

文章编号: 1005-0523(2025)05-0113-08



谐波传动齿廓设计和啮合特性分析

魏天赐¹, 谭家龙², 姚泽逸¹, 向家伟¹, 杨世锡³, 杨荣刚¹

(1. 温州大学机电工程学院, 浙江温州 325035; 2. 乐清市东风煤矿设备有限公司, 浙江乐清 325602;
3. 浙江大学机械工程学院, 浙江杭州 310058)

摘要: 为了确保谐波传动的准确性与平稳性、提高齿轮的承载能力与寿命, 文章对谐波传动齿廓进行了设计和分析。首先, 设计柔轮的无公切线双圆弧齿廓, 建立柔轮中性层曲线方程及谐波传动的精确转角关系; 然后, 基于包络法求解柔轮的共轭刚轮齿廓; 最后, 运用 MATLAB 软件, 对所设计齿廓的啮合特性进行分析, 包括共轭区域与共轭齿廓分析、运动轨迹分析、装配状态分析等。啮合特性分析结果表明, 所设计齿廓的共轭区间较大, 工作弧长较长, 齿侧间隙较小, 参与啮合的齿数较多, 且齿廓之间未发生干涉, 提高了谐波传动的传动精度, 降低了传动过程中的噪声, 提高了谐波传动的性能。

关键词: 谐波传动; 双圆弧齿廓; 齿廓设计; 啮合特性

中图分类号: TH132.43

文献标志码: A

本文引用格式: 魏天赐, 谭家龙, 姚泽逸, 等. 谐波传动齿廓设计和啮合特性分析[J]. 华东交通大学学报, 2025, 42(5): 113-120.

Analysis on Harmonic Drive of the Tooth Profile Design and Meshing Characteristics

Wei Tianci¹, Tan Jialong², Yao Zeyi¹, Xiang Jiawei¹, Yang Shixi³, Yang Ronggang¹

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Wenzhou University, Wenzhou 325035, China;
2. Yueqing Dongfeng Coal Mine Equipment Co., Ltd., Yueqing 325602, China; 3. School of Mechanical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: In order to improve the meshing performance of harmonic gear in the transmission process, the double-circular-arc tooth profile without common tangent of the flexspline was designed, and the neutral layer curve equation of the flexspline and the accurate rotation angle relationship of the harmonic drive were established. Then, the conjugate circular spline tooth profile of the flexspline was solved based on the envelope method. Finally, the meshing characteristics of the designed tooth profile were analyzed by using MATLAB, including conjugate domain and conjugate tooth profile analysis, motion path analysis, assembly state analysis and simulation analysis. The meshing characteristics analysis results indicate that the conjugate interval of the designed tooth profiles is larger, the working arc length is longer, and the gap between tooth profiles is smaller, the number of teeth involved in meshing being larger with no interference between the tooth profiles. The meshing characteristics of the harmonic drive for the designed double-circular-arc tooth profile is good, which improves the load-bearing capacity and transmission accuracy of the harmonic drive and reduces the noise in the transmission process, thereby improving the performance of the harmonic drive.

收稿日期: 2024-12-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(52205066); 浙江省科技计划项目(2023C01069); 河北省重点研发计划项目(23311808D)

Key words: harmonic drive; double-circular-arc tooth profile; tooth profile design; meshing characteristics

Citation format: WEI T C, TAN J L, YAO Z Y, et al. Analysis on harmonic drive of the tooth profile design and its meshing characteristics[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2025, 42(5): 113–120.

齿轮传动系统受牵引电机谐波转矩、轮轨激励及复杂时变内外部载荷的影响,其稳定性是保证机械设备正常运行的关键^[1]。谐波传动系统具有体积小、承载能力强、传动精度高等特点,广泛应用于机器人、金属机床、通信设备等技术领域^[2-4]。目前,谐波齿轮的研究热点主要集中在谐波新型齿形设计、啮合特性分析、结构参数优化设计、应力应变及动力学特性的研究等方面^[5-7]。近年来,众多学者对谐波传动的齿廓及啮合特性进行了大量的研究,其中渐开线齿廓在谐波传动中得到广泛应用。罗霖等^[8]研究了渐开线齿廓谐波传动的啮合特性,分析了不同参数对其影响的规律。Dong等^[9-10]运用瞬心线法求解了渐开线齿廓的共轭齿廓,采用共轭法对齿廓参数进行了优化。王艳宜等^[11]设计了谐波传动的渐开线齿廓,分析了齿廓的啮合特性。吴鸿雁等^[12]通过包络法得到了刚轮的渐开线齿廓,设计并优化了符合空间要求的齿廓。渐开线齿廓谐波传动在工作过程中存在啮合齿对少,尖点啮合与边缘啮合,齿根应力集中等缺点,因此不能满足性能要求^[13-14]。

与渐开线齿廓相比,采用双圆弧齿廓的谐波传动系统具有承载能力强、传动精度和传动效率高等优点。Tang等^[15]分析了齿廓参数对具有公切线的双圆弧齿廓综合性能的影响。杜雅宁等^[16]设计了柔轮双圆弧齿廓,基于运动学法求解共轭刚轮齿廓,对齿廓进行了三维修形,并对比分析了柔轮的应力应变。袁安富等^[17]分析了柔轮齿廓关键参数的变化对齿廓啮合特性的影响。Song等^[18]基于运动学原理,提出了一种新的双圆弧齿廓的设计方法,分析了设计参数对谐波传动齿廓形状和啮合特性的影响。董惠敏等^[19]基于瞬心线法,设计了一个双圆弧新齿形,实现了共轭区间连续不间断。Chen等^[20]研究了齿廓参数对柔轮共轭齿廓的影响,观察到二次共轭和两点共轭的存在,此情况有助于增大啮合区域,增加承载能力、提高传动效率。Song等^[21]提出了一种有效的双圆弧齿廓谐波传动的空间共轭齿面设计方法,并通过接触分析验证了其在提高谐波减速器传动性能方面的有效性。从以上的研

究中可以看出,相较于渐开线齿廓谐波传动,双圆弧齿廓谐波传动展现出更为显著的优势,齿廓啮合特性影响着谐波传动的性能,而优化齿廓参数是改善啮合特性的主要途径。

综上所述,谐波传动的高精度传动需求使得齿廓设计与啮合特性分析成为突破传动性能瓶颈的核心环节。为此,本文基于MATLAB软件,对谐波传动的齿廓和啮合特性进行研究。通过优化齿廓参数,设计了一个啮合性能较好的双圆弧齿廓,并从多个方面的啮合特性进行分析,验证了所设计的齿廓能有效地提升谐波传动的性能。

1 柔轮双圆弧齿廓的设计

本文采用的无公切线双圆弧齿廓主要由凸圆弧 AB 段和凹圆弧 BC 段组成,建立了柔轮局部坐标系 $S_1\{O_1; X_1, Y_1\}$,如图1所示。其中原点 O_1 位于柔轮中性层与齿对称线(Y_1 轴)的交点处, X_1 轴(横轴)与柔轮中性层在该点的切线重合, Y_1 轴(纵轴)与柔轮轮齿的对称线共线; m 为齿轮模数; k_t 为齿厚比(实际齿厚与理论分度圆齿厚的比值); h_a 和 h_r 分别为齿顶高和齿根高; $h_a = h_a^* m$, h_a^* 为齿顶高系数; $h_r = h_r^* m$, h_r^* 为齿根高系数; ρ_s 和 ρ_f 分别为凸圆弧半径和凹圆弧半径; δ 为公切线倾角(柔轮连

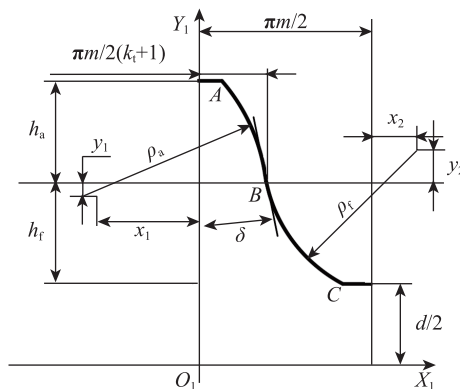


图1 柔轮无公切线双圆弧齿廓

Fig. 1 Double-circular-arc tooth profile without common tangent of the flexspline

接点 B 点的理论公切线方向与 Y_1 轴的夹角); x_1 和 x_2 分别为凸圆弧和凹圆弧的圆心在 X_1 轴上相对于坐标原点的偏移量; y_1 和 y_2 分别为凸圆弧和凹圆弧的圆心在 Y_1 轴上相对于坐标原点的移距离; d 为齿根壁厚(柔轮齿根到柔轮内壁的距离)。

凸圆弧 AB 段的齿形方程可表示为

$$\begin{cases} x_{r1} = \rho_a \cos(\alpha_a - s/\rho_a) + X_a \\ y_{r1} = \rho_a \sin(\alpha_a - s/\rho_a) + Y_a \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_{r1} , y_{r1} 分别为凸圆弧上点的横坐标和纵坐标; X_a , Y_a 分别为凸圆弧圆心的横坐标和纵坐标; $X_a = -x_1$, $Y_a = h_r + d/2 - y_1$; s 为弧长变量, $s \in (0, l_1)$, AB 段的齿廓弧长 $l_1 = \rho_a(\alpha_a - \delta)$, 齿顶压力角 $\alpha_a = \arcsin((h_a + y_1)/\rho_a)$ 。

凹圆弧 BC 段的齿形方程可表示为

$$\begin{cases} x_{r2} = -\rho_f \cos(\gamma + (s - l_2)/\rho_f) + X_f \\ y_{r2} = -\rho_f \sin(\gamma + (s - l_2)/\rho_f) + Y_f \end{cases} \quad (2)$$

式中: x_{r2} , y_{r2} 分别为凹圆弧上点的横坐标和纵坐标; X_f , Y_f 分别为凹圆弧圆心的横坐标和纵坐标; $X_f = m/2 + x_2$, $Y_f = h_r + d/2 + y_2$; $s \in (l_1, l_2)$, BC 段的齿廓弧长 $l_2 = l_1 + \rho_f(\alpha_f - \delta)$, 齿根压力角 $\alpha_f = \arcsin((h_f + y_2)/\rho_f)$ 。

2 刚轮齿廓的求解

2.1 柔轮中性层曲线方程

柔轮的变形规律通过其中性层曲线描述,其弹性变形由波发生器外轮廓曲线的形状决定。波发生器最常用的外轮廓曲线包括椭圆曲线和余弦曲线,本文采用标准椭圆曲线描述波发生器作用下的柔轮中性层曲线,如图2所示,坐标系为 $S_2\{O_z; X_z, Y_z\}$, O_z 为其坐标原点, X_z 轴(横轴)与中

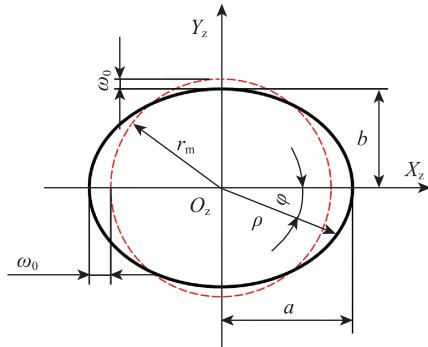


图2 柔轮中性层曲线

Fig. 2 Flexspline neutral layer curve

性层曲线的长轴重合, Y_z 轴(纵轴)与中性层曲线的短轴重合。

图2中,黑色实线表示的是柔轮变形后的中性层曲线,红色虚线表示的是柔轮变形前的柔轮中性层曲线。 r_m 为柔轮未变形时的中性层曲线半径; a 和 b 分别为柔轮变形后中性层曲线的长轴和短轴的半径; φ 为波发生器转角; ω_0 为柔轮中性层上的最大径向变形量,指的是柔轮中性层上任一点在径向方向上变形的最大值。 $\omega_0 = \omega_0^* m$, ω_0^* 为径向变形系数,取值范围一般为 $[1.00, 1.05]$, 本文取 $\omega_0^* = 1.03$, 柔轮中性层曲线方程表示为

$$\rho(\varphi) = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi}} \quad (3)$$

式中: $\rho(\varphi)$ 中性层曲线上极角 φ 处的曲率半径。 a , b 可表示为

$$\begin{cases} a = r_m + \omega_0 \\ b = \frac{1}{9} \left\{ (12r_m - 7a) + 4\sqrt{a(3r_m - 2a)} \right\} \end{cases} \quad (4)$$

2.2 包络法求解共轭刚轮齿廓

基于柔轮中性层曲线,建立谐波传动的坐标系,如图3所示。假设波发生器沿逆时针方向转动,柔轮和波发生器的转动方向相反,刚轮保持不动。建立波发生器坐标系 $S_w\{O_w; X_w, Y_w\}$, 原点 O_w 为其回转中心, X_w 和 Y_w 分别与中性层曲线的短轴和长轴重合;刚轮坐标系 $S_2\{O_2; X_2, Y_2\}$, 原点 O_2 为其回转中心, X_2 轴为刚轮坐标系横轴, Y_2 轴为其纵轴;柔轮坐标系 $S_1\{O_1; X_1, Y_1\}$, 原点 O_1 为其回转中心。

图3中,虚线是未变形时柔轮的中性层曲线,实线是柔轮变形后的中性层曲线。 φ_1 为柔轮未变形

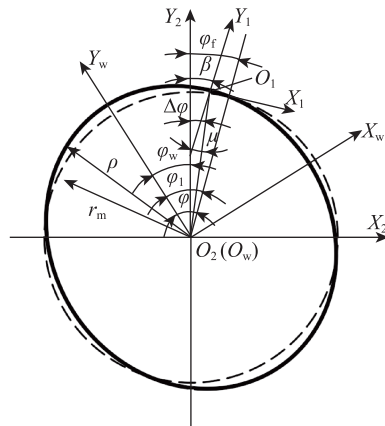


图3 谐波传动坐标系

Fig. 3 Coordinate system of the harmonic drive

端(未发生径向变形的端部)与 Y_w 轴的夹角; φ_r 为柔轮未变形端的转角; φ_w 为波发生器的转角; $\Delta\varphi$ 为 O_1 点矢径与 Y_2 轴的夹角; β 为 Y_1 轴与 Y_2 轴的夹角; μ 为柔轮轮齿的法向偏转角; φ 为 O_1 点矢径与 Y_w 轴的夹角; ρ 为变形后柔轮中性层曲线的曲率半径。

柔轮在工作过程中会发生径向变形,则柔轮轮齿的法线转角表达式为

$$\mu = -\arctan\left(\frac{d\rho/d\varphi}{\rho}\right) \quad (5)$$

根据谐波传动基本假设可得

$$r_m\varphi_1 = \int_0^\varphi \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)^2} d\varphi \quad (6)$$

根据谐波传动比关系可得

$$\varphi_r = \frac{Z_c - Z_r}{Z_r} \varphi_w \quad (7)$$

式中: Z_r 为柔轮齿数; Z_c 为刚轮齿数。

根据图3的几何关系可得

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_w, \quad \varphi_r = \varphi_1 - \varphi_w, \quad \beta = \Delta\varphi + \mu \quad (8)$$

根据各个转角的表达式可知,当柔轮中性层曲线方程确定时,其转角均可由图3中的 φ 表示。

本文运用包络法求解刚轮齿廓,根据包络共轭理论,刚轮与柔轮啮合时需满足以下关系式

$$\mathbf{Y}_g = \mathbf{M}_{gr} \mathbf{Y}_r \quad (9)$$

式中: \mathbf{Y}_r 为柔轮齿廓方程; \mathbf{Y}_g 为刚轮齿廓方程,可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_r = [x_1(s), y_1(s), 1]^T \\ \mathbf{Y}_g = [x_2(s, \varphi), y_2(s, \varphi), 1]^T \end{cases} \quad (10)$$

式中: $x_1(s)$ 和 $y_1(s)$ 为柔轮齿廓上某点在柔轮坐标系中的横坐标和纵坐标; $x_2(s, \varphi)$ 和 $y_2(s, \varphi)$ 为刚轮齿廓上某点在刚轮坐标系中的横坐标和纵坐标, \mathbf{M}_{gr} 为共轭转换矩阵,表达式为

$$\mathbf{M}_{gr} = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta & \rho\sin\Delta\varphi \\ -\sin\beta & \cos\beta & \rho\cos\Delta\varphi \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

将谐波传动的精确转角关系考虑在内,柔轮和共轭刚轮的齿廓需要满足以下表达式

$$\frac{\partial x_2(s, \varphi)}{\partial s} \frac{\partial y_2(s, \varphi)}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi_1} - \frac{\partial x_2(s, \varphi)}{\partial \varphi} \frac{\partial y_2(s, \varphi)}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi_1} = 0 \quad (12)$$

根据柔轮双圆弧齿廓方程和角度关系,结合上述方程并在 MATLAB 中编写对应的程序,即可得

到对应的刚轮齿廓。

3 啮合特性分析

3.1 共轭区域与共轭齿廓分析

本节运用定量分析的方法,在模数 m 、齿顶高系数 h_a^* 和齿根高系数 h_f^* 等参数保持不变的情况下,通过优化凸圆弧半径 ρ_a 和凹圆弧半径 ρ_f , 获得最优的齿廓参数。

本文所设计的柔轮齿数为 160 个,刚轮齿数为 162 个。通过优化齿廓参数,得到最优的柔轮和刚轮齿廓,此时的柔轮齿廓参数如表 1 所示。

表 1 柔轮齿廓参数

Tab.1 Tooth profile parameters of the flexspline

参数	取值	参数	取值
h_a^*	0.7	m	0.395 8
h_f^*	0.9	d	0.40 mm
x_1	0.348 013 mm	y_1	0.062 737 mm
x_1	0.263 473 mm	y_2	0.066 878 mm
ρ_a	0.60 mm	δ	6°
ρ_f	0.64 mm	k_f	1.5

根据式(12),利用 MATLAB 进行计算得到的共轭区域如图 4 所示,以弧长参数 s 为 X 轴,以弧长对应的共轭角度 ϕ 作为 Y 轴,根据共轭角度,计算所得到的共轭齿廓如图 5 所示。

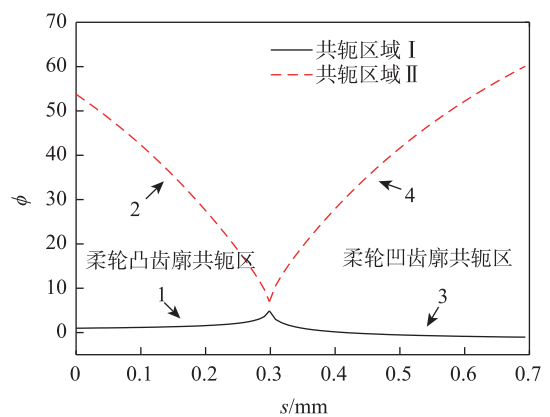


图 4 柔轮双圆弧齿廓的共轭区域

Fig. 4 Conjugate domain of double-circular-arc tooth profile of the flexspline

由图 4 所示,在谐波传动中,柔轮凸齿廓 AB 段对应的共轭区域为曲线 1 和曲线 2,凹齿廓 BC 段对应的共轭区域为曲线 3 和曲线 4,曲线 1 和曲线 3 构成共轭区域 I,该区域称为啮合区,区间为 $[-1.045 36^\circ, 4.906 33^\circ]$;曲线 2 和曲线 4 构成共轭区域 II,该区域

称为啮入区或啮出区,区间为 $[6.981\ 31^\circ, 53.766\ 7^\circ]$ 。共轭区域 I 和共轭区域 II 之间的空白区域较小,保证谐波传动具有较高的传动精度和承载能力。

图 5 是理论的共轭刚轮齿廓,图中的齿廓编号分别与图 4 中的编号对应。从图中可以看出,由于齿廓 4 与齿廓 1~齿廓 3 之间的啮合间隙较大,因此将齿廓 4 舍去。通过优化凸圆弧半径和凹圆弧半径,计算得到不同参数下柔轮共轭曲线如图 6 所示,将图 5 与图 6 对比可知,当凸圆弧半径减小或凹圆弧半径减小时,齿廓 2 与齿廓 3 之间的间隙都会增大,此时谐波传动因间隙过大会产生复杂的振动现象;因此可知根据表 1 的参数所设计的齿廓的稳定性较好,传动效率较高、承载能力较强。

3.2 运动轨迹分析

由上文可知,表 1 所设计的齿廓的啮合性能较好,需要进行运动轨迹分析来进一步验证其啮合性能。根据式(11)的转换矩阵 M_{gr} ,在 MATLAB 中计算得到在一个啮合周期内柔轮齿廓线在刚轮坐标系中的运动轨迹如图 7 所示。

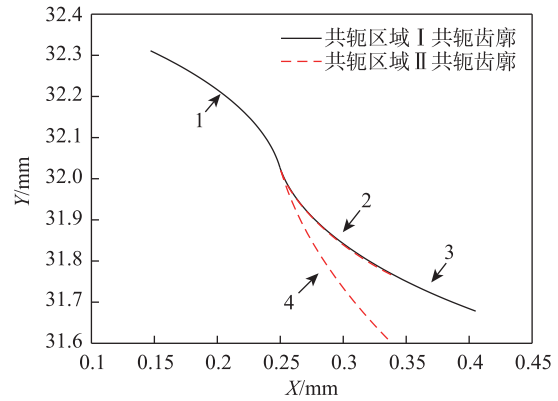


图 5 柔轮双圆弧齿廓共轭曲线
Fig. 5 Conjugate tooth profiles of double-circular-arc tooth profile of the flexspline

图 7 是柔轮完整的运动轨迹图,分析图 7(a)可以看出,在波发生器运动过程中,柔轮齿廓在刚轮坐标系中的位置不断发生变化,但其形状保持不变,即柔轮齿表面不会发生变形,变形集中在柔轮齿根部位;在运行的过程中柔轮齿廓与刚轮齿廓保持啮合接触的范围较大,说明柔轮和刚轮在工作

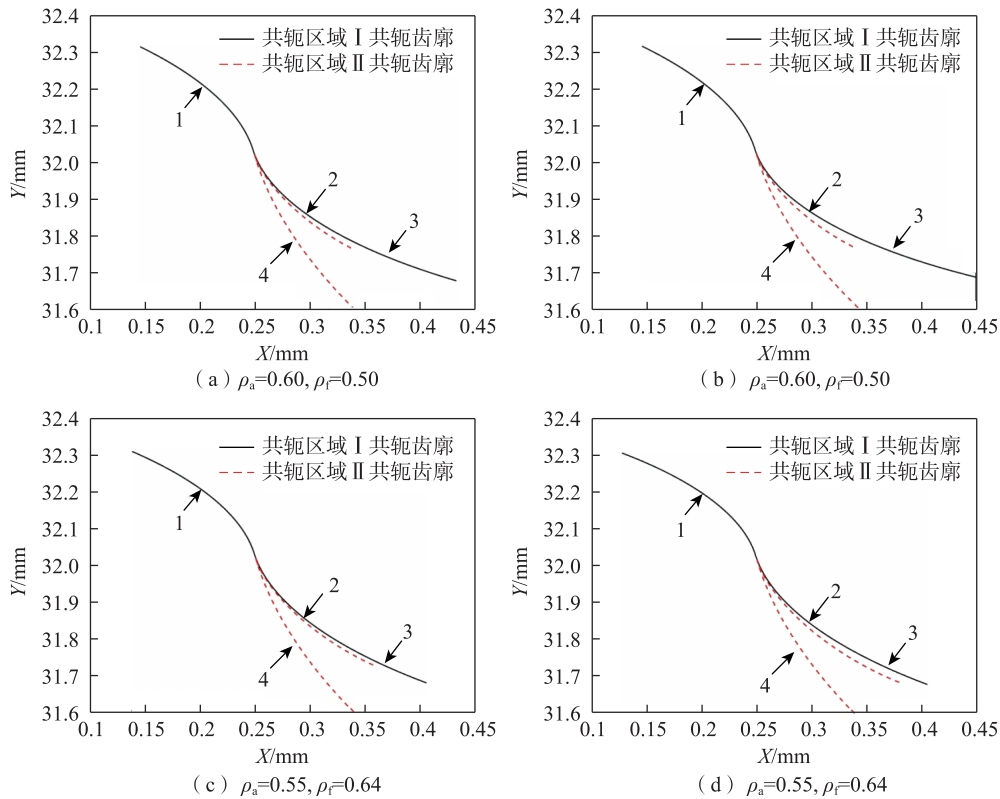


图 6 柔轮双圆弧齿廓共轭曲线优化
Fig. 6 Conjugate tooth profiles optimization of double-circular-arc tooth profile of the flexspline

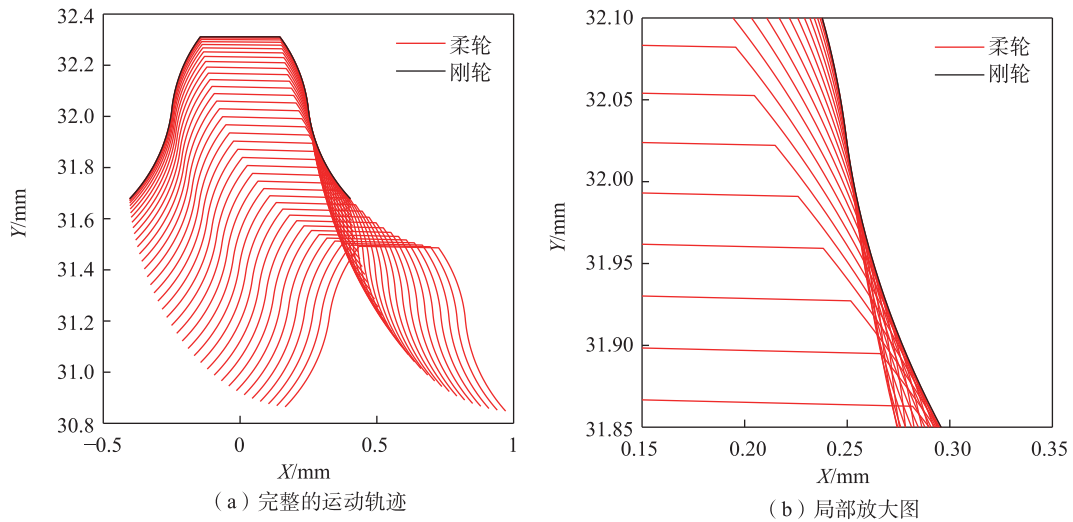


图7 运动轨迹图

Fig. 7 Motion path diagram

的过程中参与啮合的齿数较多。图7(b)为柔轮凸齿廓和凹齿廓连接区域的局部放大图,可以看出无论是柔轮的凸齿廓还是凹齿廓和刚轮齿廓之间的齿侧间隙较小,提高了谐波传动的平稳性、传动效率和扭转刚度等性能。

3.3 装配状态分析

为分析所设计的柔轮和刚轮实际装配下的啮合情况,需要对柔轮和刚轮的装配状态进行分析,以计算在实际情况下柔轮和刚轮参与啮合的齿数。根据坐标变换关系,在MATLAB编写对应方程,即可得到柔轮和刚轮全齿廓平面的装配图,如图8、图9所示。

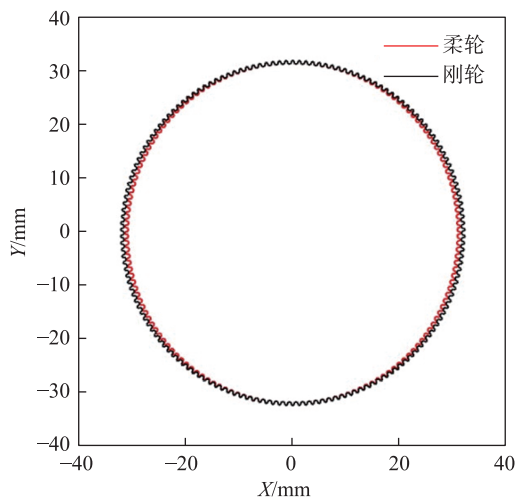


图8 整体装配图

Fig. 8 Overall assembly diagram

图10(a)~图10(c)分别对应图9中标注的位置1,2,3处的局部放大图。图10(a)所示轮齿位于啮合区,承担主要载荷,其接触状态直接影响传动系统的承载能力。图10(b)所示齿位于二次共轭啮出区,此时柔轮轮齿一侧的凸圆弧区域的齿与刚轮轮齿啮合,传递部分载荷,图10(c)的齿位于二次共轭啮入区,此时柔轮的轮齿即将开始啮合。根据图9可知,第一象限共有40个柔轮齿,柔轮和刚轮在啮合的过程中未发生干涉,齿侧间隙较小,第一象限内有28个齿对参与啮合。整个柔轮齿圈约有112个齿对同时参与啮合,约占柔轮总齿数的70%。这表明本文所设计的齿廓参与啮合的齿数较多,有效

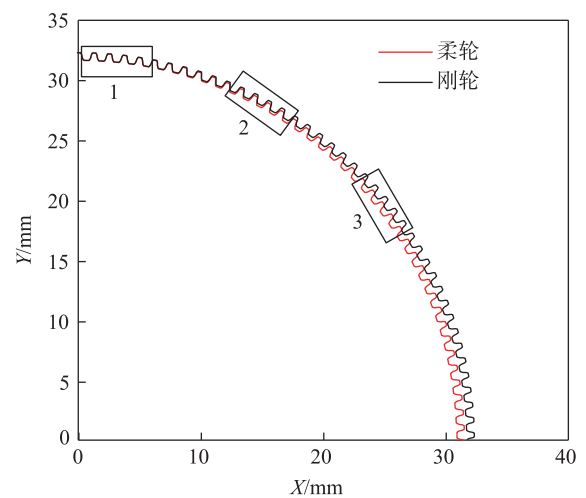


图9 局部装配图

Fig. 9 Partial assembly diagram

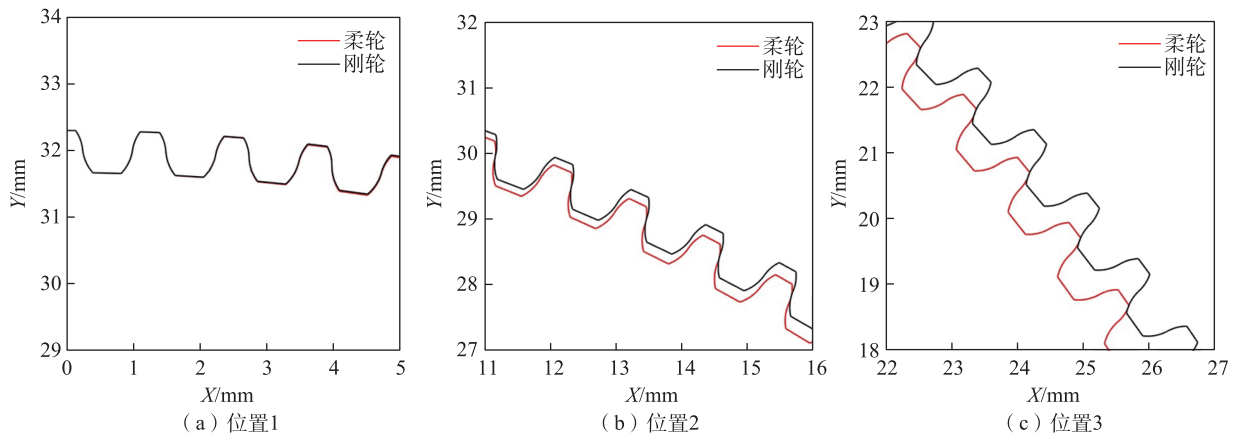


图10 齿廓装配局部放大图

Fig. 10 Partial enlargement diagram of tooth profile assembly

地提升了谐波传动的可靠性和负载能力。

4 结论

本文主要建立了柔轮无公切线双圆弧齿廓方程,基于包络法求解其共轭刚轮齿廓,通过优化齿廓参数,获得了一组性能较优的参数组合,得出以下结论。

1) 通过优化凸圆弧半径 ρ_a 和凹圆弧半径 ρ_f , 获得了一组最优的齿廓参数,通过共轭曲线优化可知:当 ρ_a 减小或 ρ_f 减小时,齿侧间隙会增大,所设计的齿廓在啮合时具有较大的共轭区间和较长的齿廓工作弧长,有助于提高谐波传动的啮合效率。

2) 运动轨迹分析表明,所设计的柔轮齿廓与刚轮齿廓在较大范围内保持接触,并且参与啮合的齿数较多且齿侧间隙较小,有效提升了谐波传动的平稳性和传动效率。

3) 装配状态分析表明,在实际工作过程中,约112个柔轮齿(占柔轮总齿数的70%)同时参与啮合,并且齿廓之间未发生干涉现象,该多齿啮合特性有利于提高谐波传动的精度、降低运行过程中的噪声和振动、延长齿轮寿命。

参考文献:

- [1] 朱海燕, 卢乔丹, 胡军, 等. 轮轨耦合激励下高速列车齿轮箱体振动特性[J]. 华东交通大学学报, 2024, 41(4): 108-117.
ZHU H Y, LU Q D, HU J, et al. Study on vibration characteristics of high-speed train gearbox housing under wheel-rail coupling excitation[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2024, 41(4): 108-117.
- [2] 吴灿, 陶孟仑, 陈定方, 等. 谐波减速器柔轮疲劳寿命及其力学性能分析[J]. 机械传动, 2022, 46(1): 115-119.
WU C, TAO M L, CHEN D F, et al. Analysis on fatigue life and mechanical property of flexspline of harmonic reducer[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022, 46(1): 115-119.
- [3] ZHU C Z, WANG X J, LI Z L, et al. Research on static and dynamics mechanical characteristics of flexible bearing in harmonic reducer[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2020, 17(2).
- [4] WANG S, JIANG G D, MEI X S, et al. A rapid stress calculation method for short flexspline harmonic drive[J]. Engineering Computations, 2019, 36(6): 1852-1867.
- [5] 向珍琳, 李霆, 杨林, 等. 谐波减速器研究现状及问题研究[J]. 机械传动, 2020, 44(7): 151-162.
XIANG Z L, LI T, YANG L, et al. Study on status and problem research of harmonic gear drive[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2020, 44(7): 151-162.
- [6] 林江海, 黄鹏程, 王燕霜, 等. 工业机器人用精密减速器研究现状[J]. 现代制造技术与装备, 2022, 58(3): 96-100.
LIN J H, HUANG P C, WANG Y S, et al. Research current situation of precision reducer for industrial robot[J]. Modern Manufacturing Technology and Equipment, 2022, 58(3): 96-100.
- [7] 陶孟仑, 陈阳鹏, 陈定方, 等. 谐波减速器测试技术研究现状及展望[J]. 机械传动, 2018, 42(7): 175-180.
TAO M L, CHEN Y P, CHEN D F, et al. Research present status and outlook of harmonic reducer testing technology[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2018, 42(7): 175-180.
- [8] 罗霖, 沙春. 啮合算法及结构参数对谐波传动的影响[J]. 机械传动, 2016, 40(6): 106-109.

- LUO J, SHA C. Influence of engagement algorithm and structure parameter on harmonic drive[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2016, 40(6): 106-109.
- [9] DONG H M, TING K L, WANG D L. Kinematic fundamentals of planar harmonic drives[J]. Journal of Mechanical Design, 2011, 133(1): 011007.
- [10] DONG H M, WANG D L, TING K L. Kinematic effect of the compliant cup in harmonic drives[J]. Journal of Mechanical Design, 2011, 133(5): 051004.
- [11] 王艳宜, 谭青. 渐开线谐波传动设计及啮合分析[J]. 机械传动, 2015, 39(7): 34-37.
WANG Y Y, TAN Q. Design and meshing analysis of involute harmonic drive[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2015, 39(7): 34-37.
- [12] 吴鸿雁, 陈晓霞, 邢静忠. 渐开线谐波齿轮空间齿廓设计及优化分析[J]. 机械传动, 2021, 45(8): 130-138.
WU H Y, CHEN X X, XING J Z. Spatial tooth profile design and optimization analysis of involute harmonic gear[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(8): 130-138.
- [13] 唐挺, 李俊阳, 王家序, 等. 共轭参数驱动的谐波传动齿廓设计与分析方法[J]. 机械工程学报, 2022, 58(3): 131-139.
TANG T, LI J Y, WANG J X, et al. Tooth profile design and analysis method of harmonic drive driven by the conjugate parameter[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022, 58(3): 131-139.
- [14] 吴继强, 王家序, 蒲伟, 等. 齿廓形状对谐波齿轮共轭啮合区润滑性的影响[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2017, 45(4): 29-33.
WU J Q, WANG J X, PU W, et al. Effect of tooth profile on lubrication performance at the conjugate meshing domain of harmonic gear[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2017, 45(4): 29-33.
- [15] TANG T, LI J Y, WANG J X, et al. Double-circular-arc tooth profile design and parametric analysis on the comprehensive performance of the harmonic drive[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2022, 236(3): 480-498.
- [16] 杜雅宁, 王士军, 齐娜, 等. 双圆弧谐波传动齿廓修形及啮合特性分析[J]. 制造技术与机床, 2023(12): 123-128.
DU Y N, WANG S J, QI N, et al. Analysis of tooth profile modification and meshing characteristics of double arc harmonic drives[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2023(12): 123-128.
- [17] 袁安富, 邱胜峰, 施徐凯. 双圆弧柔轮齿形参数对谐波齿轮传动共轭特性的影响[J]. 机械传动, 2020, 44(5): 107-112.
- YUAN A F, QIU S F, SHI X K. Influence of tooth profile parameter of double-circle-arc flexspline on conjugate characteristic of harmonic gear drive[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2020, 44(5): 107-112.
- [18] SONG C S, LI X Z, YANG Y, et al. Parameter design of double-circular-arc tooth profile and its influence on meshing characteristics of harmonic drive[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 167: 104567.
- [19] 董惠敏, 董博, 王德伦, 等. 基于瞬心线的谐波传动双圆弧齿形设计方法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2020, 48(4): 55-60.
DONG H M, DONG B, WANG D L, et al. Double circular arc tooth profile design method of harmonic drives based on centrodes[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(4): 55-60.
- [20] CHEN X, LIU Y, XING J, et al. The parametric design of double-circular-arc tooth profile and its influence on the functional backlash of harmonic drive[J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 73: 1-24.
- [21] SONG C, ZHU F, LI X, et al. Three-dimensional conjugate tooth surface design and contact analysis of harmonic drive with double-circular-arc tooth profile[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2023, 36(5): 248-265.



第一作者:魏天赐(1999—),男,硕士研究生,研究方向为精密机械传动。E-mail:wtc0625@163.com。



通信作者:杨荣刚(1988—)男,副教授,硕士生导师,研究方向为精密机械传动。E-mail:20210057@wzu.edu.cn。

(责任编辑:姜红贵)