

文章编号:1005-0523(2026)01-0012-08



基于零空间法的超材料板的带隙特性分析

郭赛扬^{1,2}, 颜建伟¹, 洪显¹, 郭文杰^{1,2}

(1. 华东交通大学山区土木工程安全与韧性全国重点实验室, 江西南昌 330013;

2. 华东交通大学交通运输工程学院, 江西南昌 330013)

摘要: 由于轨道交通结构振动对安全与环境具有重要影响, 为有效控制板状结构的振动, 文章利用振幅增强装置能够等效增加吸振器的刚度和质量的特性, 在板上周期布设振幅增强型吸振器。基于零空间法和能量法, 文章提出了一种改进带隙计算方法, 克服了在周期边界条件下形函数构造困难的问题, 显著提高了计算效率; 利用该方法, 研究了周期布设振幅增强型的带隙特性, 分析了带隙起止点的振型规律, 并探讨了振幅增强装置的放大系数和质量比对带隙的影响。此外, 对比分析了铺设振幅增强型吸振器与普通吸振器的周期性板状结构振动传递率。结果表明: 选择合适的放大系数和质量比能够有效增强装置的低频减振效果; 振幅增强型吸振器具有提高衰减量和拓宽衰减范围的作用, 对周期性布设板状结构特定频率的振动控制效果显著。研究结果可为轨道交通领域的减振降噪提供理论依据。

关键词: 带隙; 振幅增强机制; 零空间技术; 能量法

中图分类号: U216; TB535

文献标志码: A

本文引用格式: 郭赛扬, 颜建伟, 洪显, 等. 基于零空间法的超材料板的带隙特性分析[J]. 华东交通大学学报, 2026, 43(1): 12-19.

Analysis of Band Gap Characteristics of Metamaterial Plates Based on Null Space Method

Guo Saiyang^{1,2}, Yan Jianwei¹, Hong Xian¹, Guo Wenjie^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Safety and Resilience of Civil Engineering in Mountain Area, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. School of Transportation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Because the structural vibration in rail transit has a deep impact on safety and environment, in order to control the vibration of the plate structure, the amplitude-enhanced device can be used to increase the stiffness and mass of the vibration absorber, and the amplitude-enhanced vibration absorber is periodically arranged on the plate. Based on the null space method and the energy method, a new band gap calculation method is improved, which overcomes the difficulty of constructing the shape function under the periodic boundary condition, and greatly improves the calculation efficiency. Using this method, the band gap characteristics of a plate with periodically attached AMVAS are studied. The vibration mode law of the starting and ending points of the band gap are studied, and the influence of the amplification coefficient and mass ratio of the amplitude enhancement device on the band gap is discussed. In addition, the vibration transmissibility of periodic plate structures with amplitude-enhanced vibration absorbers and ordinary vibration absorbers is compared and analyzed. The results show that the

收稿日期: 2024-07-16

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(12072112); 江西省自然科学基金面上项目(20224BAB204069); 江西省教育厅科技项目(GJJ2200629)

appropriate amplification factor and mass ratio can effectively enhance the low frequency vibration reduction effect of the device. The amplitude enhanced vibration absorber has the effect of increasing the attenuation amount and broadening the attenuation range, and has a significant effect on the vibration control of the specific frequency of the periodically arranged plate structure. The research results can provide theoretical basis for vibration and noise reduction in the field of rail transit.

Key words: band gap; amplitude magnification mechanism; null space technology; energy method

Citation format: GUO S Y, YAN J W, HONG X, et al. Analysis of band gap characteristics of metamaterial plates based on null space method[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2026,43(1): 12-19.

传统的减振技术(如主动振动控制、阻尼处理、动态减振器等)在理论上具有一定的减振潜力,但在实际应用中仍面临成本过高、安装复杂、特定频率振动难以控制等问题,导致效果并不理想。因此,深入探究振幅增强型^[1]超材料^[2-3]板中弹性波的带隙^[4-5]特性,对于提升轨道交通系统中轨道板的减振效果具有现实意义。

近年来,振动控制领域的学者们聚焦在如何有效抑制板状结构的低频振动这一难题, Xi等^[6]提出了一种杠杆型惯性放大结构,该机构包括一个刚性的杠杆铰链在主板上的两个独立的位置和一个小的质量安装在杠杆的末端,一定程度上可以提升板状结构在低频范围内的减振能力。振幅增强(amplitude magnification, AM)是一种通过有效放大抑振装置的等效质量、刚度、阻尼来提高抑振装置的工作能力的机制,该机制不仅可以增强抑振装置的惯性,而且还可以同时增强其阻尼和刚度特性。Feng等^[7]提出采用振幅增强机构来提高抑振装置工作能力,并证明其具有更好的减振效果。Yu等^[8], Liu等^[9]提出了局域共振概念,创新性的将周期结构的应用领域进行了拓宽,该研究证明了将吸振装置作为局域共振器,可以通过将其周期性地布置于结构中而有效地抑制波在结构中的传播。邢子康等^[10]提出了一种含有杠杆元件的新型动力吸振器模型,并对其进行了参数优化,发现其减振效果相较于已有的经典动力吸振器模型更加良好。从上述研究中可以得知,振幅增强机制可以有效增加动力吸振器(dynamic vibration absorber, DVA)在低频范围内的工作能力,杠杆则是一种理想的放大机构。

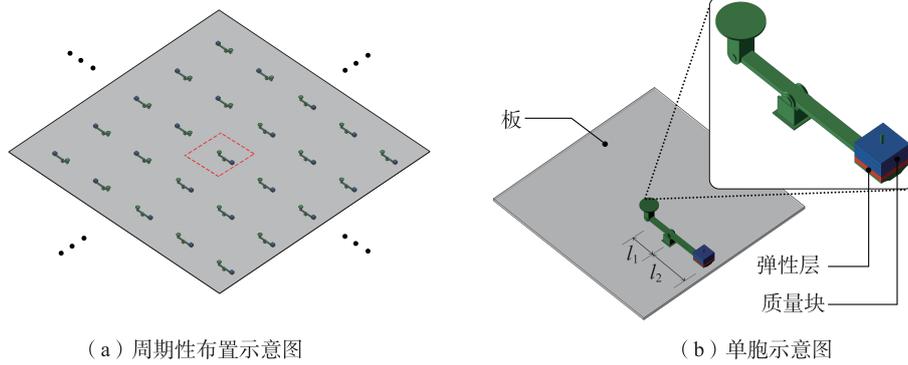
本文提出一种振幅增的策略,将吸振器和杠杆^[11-12]通过弹性材料连接,使吸振器获得更大的有

效质量,从而实现宽频减振。振动以弹性波的形式进行传递,而对于周期结构而言,其独特的滤波性质使得某些特定频率的波能够在结构中得到传播,而其他频率的波则会产生衰减。这种独特的性质,被称为带隙特性,为周期结构在多个领域中的应用提供了理论基础。郭文杰等^[13]针对传统能量法求解周期排桩结构带隙时的问题,基于零空间技术处理各类边界约束,克服了形函数构造中边界依赖问题,对于处理周期结构的边界问题更有优势。本文采用零空间计算方法(NSM),最早由Deng等^[14]提出,其基本思想是直接约束条件开始求得零空间基础解,再由这些基本解的线性叠加来得到结构的特征方程解,便可得到同时满足运动方程和约束条件的解。此方法不再依靠原始的容许函数来满足约束条件,使得计算效率大幅提高,能够准确求解振幅增强型动力吸振器(AMDVA)超材料板的频散曲线。本文利用模型验证了振幅增强装置对振动抑制的能力,分析了装置参数对其工作能力的影响,并对振动传递率进行了分析,可为轨道交通领域的减振降噪设计提供理论依据。

1 理论计算

1.1 装置模型介绍

本文探究接地式^[15]AMDVA对周期布设的板的工作能力特性。如图1(a)所示,将接地式AMDVA布设在薄板下方,并将其周期性排列形成超材料板。图中灰色半透明部分为薄板,浅绿色部分为杠杆,深黄色部分为质量块,浅黄色部分为弹性层,其中一个胞元如图1(b)所示。图1中受控点到支撑点的距离为 l_1 ,支撑点到质量块的距离为 l_2 。



(a) 周期性布置示意图

(b) 单胞示意图

图1 周期布置AMDVA的超材料板模型

Fig. 1 Metamaterial plate model with periodic arrangement of AMDVA

图2为一个超材料板胞元的详细结构示意图,其中接地式ADMVA装置通过受控点与板相连接,支撑点与地面固定点连接。要提升接地式AMDVA的工作能力就要放大受控点的振幅以增加DVA的有效质量和刚度。若受控点处板的垂向位移为 w_1 ,此时DVA处的位移为 αw_1 。其中,振幅放大系数为 $\alpha=l_2/l_1$ 。AMDVA的质量 m_{DVA} 由质量块提供,AMDVA的阻尼 c_{DVA} 和刚度 k_{DVA} 则由弹性层提供。

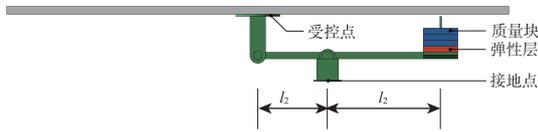


图2 接地式AMDVA模型

Fig. 2 Model of grounded AMDVA

1.2 基于零空间法的带隙计算

在之前的工作中,我们提出了通过人工弹簧模型和能量法计算实能带的方法,本文在此基础上,引入零空间法处理周期性的边界条件,不仅使得计算效率大幅提高,同时能够高效准确的求解。板的垂向振动可以由与时间相关的未知系数 $d_i(t)$ 和与位置相关的形函数 $f_i(x,y)$ 组成

$$\begin{cases} w(x,y,t) = \sum_i d_i(t) f_i(x,y) = \mathbf{d}^T \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \mathbf{d} \\ \theta_x(x,y,t) = \sum_i d_i(t) f_i(x,y) = \mathbf{d}^T \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \mathbf{d} \\ \theta_y(x,y,t) = \sum_i d_i(t) f_i(x,y) = \mathbf{d}^T \mathbf{f} = \mathbf{f}^T \mathbf{d} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $w(x,y,t)$ 为板的垂向振动位移; $\theta_x(x,y,t)$ 、 $\theta_y(x,y,t)$ 分别为 x 方向和 y 方向的转角函数; $d_i(t)$ 为 $d_i(t) = \bar{A}_i e^{i\omega t}$ 。周期单元在 x,y 方向上的位移需满足

Bloch周期性边界条件,即

$$\begin{cases} f(-a,y) = f(a,y) e^{-ik_x 2a} = f(a,y) \lambda x \\ f(x,-a) = f(x,a) e^{-ik_y 2a} = f(x,a) \lambda y \end{cases} \quad (2)$$

板的动能和应变能表示为

$$E_B = \frac{\rho h}{2} \int_{-a}^a \int_{-a}^a \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{M}_B \dot{\mathbf{b}} \quad (3)$$

$$U_B = \frac{D}{2} \int_{-a}^a \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \right. \quad (4)$$

$$\left. 2(1-\mu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy = \frac{1}{2} \mathbf{b}^H \mathbf{K}_B \mathbf{b}$$

式中: ρ, μ, D, h, E 和 I 分别为板的密度,泊松比,抗弯刚度,厚度,弹性模量和转动惯量; $\mathbf{b}^H = [d_1^H, d_2^H, d_3^H, d_4^H]$,上标H表示共轭转置, $\dot{\mathbf{b}}^H$ 表示对 \mathbf{b}^H 时间的导数; \mathbf{M}_B 和 \mathbf{K}_B 分别为板的质量矩阵和刚度矩阵。进一步的,计算AMDVA的能量泛函。AMDVA和板的中点连接,因此根据板的位移可以得到接地式AMDVA的动能、弹性势能和阻尼耗散能分别为

$$\begin{cases} E_{\text{AMDVA}} = \frac{1}{2} m_{\text{DVA}} \dot{u}^2 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{M}_{\text{AMDVA}} \dot{\mathbf{b}} \\ U_{\text{AMDVA}} = \frac{1}{2} k_{\text{DVA}} [\alpha w(0,0) - u]^2 = \frac{1}{2} \mathbf{b}^H \mathbf{K}_{\text{AMDVA}} \mathbf{b} \\ C_{\text{AMDVA}} = \frac{1}{2} c_{\text{DVA}} [\alpha \dot{w}(0,0) - \dot{u}] [\alpha \dot{w}(0,0) - \dot{u}] = \\ \frac{1}{2} \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{L}_{\text{AMDVA}} \dot{\mathbf{b}} \end{cases} \quad (5)$$

综上,可以得到一个周期单元的拉格朗日量为

$$\begin{aligned} \Pi &= E_B + E_{\text{AMDVA}} - U_B - U_{\text{AMDVA}} - C_{\text{AMDVA}} \\ &= \frac{1}{2} [\dot{\mathbf{b}}^H (\mathbf{M}_B + \mathbf{M}_{\text{AMDVA}}) \dot{\mathbf{b}} - \\ &\quad \mathbf{b}^H (\mathbf{K}_B + \mathbf{K}_{\text{AMDVA}}) \mathbf{b} - \dot{\mathbf{b}}^H \mathbf{L} \mathbf{b}] \end{aligned} \quad (6)$$

此时,由于边界条件的存在, \mathbf{b} 和 $\dot{\mathbf{b}}$ 中含有线性相

关系数,因此无法直接变分求解。为此对周期边界条件作如下处理得

$$\begin{cases} u_x(-a,y) - u_x(a,y)\lambda x = 0 \\ u_y(-a,y) - u_y(a,y)\lambda x = 0 \\ u_x(x,-a) - u_x(x,a)\lambda y = 0 \\ u_y(x,-a) - u_y(x,a)\lambda y = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式中: u_x, u_y 分别为周期单元在 x, y 方向上的位移; k_x, k_y 分别为 x, y 方向的波数。将上式以矩阵形式表达为

$$\begin{bmatrix} [f(-a,y) - f(a,y)\lambda x]^H & 0 \\ 0 & f(-a,y_s) - f(a,y_s)\lambda x]^H \\ f(x,-a) - f(x,a)\lambda y]^H & 0 \\ 0 & f(x_s,-a) - f(x_s,a)\lambda y]^H \end{bmatrix} \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (8)$$

即 $\mathbf{J}\mathbf{b} = \mathbf{0}$, 利用零空间^[14]处理得

$$\mathbf{Z} = \text{null}(\mathbf{J}) \quad (9)$$

式中: \mathbf{Z} 为 $\mathbf{J}\mathbf{b} = \mathbf{0}$ 的基础解系组成的集合, \mathbf{b} 可以表示为: $\mathbf{b} = \mathbf{Z}\mathbf{d}$, \mathbf{d} 为基础解系的未知系数列向量, 它们之间线性无关。则振幅增强型超材料板单元总能量泛函可以表示为

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{1}{2} [& (\mathbf{Z}\dot{\mathbf{d}})^H (\mathbf{M}_B + \mathbf{M}_{\text{AMDVA}}) (\mathbf{Z}\dot{\mathbf{d}}) - \\ & (\mathbf{Z}\mathbf{d})^H (\mathbf{K}_B + \mathbf{K}_{\text{AMDVA}}) (\mathbf{Z}\mathbf{d}) - \\ & (\mathbf{Z}\dot{\mathbf{d}})^H \mathbf{L}_{\text{AMDVA}} (\mathbf{Z}\mathbf{d})] \end{aligned} \quad (10)$$

结合 Euler-Lagrange 方程 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \dot{\mathbf{d}}} \right) - \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{d}} \right) = 0$, 振幅增强型超材料板周期结构的运动方程可以表示为

$$\Pi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (\mathbf{Z}\dot{\mathbf{d}})^H (\mathbf{M}_B + \mathbf{M}_{\text{AMDVA}}) (\mathbf{Z}\dot{\mathbf{d}}) \\ -(\mathbf{Z}\mathbf{d})^H (\mathbf{K}_B + \mathbf{K}_{\text{AMDVA}}) (\mathbf{Z}\mathbf{d}) \\ -(\mathbf{Z}\dot{\mathbf{d}})^H \mathbf{L}_{\text{AMDVA}} (\mathbf{Z}\mathbf{d}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: ω 为振幅增强型超材料板周期结构的频率。因为振幅增强型超材料板周期结构具有几何对称性, 所以在第一不可约布里渊区中取值方可表示所有的 Bloch 波矢。扫描第一布里渊区 (first brillouin zone) $\mathbf{k}_x \times \mathbf{k}_y = \left[0, \frac{\pi}{a} \right] \times \left[0, \frac{\pi}{a} \right]$ 的波数, 可以得到振幅增强型超材料板周期结构的振动频散曲线。

2 数值分析

2.1 模型参数

在本文中, 板的材料为混凝土, 弹性模量为 25 GPa, 密度为 2 700 kg/m³, 泊松比为 0.3, 板的长度和宽度均为 0.1 m, 厚度为 0.002 m。质量块和一

个周期单元板的质量比为 0.03, 吸振频率 $f_{\text{DVA}} = 500$ Hz, 刚度取值采用单自由度的固有频率计算公式得到: $k_{\text{DVA}} = m_{\text{DVA}} (2\pi f_{\text{DVA}})^2$, AMDVA 的放大系数设置为 $\alpha = 7$ 。在后续分析中, 若非特别说明, 则维持上述参数不改变。

2.2 收敛性分析

在使用零空间求解时, 形函数的个数对收敛性存在很大的影响。因此, 我们采用控制变量的方法来验证形函数的个数是否收敛。本文通过 N 个形函数模型位移, N 的大小也决定了频散曲线求解的精度。从频散曲线中尽可能分散的取 1 600 Hz 内 3 个频率不同的点为研究对象, 其形函数的收敛曲线如图 3 所示。从图 3 可以看到, 当形函数个数 N 大于 13 时, 频率值已基本不再变化, 曲线趋于平稳, 则可以认定形函数的取值已收敛于周期性边界。因此, 在后续的分析中, 形函数个数 N 取值为 14。

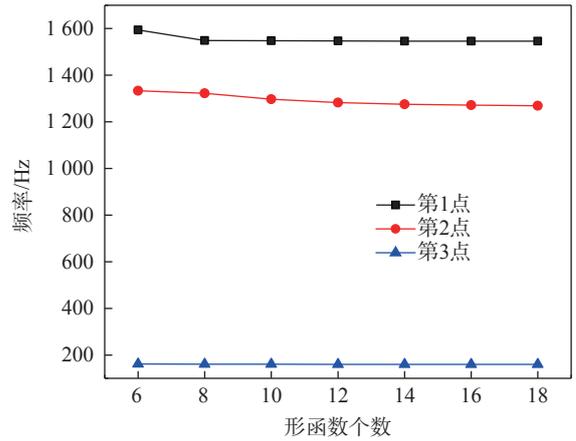


图3 形函数个数的收敛曲线

Fig. 3 Convergence curve of the number of shape function

2.3 准确性验证

通过 COMSOL 准确计算出周期结构的带隙特性再与本方法加以对比, 便可有效验证本文方法的准确性。

图 4 为 COMSOL 的有限元模型。图 4 中蓝色部分为薄板, 红色部分为杠杆, 运用固体力学模块将二者通过弹簧阻尼器连接; 弹簧阻尼器一端连接位于板的几何中心的受控点, 另一端与杠杆的一端相连接, 其垂向刚度设置为 1×10^{12} N/m 以模拟刚性连接; 杠杆的另一端黑色部分为质量块, 质量块与杠杆之间同样通过弹簧阻尼器相连, 其刚度取值与吸振器刚度取值一致。在红色部分杠杆上, 黑色竖

线处为模型的接地点,通过将基础各向弹簧刚度均设为 1×10^{15} N/m来模拟刚性固定约束,并在板的四周设定周期性边界条件,再添加特征频率研究得到结构的频散曲线。

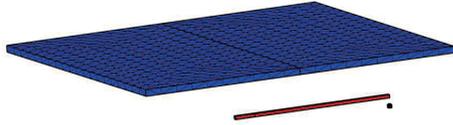


图4 有限元模型
Fig. 4 Finite element model

图5为有限元COMSOL计算结果与本方法计算的频散曲线的对比图,其中红色实线为本方法算出的结果,蓝色虚线为有限元COMSOL计算的结果。从图5中可以看出,二者结果符合良好。当频率位于图中灰色区域B时,没有任何实波数与之对应,说明在该频率范围内时没有任何传播波模式,即159~289 Hz区间为一条130 Hz宽的完全带隙。与此同时,在 ΓX 方向上存在灰色区域A,即455~715 Hz内存在一条宽度为260 Hz的方向带隙。

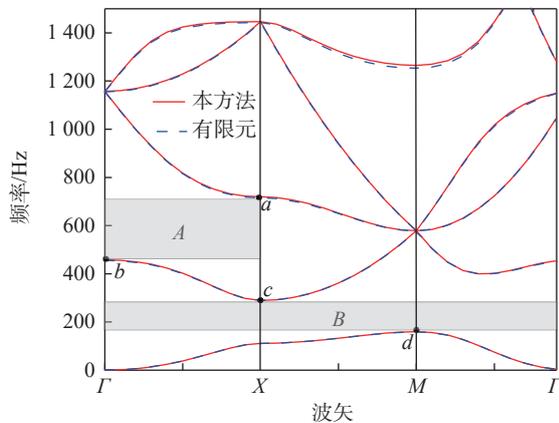


图5 频散曲线对比图
Fig. 5 Comparison of dispersion curve

在结果高度吻合的同时,本方法将计算时间由COMSOL的171.0 s缩短至2.4 s,计算效率提高了71.25倍。这是由于零空间技术能够有效克服复杂边界中构造周期性结构形函数难以满足所需条件的问题,能够对频散曲线进行高效求解,相较于COMSOL有限元法大幅提升计算效率。其基本思想是直接从约束条件开始求得零空间基础解,再由这些基本解的线性叠加来得到结构的特征方程解,那么便可得到同时满足运动方程和约束条件的解。

在图4中有限元模型的基础上,去掉周期边界条件,添加 1×20 阵列,在阵列的一端的中点运用固体力学施加点载荷,更改为频域研究,并在该点和阵列的另一端的中点即加载点和提取点得到垂向位移响应 w_0, w_r ,再利用传递率的计算公式 $T_n = 20 \log_{10} \left| \frac{w_r}{w_0} \right|$,可以得到 ΓX 方向振动传递率,其结果如图6所示。从图6中可见,传递率在两个灰色区域存在明显的衰减,与频散曲线中 ΓX 方向上的两条带隙出现频率一致,由此同样可以得证本文算法的准确性。

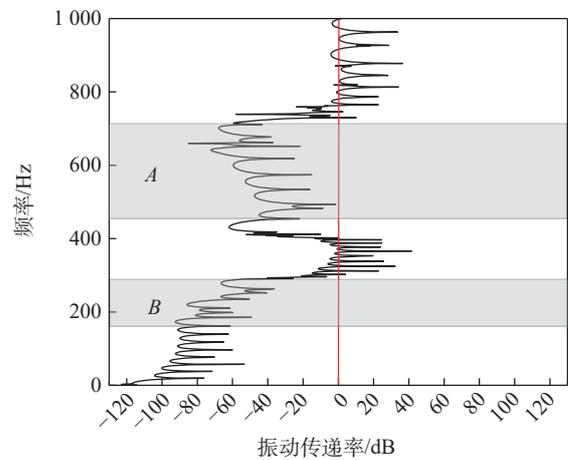


图6 传递率对比图
Fig. 6 Comparison of transmission rate

从图5中可以看出,点a、b分别是方向带隙A的截止频率点和起始频率点,点c、d分别是全带隙B的截止频率点和起始频率点。上述点a、b、c、d分别对应图7(a),图7(b),图7(c),图7(d),其中图7(a)和图7(c)所表示的截止频率点的振型主要是板在垂向振动,质量块的振动幅度相对较小;而图7(b)和图7(d)所表示的起始频率的振型板的垂向振动幅度较小,可以认为板的能量主要传递到了吸振器当中。

3 带隙特性分析

带隙下边界对应频率称为起始频率(lower bound frequency, LBF),上边界对应频率称为截止频率(upper bound frequency, 简称UBF),带隙所包含的频率段称为带隙宽度(width of attenuation zone, WAZ)。通过分析带隙特性,可以有效的评估振幅增强型超材料板周期结构的减振性能。分析带隙的特性,就是对带隙的起、止频率以及对应的

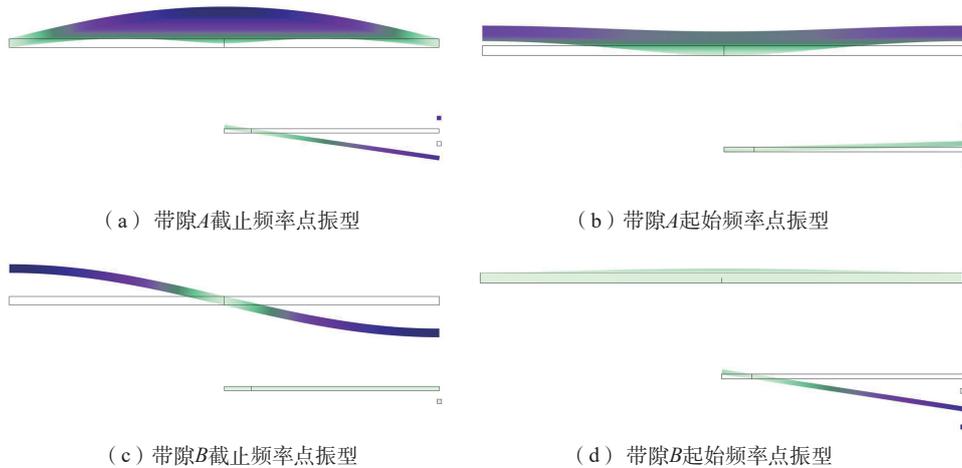


图7 带隙起止点振型图

Fig. 7 Band gap starting and ending point vibration mode diagram

带隙宽度进行全面分析。在设计接地式 AMDVA 时,质量比和放大系数是影响 AMDVA 减振能力的重要因素。在前文所规定的材料参数的基础上,假设其他参数不发生改变,仅对放大系数、质量比进行调节,通过控制变量的方法,探究它们对带隙的影响。

3.1 放大系数对带隙的影响

前文提到,当受控点的位移为 w_1 时,此时 DVA 的位移就是 αw_1 ,放大系数 α 对 AMDVA 的减振效果存在极大的影响。虽然放大系数 α 的取值越大就会增大 DVA 处的位移,但是放大系数的取值也不是越大越好,这是由于当放大系数增大,对杠杆的材料的要求便会越来越严苛,同时装置的体积增大使得安装所需要的空间也越来越大,倾覆的风险也随之增加。放大系数对带隙的影响如图 8 所示。

从图 8 中可以看出,当放大系数 $\alpha > 3$ 时 AMDVA 的工作效果非常显著,此时带隙宽度为正值,即存在一条完全带隙。由此也可侧面佐证 AMDVA 相较于普通 DVA 增大了其等效质量,因而带来了更好的减振效果,有着宽频增带的作用。当 α 为 4~10 时,带隙的截止频率不会发生改变,而起始频率则不断降低,因而使得带隙宽度逐渐增加,意味着振幅增强型超材料板的减振效果得到明显提升的同时,减振频率得到了极为显著的拓宽。图 8 中表示起始频率的红线下降速度基本趋于稳定,其斜率变化不大,因而带隙宽度的增速在放大系数 α 从 2 提升到 10 的过程中较为稳定,可以认为放大系数在这个区间内的改变对于振幅增强型超材料板的工作效

果的提升是相当稳定的。因此,只要材料强度和安装空间允许,并且在成本可接受的范围内,应尽可能使用更大的放大系数 α ,获得更好的减振效果。

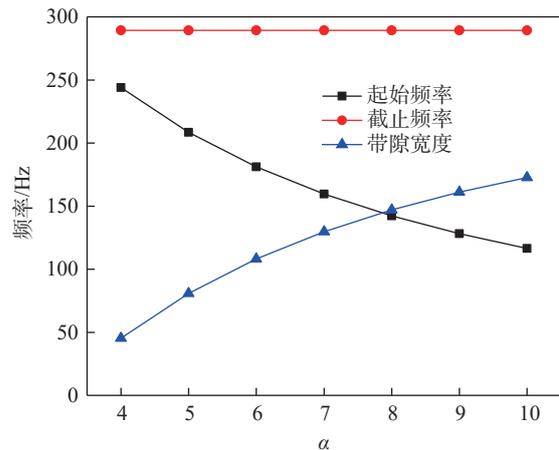


图8 放大系数 α 对带隙起止点及宽度的影响

Fig. 8 Effect of the amplification coefficient α on the starting and ending points and width of band gap

3.2 质量比对带隙的影响

质量比是质量块的质量与一个周期单元板的质量的比值,当质量比发生变化时,质量块的质量随之发生改变,此时振幅增强装置的 DVA 的有效质量发生改变,直接对 AMDVA 的减振效果产生影响,分析质量比对带隙的影响如图 9 所示。从图 9 中可以看出:质量比对 AMDVA 的减振效果的影响是十分显著的。换言之,对质量比的大小进行调控,能够对接地式 AMDVA 的工作能力的提高起到关键的作用;当质量比相对较大时,AMDVA 具有

较大的衰减率和较宽的衰减频率范围。从图9中可以看出当质量比为0.01~0.04时,带隙宽度曲线的斜率明显更大,这说明在这个区间内质量比增加对带隙宽度的增加有明显效果。换言之,质量比在0.03附近时提升质量比对振幅增强型超材料板的减振效果提升较为显著。当质量比大于0.06之后,带隙宽度的增速明显放缓,此时质量比对带隙的影响相对减弱,再通过提升质量比来改善振幅增强型超材料板的减振效果,其方法效率将大打折扣。

3.3 振动传递率分析

将普通DVA布设在薄板下,并在质量块与薄板之间添加与前文相同弹簧阻尼器以控制变量,而后同样形成 1×20 的阵列,并采用相同的研究计算出铺设普通DVA的板的传递率,如图10(a)所示。对比前文计算的铺设AMDVA的超材料板的传递率,如图10(b)所示,分析得到AMDVA的优势。

由图10(a)中可见仅布设计频率为500 Hz的减振器时,传递率仅仅在500 Hz附近有衰减域(图10(a)中灰色区域),且最大的衰减值为36.1 dB;而图10(b)中可见布设AMDVA时存在两个衰减域

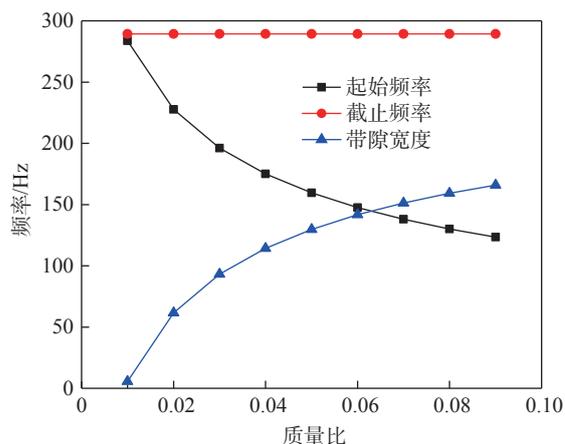


图9 质量比对带隙起止点及宽度的影响

Fig. 9 Effect of mass ratio on the starting and ending points and width of band gap

(图10(b)中灰色区域),两个衰减域的最大衰减值分别为92.5 dB和85.1 dB。将图10(a)与图10(b)中的两个衰减域进行对比,可以明显看出图10(b)中布设AMDVA的超材料板衰减域的衰减范围明显拓宽,同时衰减量明显增大,最大提高了56.4 dB,这说明在板之间传递的弯曲波得到了良好的调控。

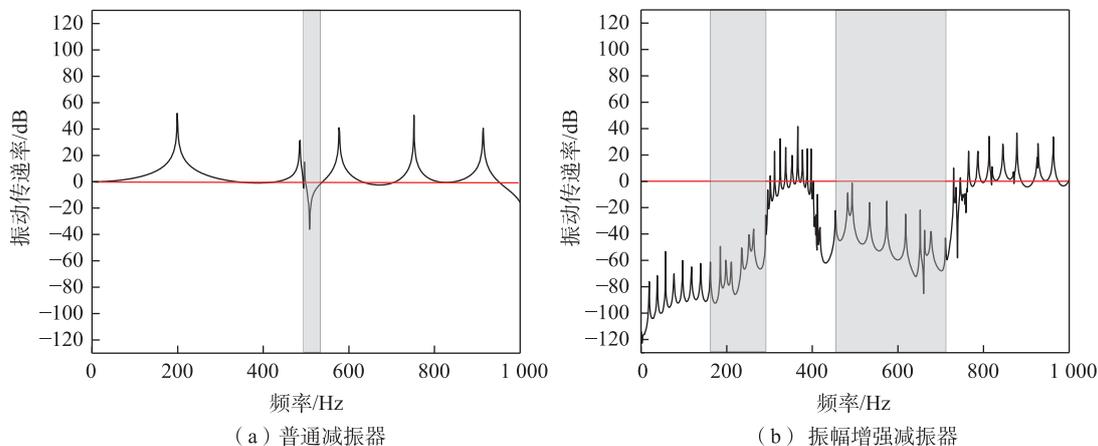


图10 板状结构振动传递率对比图

Fig. 10 Comparison of vibration transmissibility for plate structure

4 结论

1) 振幅增强型超材料板相比传统减振器有着更大的减振范围、更强的减振效果,衰减区域和衰减量也显著增大。

2) 带隙的截止频率不随放大系数和质量比的变化而变化;增加放大系数和质量比,可有效提高装置的工作能力。

3) 零空间技术相较于COMSOL有限元法计算效率提升71.25倍,通过同时满足运动方程和约束条件的解来进行计算,使得计算时间由171.0 s大幅缩短至2.4 s。

参考文献:

- [1] 罗文俊,张梁,郭文杰,等.基于振幅放大机制的无砟轨道周期结构弯曲波调控研究[J].华东交通大学学报,

- 2024, 41(2): 25-32.
- LUO W J, ZHANG L, GUO W J, et al. Research on bending wave control of ballastless track periodic structure based on amplitude amplification mechanism[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2024, 41(2): 25-32.
- [2] LIU Z Y, ZHANG X X, MAO Y W, et al. Locally resonant sonic materials[J]. Science, 2000, 289(5485): 1734-1736.
- [3] DAL POGGETTO V F, SERPA A L. Elastic wave band gaps in a three-dimensional periodic metamaterial using the plane wave expansion method[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 184: 105841.
- [4] 冯青松, 杨舟, 郭文杰, 等. 基于人工弹簧模型的周期结构带隙计算方法研究[J]. 力学学报, 2021, 53(6): 1684-1697.
- FENG Q S, YANG Z, GUO W J, et al. Research on band gap calculation method of periodic structure based on artificial spring model[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(6): 1684-1697.
- [5] XIAO Y, WEN J H, YU D L, et al. Flexural wave propagation in beams with periodically attached vibration absorbers: band-gap behavior and band formation mechanisms [J]. Journal of Sound and Vibration, 332(4): 867-893.
- [6] XI C Y, ZHENG H, MI Y Z, et al. Lever-type inertial amplification plates for low-frequency vibration reduction [J]. Thin-Walled Structures, 2023, 192: 111131.
- [7] FENG Q S, YANG Z, GUO W J, et al. Enhanced suppression of vibrational wave transmission in structures with periodically attached absorbers exploiting amplitude magnification mechanisms[J]. European Journal of Mechanics - A/Solids, 2022, 95: 104666.
- [8] YU D L, LIU Y Z, WANG G, et al. Flexural vibration band gaps in Timoshenko beams with locally resonant structures[J]. Journal of Applied Physics, 2006, 100(12): 124901.
- [9] LIU Y Z, YU D L, LI L, et al. Design guidelines for flexural wave attenuation of slender beams with local resonators[J]. Physics Letters A, 2007, 362(5/6): 344-347.
- [10] 邢子康, 申永军, 邢海军, 等. 一种含有杠杆元件的动力吸振器参数优化[J]. 振动工程学报, 2020, 33(2): 347-355.
- XING Z K, SHEN Y J, XING H J, et al. Parameters optimization for a type of dynamic vibration absorber with lever component[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(2): 347-355.
- [11] ÖZYAR O, YILMAZ Ç. A self-tuning adaptive-passive lever-type vibration isolation system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 505: 116159.
- [12] 李春祥, 王肇民. 杠杆式多重调谐质量阻尼器的动力特性[J]. 固体力学学报, 2003, 24(4): 451-455.
- LI C X, WANG Z M. Dynamic characteristics of lever-type multiple tuned mass dampers[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2003, 24(4): 451-455.
- [13] 郭文杰, 李佳宝, 罗文俊, 等. 基于区域分解及零空间技术的周期排桩结构带隙计算方法与特性研究[J]. 岩土工程学报, 2024, 46(3): 648-654.
- GUO W J, LI J B, LUO W J, et al. Method and characteristics of band gap of periodic pile row structures based on domain decomposition and nullspace technology[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2024, 46(3): 648-654.
- [14] DENG J, XU Y X, GUASCH O, et al. Nullspace technique for imposing constraints in the Rayleigh-Ritz method[J]. Journal of Sound Vibration, 2022, 527: 116812.
- [15] 杨晓彤, 申永军, 王俊锋. 一种含放大机构、惯容和接地刚度的动力吸振器的参数优化[J]. 振动与冲击, 2022, 41(21): 308-315.
- YANG X T, SHEN Y J, WANG J F. Parametric optimization of a DVA with amplifying mechanism, inerter and grounded stiffness[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(21): 308-315.



第一作者:郭赛扬(2001—),男,博士研究生,研究方向为轨道交通振动噪声。E-mail:2023138086100095@ecjtu.edu.cn。



通信作者:郭文杰(1991—),男,副教授,博士,硕士生导师,研究方向为轨道交通振动噪声。E-mail:guowenjie@ecjtu.edu.cn。

(责任编辑:吴海燕)