连续特性，会高估隧道的纵向变形。**【创新特色】**本文对地面堆载下隧道纵向位移的计算分析分为两个阶段，首先利用 Boussinesq 解完成对地面堆载作用下地铁隧道所受竖向附加力的计算，而后再将隧道简化为放置在 Pasternak 地基上的 Euler 梁，根据最新小势能原理建立隧道纵向变形的变分控制方程，求解隧道的沉降量。最后，通过将本文所使用的方法计算得到的隧道位移和沉降量与实际案例数据进行对比，以验证本文方法的合理性。

1 地面堆载引起的隧道附加应力计算

地面堆载对邻近地铁隧道作用如图 1 所示。矩形地面堆载区域长 L ，宽 B ，荷载大小为 p ，隧道轴线埋深 H ，隧道外直径 D ，隧道长 $2l$ 。隧道中心为 o ，地面堆载中心为 O ，两中心 Oo 水平距离为 d ，当隧道位移堆载区域正下方时 $d=0$ 。平行于隧道方向为 X 轴和 x 轴，垂直于隧道方向为 Y 轴和 y 轴。

在计算模型中，作出以下假设：1.地基土是各向同性的半无限弹性体；2.计算土体内附加应力时，不考虑隧道的影响；3.既有隧道简化为 Euler 梁；4.隧道与周围土体相互作用采用 Pasternak 模

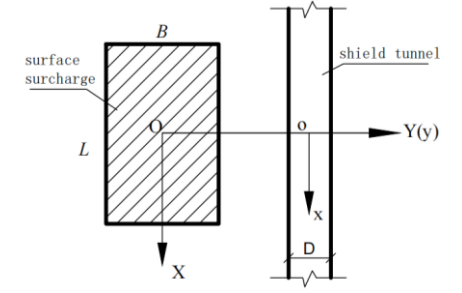
型。计算模型如图 2 所示。

依据 Boussinesq 公式，地表荷载对隧道上某点产生的竖向附加应力 σ_z 为：

$$\sigma_z = \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{3pH^3}{2\pi R^5} d\xi d\eta \quad (1)$$

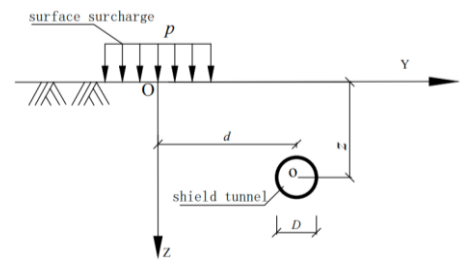
$$R = \sqrt{(x-\xi)^2 + \eta^2 + H^2}$$

式中： (ξ, η) 为堆载区域内某点坐标， (X, Y) 为隧道上某点 (x, y) 在全局坐标 XOY 中的坐标。



(a) 平面图

(a) Planar graph



(b) 横截面图

(b) cross section graph

图 1 地面堆载平面图与横截面图

Fig. 1 Surface surcharge plan and cross section

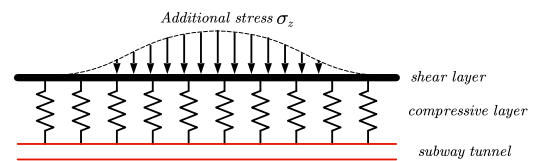


图 2 Euler-Pasternak 计算模型

Fig. 2 Euler-Pasternak calculation model

2 基于最小势能原理计算隧道纵向变形

采用 Rayleigh-Ritz 法求解时，必须假设一种适当的位移函数，以表示盾构隧道在纵向上发生的基本形变。由于地面堆载和结构形式均为对称形式，可采用余弦级数作为位移形函数^[24]：

$$K_s = 2kDl \begin{bmatrix} 2 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 1 & \\ 0 & & & & & 1 \end{bmatrix} + \frac{GD\pi^2}{2l} \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 2^2 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & n^2 & \end{bmatrix} \quad (18)$$

将矩阵具体形式代入式 (15) 即可求出系数矩阵 α ，再代入式 (2) 可求出位移表达式 w 。

3 工程实例对比

地面堆载位于某隧道上方^[31]，两者在空间中以垂直相交的方式排列，其位置关系如图 3 所示。由于附近高架施工的需求，河道堆填地被用作搁梁的场地，填土宽 24m，长 200m，填土高度 4.5m，填土重度 $\gamma=17\text{kN/m}^3$ 。堆载中心与隧道轴线距离 $d=0$ ，隧道外径 $D=6.2\text{m}$ ，隧道壁厚为 0.35m，隧道埋深 $z=8.1\text{m}$ ，地基土的弹性模量 $E_s=9 \times 10^3\text{kPa}$ ，隧道等效抗弯刚度 $(EI)_{eq}=1.087 \times 10^8\text{kN/m}^2$ ，泊松比 $\mu=0.32$ 。具体土层信息见文献^[32]。

图 4 所示为本文方法计算结果与实测数据及 Winkler 地基计算结果^[22]的对比。从图中可以看出，E-P 理论模型计算结果和现场实测数据相比吻合程度较好，且比 Winkler 地基模型计算的结果更加接近实测值，采用 E-P 模型计算的最大变形量为 28.4mm，实测最大沉降为 28.3mm。在地面堆载作用下，地铁隧道纵向变形呈对称分布形态，在离堆载最近位置沉降量最大，再向两侧逐渐变小。

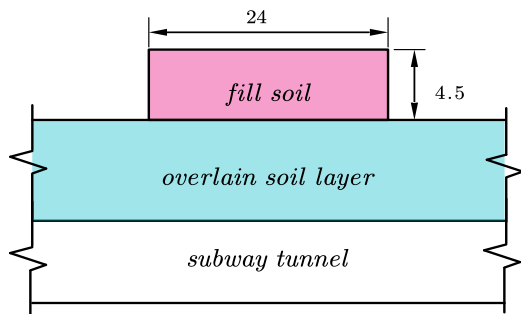


图 3 堆载与隧道相对位置关系

Fig. 3 Relation between pile surcharge and tunnel

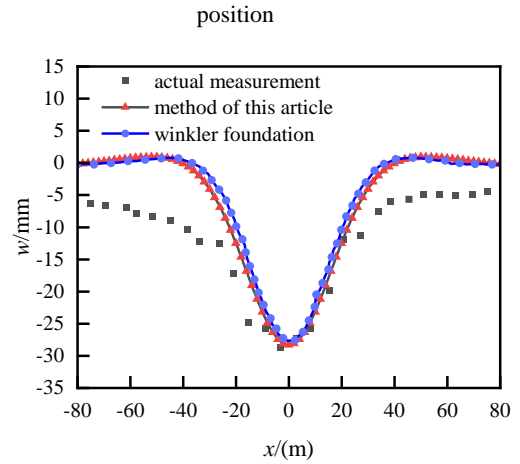


图 4 理论计算与实测数据对比

Fig. 4 Comparison between theoretical calculation and measured data

4 隧道沉降量影响因素分析

算例的标准工况为：地面上的堆载区域呈正方形形状，长 L 取 20m，宽 B 取 20m，地面荷载 $p=80\text{kPa}$ ，隧道埋深 $z=10\text{m}$ ，堆载中心 O 与隧道中心 o 水平距离 $d=0$ ，隧道外径 $D=6.2\text{m}$ ，地基土的弹性模量 $E_s=9 \times 10^3\text{kPa}$ ，隧道等效抗弯刚度 $(EI)_{eq}=1 \times 10^8\text{kN/m}^2$ ，泊松比 $\mu=0.32$ 。

4.1 堆载影响范围分析

图 5 横坐标为隧道各点到最大沉降点的距离 x 与堆载长度 L 的比值，竖坐标为隧道各点沉降量 w 与最大沉降量 w_{\max} 的比值。通过图 5 可以看出，在堆载正下方的隧道沉降最大，沉降量为 $(0.8\sim 1.0)w_{\max}$ ；在堆载区域两侧 $(0.5\sim 1)L$ 范围，影响较强，沉降量为 $(0.4\sim 0.8)w_{\max}$ ；在堆载区域两侧 $(1\sim 2)L$ 范围，影响较弱，沉降量为 $(0\sim 0.4)w_{\max}$ ；在堆载 $2L$ 以外区域，隧道基本没有沉降。在地铁隧道运营管理过程中，要重点加强 $(-L\sim L)$ 区段隧道的检查，防范风险事故。

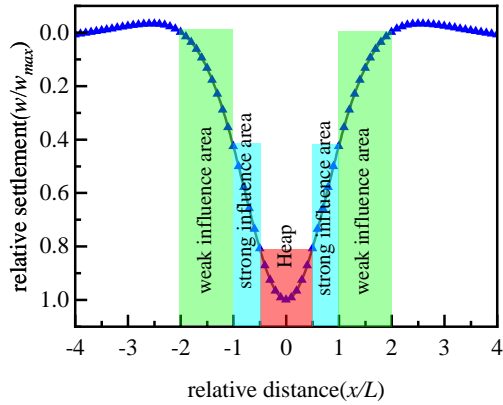


图5 堆载作用下地铁隧道影响范围

Fig. 5 Influence range of subway tunnel under the action of pile surcharge

4.2 堆载偏移距离 d 对隧道变形的影响

图6横坐标为堆载中心 O 与隧道中心 o 距离 d 和堆载范围长度 L 的比值, 竖坐标为不同距离 d 对应的最大沉降量和距离 $d=0$ 时最大沉降量的比值。从图6观察得到, 当隧道位置正好处于堆载中心下方时, 隧道的竖向沉降量达到最大值, 随着偏移距离 d 的不断增大, 隧道竖向沉降量会逐渐减小。当 $d=0.5L$, 即隧道处于堆载的边缘位置时, $w_{dmax}=0.6w_{0max}$; 当 $d=L$, 即隧道距离堆载的边缘 $0.5L$ 时, $w_{dmax}=0.1w_{0max}$ 。通过增加堆载中心距隧道的距离, 可以显著减小隧道的最大沉降量。

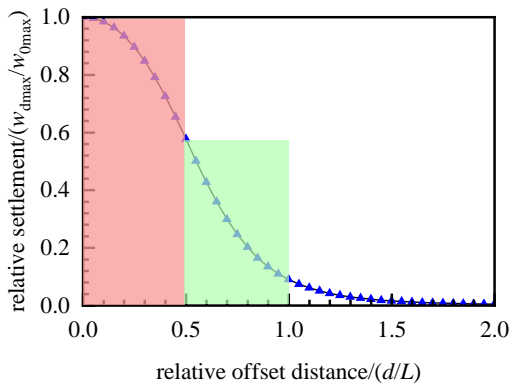


图6 堆载距离对最大沉降量影响曲线

Fig. 6 Influence curve of surcharge distance on maximum settlement

4.3 隧道埋置深度 z 对隧道变形的影响

图7横坐标为隧道埋深 z 与堆载区域长度 L 的比值, 竖坐标为不同埋置 z 对应的最大沉降量 w_{zmax} 和埋置 $z=10m$ 时最大沉降量 w_{10max} 的比值。如图7所示, 随着 z/L 值增大, 隧道的相对沉降量反而不断变小。在 $z \leq L$, 最大沉降量减小的比较快, 说明埋深对地面堆载的抵抗作用显著。为减

小堆载对隧道的影响, 堆载范围应小于隧道埋深。

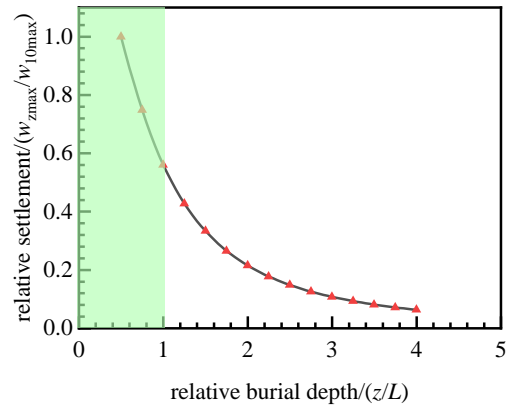


图7 隧道埋深对最大沉降量影响曲线

Fig. 7 Influence curve of tunnel burial depth on maximum settlement

4.4 堆载 p 的关系

图8为不同 p 时地铁隧道的最大沉降量 w_{max} 曲线, 从图中可以看出, p 与 w_{max} 呈线性关系, 堆载量越大, 隧道变形越大。减小隧道变形最有效的方法是减小堆载。

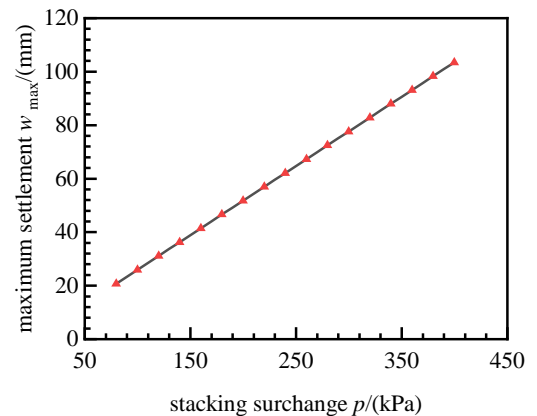


图8 堆载大小与最大沉降量 w_{max} 关系曲线

Fig. 8 The curve of the relationship between the size of the heap and the maximum settlement w_{max}

4.5 堆土范围 B 和 L 影响

保持堆载长度 $L=20m$ 不变, 宽度 B 取不同值。图9横坐标为 B 与 $B=20m$ 的比值, 竖坐标为不同 B 时最大沉降量 w_{Bmax} 与 $B=20m$ 时最大沉降量 w_{20max} 的比值。从图9可以看出, 随着堆载宽度增大, 最大沉降量会逐渐增大, 随后趋于稳定值。

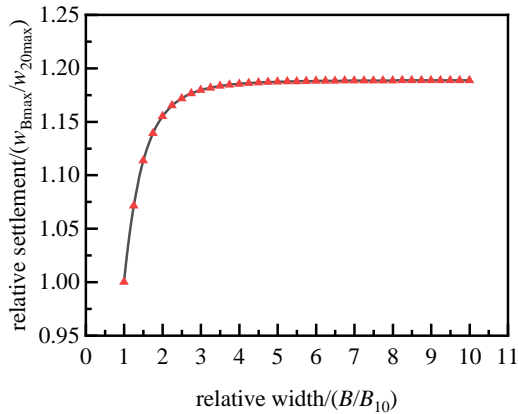


图9 堆载宽度对最大沉降量影响曲线

Fig. 9 The influence curve of surcharge width on the maximum settlement

保持堆载宽度 $B=20\text{m}$ 不变, 长度 L 取不同值。图 10 横坐标为 L 与 $L=20\text{m}$ 的比值, 竖坐标为不同 L 时最大沉降量 $w_{L\text{max}}$ 与 $L=20\text{m}$ 时最大沉降量为 $w_{20\text{max}}$ 的比值。从图 10 可以看出, 随着堆载长度增大, 最大沉降量会逐渐增大, 随后趋于稳定值。相比于图 9 可知, 堆载延隧道纵向方向长度 L 的变化对下方隧道竖向沉降量的影响更加明显。在地下隧道使用期间, 若发生了沿隧道纵向方向堆放重物的现象, 则很有必要加强对隧道的监测。

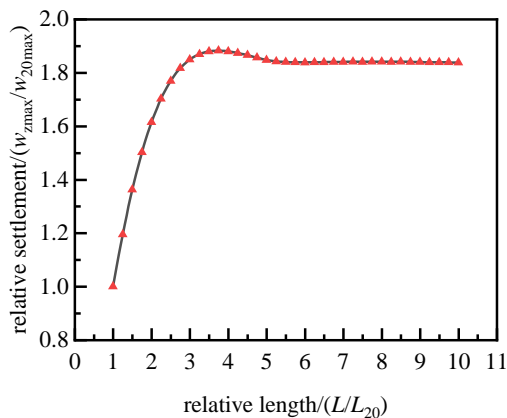


图 10 堆载长度对最大沉降量影响曲线

Fig. 10 The influence curve of heaped load length on the maximum settlement

5 结论

1. 本文方法能够有效计算地面堆载引起的隧道纵向变形, 并与实测数据吻合较好, 由此可以判断地面堆载作用下隧道衬砌的安全性。

2. 在地面堆载作用下, 纵向变形左右对称, 中间沉降量大, 向两端逐渐变小。堆载正下方区域沉降最大, 在堆载区域两侧 $(0.5\sim 1)L$ 范围, 影响较强; 在堆载区域两侧 $(1\sim 2)L$ 范围, 影响较弱; 在堆载 $2L$ 以外区域, 基本没有影响。

3. 随着 d 增大, 隧道最大沉降量逐渐减小, 在 $d\leq L$ 范围, 减小速率较快; 随着 z 增大, 隧道最大沉降量逐渐减小, 在 $d\leq L$ 范围, 减小速率较快; q 与 w_{max} 呈线性关系, 堆载越大, 最大沉降量越大。

4. 堆载沿 L 和沿 B 方向增加时, 最大沉降量会逐渐增大然后趋于稳定, 其中 B 的改变对 w_{max} 影响较小, L 对 w_{max} 影响较大, 在隧道运营过程中, 要避免沿隧道方向进行堆载。

参考文献:

- [1] 邵华, 黄宏伟, 张东明, 等. 突发堆载引起软土地铁盾构隧道大变形整治研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(6): 1036-1043.
SHAO H, HUANG H W, ZHANG D M, et al. Case study on repair work for excessively deformed shield tunnel under accidental surface surcharge in soft clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(6): 1036-1043.
- [2] 熊伟, 陈江, 陈昌平等. 隧道群上方土体开挖对隧道竖向变形影响分析[J]. 华东交通大学学报, 2019, 36(04): 113-118.
XIONG W, CHEN J, CHEN C P et al. Analysis of the Influence of Excavation Sequence on the Vertical Deformation of Tunnels[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2019, 36(04): 113-118..
- [3] 江思岑, 柴天建, 颜建伟. 基于 NSM 分析双线隧道下穿对既有隧道影响[J]. 华东交通大学学报, 2023, 40(6): 17-24.
JIANG S C, CHAI T J, YAN J W. Based on NSM study effects of new twin tunneling underneath on existing tunnels[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2023, 40(6): 17-24.
- [4] 孙钧. 城市地下工程活动的环境土工学问题(下)[J]. 地下工程与隧道, 2000(1): 2-7.
SUN J. Environmental Geotechnical problems of urban underground engineering activities (Part II) [J]. Underground Engineering and Tunneling, 2000(1): 2-7.
- [5] 戴宏伟, 陈仁朋, 陈云敏. 地面新施工荷载对临近地铁隧道纵向变形的影响分析研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(3): 312-316.
DAI H W, CHEN R P, CHEN Y M. Study on effect of construction loads on longitudinal deformation of adjacent metro tunnels, Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(3): 312-316.
- [6] 李春良, 王国强, 赵凯军, 等. 地面荷载作用盾构隧

- 道纵向力学行为[J]. 吉林大学学报(工学版), 2011, 41(S2): 180-184.
- LI C L, WANG G Q, ZHAO K J, et al. Vertical mechanical behavior on shield tunnel under loads on ground surface, Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2011, 41(S2): 180-184.
- [7] 王如路. 上海地铁盾构隧道纵向变形分析[J]. 地下工程与隧道, 2009(4): 1-6.
- WANG R L. Analysis of longitudinal deformation of shield tunnel in Shanghai metro [J]. Underground engineering and tunnel, 2009 (4) : 1-6.
- [8] 姜启元, 管攀峰. 软土盾构隧道的纵向变形分析[J]. 地下工程与隧道, 1999, (4): 2-6.
- JIANG Q Y, GUAN P F. Longitudinal deformation analysis of soft soil shield tunnel [J]. Underground Engineering and Tunneling, 1999, (4): 2-6.
- [9] 侯芳. 均布荷载作用下温克勒弹性地基梁解析解及其在盾构隧道纵向计算中的应用[D]. 青岛理工大学, 2009.
- HOU F. Analytical solution of Winkler elastic foundation beam under uniform load and its application in longitudinal calculation of shield tunnel [D]. Qingdao University of Technology, 2009.
- [10] ZHANG J Z, HUANG H W, ZHANG D M, et al. Effect of ground surface surcharge on deformational performance of tunnel in spatially variable soil [J]. Computers and Geotechnics, 2021, 136.
- [11] WEI Z, JIANG Y S J. A Simplified Analysis Method for the Deformation Response of an Existing Tunnel to Ground Surcharge Based on the Pasternak Model[J]. Applied Sciences, 2021, 11(7): 3255-3255.
- [12] WU H N, SHEN S L, YANG J, et al. Soil-tunnel interaction modelling for shield tunnels considering shearing dislocation in longitudinal joints[J]. Tunneling and Underground Space Technology incorporating Trenchless Technology Research, 2018, 78: 168-177.
- [13] 徐志发, 王颖轶, 董越鹏, 等. 地面超载对大型盾构施工扰动位移的影响[J]. 交通建设与管理, 2010(5): 175-180.
- XU Z F, WANG Y Y, DONG Y P, et al. Influence of ground overload on disturbance displacement of large shield construction [J]. Transportation Construction and Management, 2010(5): 175-180.
- [14] 王旭. 地面过量堆土对某地铁隧道的影响及结构安全分析[J]. 城市建设理论研究: 电子版, 2013, 000(012): 1-7.
- WANG X. Influence of excessive ground soil accumulation on a subway tunnel and structural safety analysis [J]. Research on the Theory of urban construction: Electronic Edition, 2013, 000(012): 1-7.
- [15] 王如路, 张冬梅. 超载作用下软土盾构隧道横向变形机理及控制指标研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(6): 1092-1101.
- WANG R L, ZHANG D M. Research on lateral deformation mechanism and control index of soft soil shield tunnel under overload [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(6): 1092-1101.
- [16] 高继锦, 黄彪, 张威, 等. 地面堆载条件下交叉穿越隧道的竖向位移计算方法研究[J]. 隧道建设(中英文), 2018, 38(5): 818-823.
- GAO J J, HUANG B, ZHANG W, et al. Research on vertical displacement calculation method of cross-crossing tunnel under ground loading [J]. Tunnel Construction (Chinese & English), 2018, 38(5): 818-823.
- [17] 吴庆, 杜守继. 地面堆载对既有盾构隧道结构影响的试验研究[J]. 地下空间与工程学报, 2014, 10(1): 57-66.
- WU Q, DU S J. Experimental study on the influence of ground load on the structure of existing shield tunnel [J]. Journal of Underground Space and Engineering, 2014, 10(1): 57-66.
- [18] 张明告, 周顺华, 黄大维, 等. 地表超载对地铁盾构隧道的影响分析[J]. 岩土力学, 2016, 37(8): 2271-2278.
- ZHANG M G, ZHOU S H, HUANG D W, et al. Analysis of influence of surface overload on subway shield tunnel [J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(8): 2271-2278.
- [19] 王涛, 李浩, 徐日庆. 上方大面积加(卸)载引起盾构隧道的变形分析[J]. 现代交通技术, 2008(3): 29-31+57.
- WANG T, LI H, XU R Q. Analysis of deformation of shield tunnel caused by large area loading (unloading) above [J]. Modern Transportation Technology, 2008(3): 29-31+57.
- [20] 魏新江, 洪文强, 魏纲, 等. 堆载引起临近地铁隧道的转动与错台变形计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(5): 1281-1289.
- WEN X J, HONG W Q, WEI G, et al. Calculation of rotation and misalignment deformation caused by overloading in adjacent subway tunnels [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(5): 1281-1289.
- [21] 康成, 梅国雄, 梁荣柱, 等. 地表临时堆载诱发下既有盾构隧道纵向变形分析[J]. 岩土力学, 2018, 39(12): 4605-4616.
- KANG C, MEI G X, LIANG R Z, et al. Analysis of longitudinal deformation of existing shield tunnel induced by temporary surface loading [J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(12): 4605-4616.
- [22] 王敏, 甘晓露, 杜巍等. 考虑土体刚度衰减的地面堆载对既有隧道影响 [J]. 地下空间与工程学报, 2021, 17 (06): 1965-1971+1979.
- WANG M, GAN X L, DU W, et al. [J]. The influence of ground surcharge on existing tunnels considering the attenuation of soil stiffness [J]. Journal of Underground Space and Engineering, 2021, 17 (06): 1965-1971 + 1979.
- [23] 江杰, 邢轩伟, 邱居涛等. 地面堆载引起的邻近地铁隧道变形分析 [J]. 铁道建筑, 2020, 60 (07): 59-63+92.
- JIANG J, XING X W, QIU J T et al. Deformation analysis of adjacent subway tunnel caused by ground surcharge [J]. Railway Building, 2020, 60 (07): 59-63 + 92.
- [24] 程霖, 杨成永, 李延川, 等. 带接头地下管线变形的傅里叶级数解[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(11): 149-156.

CHENG L, YANG C Y, LI Y C, et al Fourier Series solution of deformation of underground pipeline with joint [J]. Journal of Hunan University (Natural Science Edition), 2018, 45(11): 149-156.

- [25] 周顺华, 何超, 肖军华. 环间错台效应下基坑开挖引起临近地铁盾构隧道变形的能量计算法[J]. 中国铁道科学, 2016, 37(3): 53-60
ZHOU S H, HE C, XIAO J H. Energy calculation method for deformation of shield tunnel near subway caused by foundation pit excavation under cross-platform effect [J]. China Railway Science, 2016, 37(3): 53-60.
- [26] VESIĆ A B. Bending of Beams Resting on Isotropic Elastic Solid[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1961, 87(2): 35-53.
- [27] 俞剑, 张陈蓉, 黄茂松. 被动状态下地埋管线的地基模量[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(1): 123-132.
YU J, ZHANG C R, HUANG M S. Foundation modulus of buried pipeline in passive state [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(1): 123-132.
- [28] TANAHASHI H. Formulas for an Infinitely Long Bernoulli-Euler Beam on the Pasternak Model[J]. Soils and Foundations, 2004, 44(5): 109-118.
- [29] 徐凌. 软土盾构隧道纵向沉降研究[D]. 上海: 同济大学地下建筑与工程系, 2005.
XU L. Research on longitudinal settlement of shield tunnel in soft soil [D]. Shanghai : Department of Underground Construction and Engineering, Tongji University, 2005.
- [30] SHIBA Y, KAWASHIMA K, OBINATA N, 等. AN EVALUATION METHOD OF LONGITUDINAL STIFFNESS OF SHIELD TUNNEL LININGS FOR APPLICATION TO SEISMIC RESPONSE ANALYSES[J/OL]. Doboku Gakkai Ronbunshu, 1988, 1988(398): 319-327.
- [31] 范垚垚, 郭晓航, 邓指军, 等. 正上方加卸载对盾构隧道变形的影响分析[J]. 施工技术, 2014, 43(7):

107-109.

- FAN Y Y, GUO X H, DENG Z J, et al. Analysis of influence of overhead loading and unloading on deformation of shield tunnel [J]. Construction Technique, 2014, 43(7): 107-109.
- [32] 魏纲, 俞国骅, 洪文强. 地面堆载引起下卧盾构隧道剪切错台变形计算研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2018, 49(7): 1775-1783.
WEN G, YU G H, HONG W Q. Calculation of shear misalignment of underlying shield tunnel caused by ground load [J]. Journal of Central South University (Natural Science Edition), 2018, 49(7): 1775-1783.



第一作者: 魏井申 (1980—), 男, 研究方向为土木工程。
E-mail: 75103028@qq.com。



通信作者: 郭文杰 (1991—), 男, 副教授, 博士, 硕士生导师, 《华东交通大学学报》青年编委, 研究方向为轨道交通振动噪声。
E-mail: guowenjie@ecjtu.edu.cn。