

高速铁路轨道动力学 程序设计

雷晓燕 著

High-Speed Railway Track Dynamics
Programming

Lei Xiaoyan



科学出版社

高速铁路轨道工程丛书

高速铁路轨道动力学程序设计

雷晓燕 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书是《高速铁路轨道动力学-模型、算法与应用》的姊妹篇，重点论述若干典型的高速铁路车辆-轨道耦合系统动力学模型与程序设计，包括轨道不平顺功率谱及数值模拟、轨道结构动力分析的傅里叶变换法与程序、轨道单元模型与轨道结构动力有限元方程、车辆垂向振动模型及动力学方程、车辆-轨道非线性耦合系统动力分析的交叉迭代算法与程序、列车-轨道-桥梁耦合系统纵向/垂向动力有限元模型与程序、动轮单元-轨道-桥梁耦合系统动力有限元模型与程序、列车-轨道耦合系统动力有限元模型与程序、车辆-轨道耦合系统动力学模型中的几个问题，基于谱单元法的轨道结构中高频振动分析及程序，以及车辆-轨道-大地耦合系统振动敏感频率分布规律。

本书可供交通、土木、道路与铁道工程等相关专业的本科生、研究生、教师和工程技术人员参考使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

高速铁路轨道动力学程序设计/雷晓燕著. —北京:科学出版社,2024.1

(高速铁路轨道工程丛书)

ISBN 978-7-03-077594-8

I. ①高… II. ①雷… III. ①高速铁路-轨道力学-动力学-程序设计 IV. ①U213.2

中国国家版本馆 CIP 数据核字 (2023) 第 252868 号

责任编辑:张艳芬 / 责任校对:崔向琳

责任印制:师艳茹 / 封面设计:无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

三河市春园印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2024年1月第一版 开本:720×1000 B5

2024年1月第一次印刷 印张:24 插页:12

字数:512 000

定价:240.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

“高速铁路轨道工程丛书”编委会

顾 问：陈政清 杜彦良

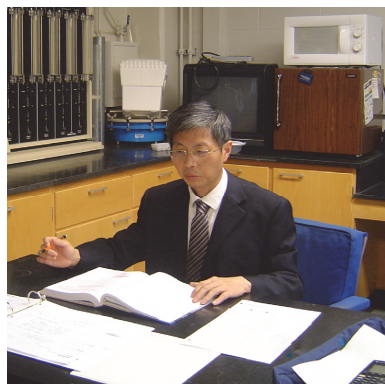
主 编：雷晓燕

副主编：赵国堂 高 亮 王 平 刘林芽
魏英杰 尹学军

秘书长：冯青松

编 委：杨国涛 王继军 蔡小培 陈 嵘
练松良 叶霞飞 谢伟平 罗文俊
陈华鹏 张鹏飞 罗 锴 王卫东
娄 平 陈进杰 岳祖润 农兴中
罗信伟 李 斌 李秋义 姚 力

作者简介



雷晓燕, 华东交通大学教授, 博士生导师, 1989年获清华大学固体力学博士学位。国家首批“百千万人才工程”第一、二层次人才、江西省主要学科学术和技术带头人, “赣鄱英才555工程”领军人才、江西省“井冈学者”特聘教授。

雷晓燕教授主要从事高速铁路轨道动力学、轨道交通环境振动与噪声等方面的研究, 发表学术论文250余篇, 出版学术专著8部, 授权发明专利15项, 计算机软件著作权20项。

主持国家重点基础研究发展计划, 国际科技合作与交流专项, 国家、省部自然科学基金, 重大国际招标, 教育部、中国国家铁路集团有限公司等项目60余项。作为第一完成人获国家科技进步奖二等奖(2011年)、江西省自然科学奖一等奖(2005年)、江西省科技进步奖一等奖(2009年、2018年)、铁道科学技术奖一等奖(2011年)、高等学校科学研究优秀成果奖自然科学奖二等奖(2010年)、高等学校科学研究优秀成果奖科技进步奖二等奖(2017年)、江西省优秀教学成果奖一等奖(2010年)。《现代轨道理论研究》入选国家新闻出版广电总局“三个一百”原创出版工程(2007年)。2022年获Best Researcher Award(最佳研究者奖)。2023年入选全球前2%终身影响力和年度影响力顶尖科学家榜单。

“高速铁路轨道工程丛书”序

高速铁路具有速度快、运能大、安全性高、全天候运行、节能环保等优势，已成为航空、水运、公路、铁路四大交通中最经济、最有效、最环保的运输方式，是解决我国交通需求矛盾优先发展的方向。

进入 21 世纪以来，中国高速铁路发展迅猛，取得了举世瞩目的成就。截至 2021 年底，中国高速铁路运营里程突破 4 万公里，居世界第一。高速铁路的迅猛发展，缩短了人们的时空距离，改善了人们的生活水平，极大地促进了社会进步和经济发展。高速铁路的建设不仅带动了信息、材料、能源、制造等领域高新技术的进步与发展，还促进了制造业、建筑业、农业、能源工业、旅游业等行业的繁荣发展。在今后相当长的一段时期中，高速铁路对我国经济社会发展和城市化进程将发挥重要的促进和推动作用。

轨道工程是高速铁路、普速铁路、重载铁路、城市轨道交通及磁悬浮铁路中的重要基础设施，主要涉及轨道-路基系统，轨道-桥梁系统和轨道-隧道系统的结构设计、施工、建造、运维、安全保障及与环境协调技术。高速铁路轨道工程是支撑国家高速铁路和轨道交通建设、运维、保障安全与可持续发展的重要工程。当前我国高速铁路正从大规模设计、建造逐步转入检测维护、运营安全保障和运营品质提升。为进一步推动我国高速铁路轨道工程技术发展，引领国际轨道交通发展，亟须深入系统地总结我国高铁轨道工程的技术经验，解决建设和运营中诸多科技难题与挑战，厘清其中的关键科学技术问题，把握前沿发展方向，规划布局并推进关键基础理论和技术研究创新，更好地支撑轨道交通事业的快速发展。

“高速铁路轨道工程丛书”联合了国内相关领域的主要高等院校、科研机构 and 设计院等单位，围绕高速铁路轨道工程复杂系统的安全性、可靠性、耐久性、可维护性及与环境协调等工程科学与技术问题，系统总结和论述高速铁路轨道动力学理论、模型与算法，轨道交通环境振动与噪声预测、评估与控制技术，轨道结构服役性能检测与状态评估技术，轨道结构全寿命周期服役性能保持技术，以及轨道结构智能运维技术等关键科学问题，为高速铁路轨道工程设计、建设、运营、维护和可持续发展提供技术支撑。丛书将系统论述基本概念、理论模型、数值方法、实验技术、技术规范、检测与评估方法，以及工程实例，力求系统性、

先进性、实用性和前瞻性。

希望该丛书的出版，对我国交通强国建设、人才培养起到积极的推动作用。

“高速铁路轨道工程丛书”编委会

2022年6月

前 言

中国高速铁路的建设和发展取得了令人瞩目的成就。截至 2021 年底,我国铁路运营总里程约为 15 万公里,其中高速铁路运营总里程已突破 4 万公里,成为世界上高速铁路投产运营里程最长、在建规模最大的国家。与此同时,我国已有 50 个大中城市拥有城市轨道交通,总里程达 9192 公里,居世界第一。高速铁路和轨道交通已成为拉动经济社会发展的重要引擎,为国民经济又好又快发展做出了重要贡献,同时也极大提升了中国在国际上的地位。

然而,随着列车速度的不断提高、行车密度的不断加大、运输重量的不断增加,列车与轨道间的相互作用也不断加剧,导致轨道结构病害频繁出现。为适应铁路发展的这种变化,世界各国都加强了技术创新,在轨道交通中广泛采用新技术、新工艺、新材料、新设计和科学管理方法,涌现一批新的轨道结构型式及用于特定目的的特殊轨道,如德国的博客板轨道、双块式轨道,中国的 CRST III 型轨道、75kg 重型轨道,以及用于减振降噪的钢弹簧浮置板轨道和嵌入式轨道等。轨道动力学作为轨道结构设计和制造的基础,在轨道技术创新中发挥着越来越重要的作用。高速列车在轨道上运行时,机车车辆与轨道结构通过轮轨关系相互关联、相互作用,是一个复杂的动态耦合系统。在研究机车车辆动力学性能时,不能简单地视线路为外激干扰。同样,线路也不存在独立于列车的激扰特性。因此,在分析列车和轨道结构的动力特性时,必须将车辆和轨道结构作为一个耦合系统加以研究。目前,国内外学者和工程技术人员在车辆-轨道耦合动力学研究中,主要采用商业软件和自编软件。商业软件,如 ANSYS、ABAQUS、UM 等,尽管功能十分强大,前后处理能力出色,但是只能处理一般的、带有共性的工程技术问题,对行驶于随机不平顺轨道上的列车引起的车辆-轨道耦合振动则无能为力。因此,深入研究列车-轨道耦合系统动力学性能更多地需要依靠自编软件。

本书作者从事铁道工程专业研究生培养二十余年,在教学实践中发现,大部分研究生都能较好地掌握轨道动力学理论、模型和算法,但只有少数同学具备程序编制的能力。为了缩小学生在学习理论模型与程序编制之间的差距,同时为从事轨道动力学研究与设计的学者和工程技术人员提供参考,作者将部分编制的车辆-轨道(-桥梁)耦合系统动力学程序加以整理、补充和完善,增加程序模块说明和注释,并给出源程序和计算实例,在此基础上形成这本专著。

本书在构建各种车辆-轨道耦合系统动力学模型、算法及程序设计时,特别

注重模型的合理与简易、算法的精确与高效、软件的易读与可移植，以及程序的工程实用性。书中建立的模型和开发的程序经过多年检算、修改和完善，已基本成熟。期望本书对读者能有一些启发和帮助。

本书的出版得到国家自然科学基金项目(51978264)和江西省科技专项(2023AEI91004)的资助。在本书付梓之际，向关心和支持过作者研究的单位和个人致以诚挚的谢意！特别要感谢博士孙魁、研究生王海、潘鹏和邢聪聪，他们协助编制了部分程序。最后要感谢我的同事和研究生们，以及科学出版社的魏英杰编审，本书的出版是他们共同努力的结果。

限于作者水平，书中难免存在不妥之处，恳请读者批评指正。



2022年于孔目湖

目 录

“高速铁路轨道工程丛书”序

前言

第 1 章 轨道随机不平顺及数值模拟	1
1.1 轨道随机不平顺特征	1
1.2 轨道结构随机不平顺功率谱	2
1.2.1 美国轨道不平顺功率谱	3
1.2.2 德国高速铁路轨道不平顺功率谱	4
1.2.3 日本轨道不平顺 Sato 谱	5
1.2.4 中国轨道不平顺功率谱	5
1.2.5 合一武客运专线轨道不平顺谱	7
1.3 轨道结构随机不平顺的数值模拟	11
1.4 三角级数法	12
1.4.1 三角级数法 1	12
1.4.2 三角级数法 2	12
1.4.3 三角级数法 3	13
1.4.4 三角级数法 4	13
1.5 基于轨道不平顺谱构建轨道随机不平顺样本程序	13
1.5.1 程序简介	13
1.5.2 程序模块	14
1.6 轨道结构随机不平顺样本	14
1.7 轨道局部不平顺	16
参考文献	17
第 2 章 轨道结构动力分析的傅里叶变换法与程序	18
2.1 轨道结构连续弹性单层梁模型	18
2.1.1 傅里叶变换	18
2.1.2 快速离散傅里叶逆变换	20
2.1.3 Matlab 快速离散傅里叶逆变换函数	21
2.2 轨道结构连续弹性双层梁模型	22
2.3 有砟轨道结构连续弹性三层梁模型	23

2.4	基于傅里叶变换法的有砟轨道结构振动分析程序	26
2.5	有砟轨道结构振动分析	26
2.6	无砟轨道结构连续弹性三层梁模型	31
2.6.1	轨道随机不平顺的数值模拟	32
2.6.2	求解无砟轨道结构连续弹性三层梁模型的傅里叶变换法	32
2.7	无砟轨道结构振动分析	33
	参考文献	38
第3章	轨道单元模型与轨道结构动力有限元方程	39
3.1	动力有限元概述	39
3.2	二维有限元梁单元模型	42
3.2.1	二维梁单元位移模式	42
3.2.2	二维梁单元特性矩阵	43
3.3	有砟轨道单元模型及动力有限元方程	46
3.3.1	基本假设	46
3.3.2	有砟轨道结构广义梁单元模型	47
3.4	有砟轨道单元模型	51
3.5	板式轨道单元模型	53
3.5.1	基本假设	53
3.5.2	板式轨道单元模型	54
3.6	考虑轨道板接缝的板式轨道单元模型	60
3.7	板式轨道-桥梁单元模型	61
3.7.1	基本假设	61
3.7.2	板式轨道-桥梁单元模型	61
3.8	考虑梁端接缝的板式轨道-桥梁单元模型	64
3.9	移动轴荷载作用下轨道动力学模型	65
	参考文献	66
第4章	车辆垂向振动模型及动力学方程	68
4.1	单轮附有一系悬挂的车辆模型	68
4.2	单轮附有二系悬挂的车辆模型	70
4.3	半车附有二系悬挂的车辆模型	71
4.4	整车附有二系悬挂的车辆模型	73
	参考文献	75
第5章	车辆-轨道非线性耦合系统动力分析的交叉迭代算法与程序	77
5.1	车辆-轨道非线性耦合系统动力分析的交叉迭代算法	77
5.2	车辆-轨道非线性耦合系统交叉迭代法程序设计	82

5.2.1	模型简介	82
5.2.2	程序模块	83
5.3	车辆-轨道非线性耦合系统动力分析	84
5.4	车辆-轨道-桥梁非线性耦合系统动力分析	90
5.5	结论	101
	参考文献	102
第 6 章	列车-轨道-桥梁耦合系统纵向/垂向动力有限元模型与程序	103
6.1	考虑纵向/垂向振动的车辆模型	103
6.1.1	车辆单元的势能	104
6.1.2	车辆单元的动能	105
6.1.3	车辆单元的耗散能	105
6.1.4	车辆单元的动力学方程	106
6.2	考虑纵向/垂向振动的无砟轨道-桥梁单元模型	107
6.2.1	基本假设	107
6.2.2	考虑纵向/垂向振动的无砟轨道-桥梁结构单元模型	107
6.2.3	单元质量矩阵	108
6.2.4	单元刚度矩阵	110
6.2.5	单元阻尼矩阵	113
6.2.6	单元结点荷载向量	113
6.2.7	考虑纵向/垂向振动的无砟轨道-桥梁结构动力有限元方程	114
6.3	列车-轨道-桥梁耦合系统纵向/垂向动力有限元方程交叉迭代算法	114
6.4	列车-轨道-桥梁耦合系统纵向/垂向动力有限元程序设计	115
6.4.1	模型简介	115
6.4.2	程序模块	116
6.5	列车-无砟轨道-桥梁耦合系统纵向/垂向振动分析	116
	参考文献	124
第 7 章	动轮单元-轨道-桥梁耦合系统动力有限元模型与程序	125
7.1	动轮单元模型	125
7.1.1	动轮单元的动能	126
7.1.2	动轮单元的势能	126
7.1.3	动轮单元动力学方程	127
7.2	考虑一系悬挂的动轮单元模型	127
7.3	考虑二系悬挂的动轮单元模型	129
7.4	单轮过桥动力分析模型及算法	131
7.5	动轮单元-轨道-桥梁耦合系统动力有限元程序设计	133

7.5.1	模型简介	133
7.5.2	程序模块	134
7.6	列车-轨道-桥梁耦合系统动力有限元分析	134
	参考文献	141
第 8 章	列车-轨道耦合系统动力有限元模型与程序	142
8.1	车辆单元模型	142
8.1.1	车辆单元的势能	143
8.1.2	车辆单元的动能	145
8.1.3	车辆单元的耗散能	146
8.2	车辆-轨道耦合系统动力有限元方程及算法	146
8.2.1	车辆-轨道耦合系统动力有限元方程	146
8.2.2	求解车辆-轨道耦合系统动力有限元方程算法	147
8.3	车辆-轨道耦合系统动力有限元程序设计	148
8.3.1	模型简介	148
8.3.2	程序模块	149
8.4	列车-轨道耦合系统动力有限元分析	150
	参考文献	155
第 9 章	车辆-轨道耦合系统动力学模型中的几个问题	156
9.1	轨道结构层状梁模型的适应性	156
9.1.1	轨道结构层状梁模型与三维块体单元模型对比	156
9.1.2	轨道结构层状梁模型与轨道结构半无限空间模型对比	159
9.2	列车-轨道耦合系统 4 种模型和算法对比分析	161
9.3	列车-轨道耦合系统单节车模型与多节车模型对比分析	176
9.4	列车-轨道-桥梁耦合系统单节车模型与多节车模型对比分析	183
9.5	结论	191
	参考文献	192
第 10 章	基于谱单元法的轨道结构中高频振动分析及程序	193
10.1	引言	193
10.2	轨道结构单层梁模型	194
10.2.1	轨道结构单层梁模型谱单元刚度矩阵	194
10.2.2	由钢轨扣件引起的轨道结构谱单元刚度矩阵	198
10.2.3	二维梁截断谱单元刚度矩阵	199
10.2.4	整体结构的谱刚度矩阵	200
10.3	无砟轨道结构三层梁模型谱单元刚度矩阵	200
10.4	基于谱单元法的轨道结构中高频振动分析程序	205

10.5	无砟轨道结构中高频振动分析	205
10.6	无砟轨道结构中高频振动参数分析	211
10.6.1	轨下垫板和扣件刚度的影响	211
10.6.2	CA 砂浆刚度的影响	214
10.6.3	路基刚度的影响	217
10.6.4	结论	219
	参考文献	220
第 11 章	车辆-轨道-大地耦合系统振动敏感频率	221
11.1	高速列车作用下轨道不平顺对轨道结构振动影响分析	221
11.2	轨道不平顺各工况对轨道结构各部件的动力影响分析	228
11.3	高速列车作用下轨道不平顺对车辆振动影响分析	232
11.4	无砟轨道结构位移和加速度导纳分析	239
11.5	高速列车诱发大地振动现场测试	240
11.6	车辆-轨道-大地耦合系统各部件振动敏感频率	243
	参考文献	244
附录 1	基于轨道不平顺谱构建轨道随机不平顺样本程序 Track_Sample	246
附录 2	基于傅里叶变换法的有砟轨道结构振动程序 BTV_FT	252
附录 3	基于交叉迭代法的车辆-轨道非线性耦合系统动力有限元程序 VT_NFE	262
附录 4	基于交叉迭代法的车辆-轨道-简支桥耦合系统纵向/垂向动力有限元 程序 VTBNFE_Lv	285
附录 5	二系动轮单元-轨道-桥梁耦合系统动力有限元程序 WTB_FE	325
附录 6	基于车辆/轨道单元的列车-轨道耦合系统动力有限元程序 TT_FE	341
附录 7	基于谱单元法的无砟轨道结构中高频振动分析程序 STV_SEM	352
	彩图	

第 1 章 轨道随机不平顺及数值模拟

在长期的服役过程中，铁路轨道的累积变形不断增大，形成各种各样的轨道不平顺，如轨道高低不平顺、轨道水平不平顺、轨道方向不平顺、轨道轨距不平顺等。这些轨道几何不平顺极大地激发了车辆与轨道之间的有害振动，恶化了列车的运行品质，对轮轨系统各部件的损伤和轨道质量状态产生了极为不利的影响。研究表明，轨道不平顺本质上是一个随机过程，在轨道结构分析中常被处理成平稳各态历经的随机过程，是机车车辆-轨道系统随机振动的激励源。因此，研究和测定轨道不平顺的统计特性，是研究车辆-轨道耦合系统随机振动的基础。

轨道不平顺统计特性的测定在国外早已引起重视。英国铁路部门 1964 年就开始了这项工作，是世界上最早开展研究的国家之一。英国、日本、德国、美国、俄罗斯、印度和捷克都测定了各自的轨道不平顺功率谱密度(power spectral density, PSD)和相关函数。中国在这方面也开展了许多研究，1982 年中国铁道科学研究院集团有限公司研究了各种轨道不平顺的测量方法^[1]，1985 年长沙铁道学院(现中南大学)随机振动研究室对京广线轨道不平顺进行现场测试，得到了我国一级干线轨道不平顺功率谱密度的解析表达式^[2]。

1.1 轨道随机不平顺特征

轨道不平顺是引起车辆-轨道耦合系统振动的主要激励源。轨道不平顺是客观存在，即使新修建的铁道线路也是如此。轨道不平顺包括轨道动态不平顺和轨道静态不平顺。轨道动态不平顺指在列车作用下引起的轨道不平顺。轨道静态不平顺指无外荷载作用下轨道实际存在的轨道不平顺，可分为轨道几何形位不平顺和轨面不平顺。轨道几何形位不平顺主要由道床和路基的不均匀沉降，路基施工过程中形成的先天性不平顺，路桥、路涵和路隧轨道刚度突变引起的不平顺，以及桥梁变形等形成。轨面不平顺主要由轨面缺陷，如钢轨焊接头、普通钢轨接头、轨面剥离掉块、轨面擦伤、波浪形磨耗等形成，属于轨道局部不平顺。本章仅讨论轨道静态不平顺。

轨道不平顺沿线路方向的分布是随机的，波长和幅值是描述轨道随机不平顺的两个重要参数。轨道不平顺的波长和幅值变化范围较大，而且影响也各不相同。短波不平顺可能引起簧下质量与钢轨间的冲击振动，激发很大的轮轨作用力。周

期性不平顺可能引起机车车辆的谐振。中长波，尤其是敏感波长的不平顺常常是引起车体振动，降低车辆运行舒适度的重要原因。

轨道随机不平顺的波长范围很宽，其分布范围为 $0.01\sim 200\text{m}$ ^[3]。

波长为 $30\sim 200\text{m}$ ，波幅为 $1\sim 60\text{mm}$ 的轨道不平顺主要由道床和路基的不均匀沉降及路基施工形成的不平顺等形成。大于 200m 以上的长波多为地形起伏、线路坡度变化等形成。该波长范围的不平顺主要影响高速、准高速列车运行的舒适性。

波长为 $3.5\sim 30\text{m}$ 、波幅为 $1\sim 40\text{mm}$ 的不平顺主要由道床和路基的不均匀残余变形、轨道结构各构件间的间隙、道床弹性不均匀、焊头形成的以轨长为基波的复杂周期波成分，路桥、路涵和路隧轨道刚度突变引起的不平顺，以及桥梁变形等形成。该波长范围的不平顺主要影响轮轨作用力，以及列车运行的安全、平稳和舒适性。

波长为 $1\sim 3.5\text{m}$ ，波幅为 $0.1\sim 2.0\text{mm}$ 的不平顺主要由新轨的轨身不平顺形成。该波长范围的不平顺主要影响轮轨作用力和列车运行的舒适性。

波长为 1m 以下，波幅为 $0.1\sim 1.0\text{mm}$ 的不平顺属轨面不平顺，主要由钢轨接头、焊缝、不均匀磨损、轨头擦伤、剥离掉块、波浪和波纹磨损等形成。该波长范围的不平顺主要影响轮轨作用力和轮轨噪声。轨面粗糙度是一种更小波长的轨面不平顺，其波长在几毫米以内，主要影响轮轨接触斑的连续性。

理论分析与现场试验表明，波长为 1m 以上的轨道不平顺对行车平稳性和安全性有较大影响，波长为 1m 以下的轨面不平顺对轮轨作用力有较大影响，波长为毫米级的轨面粗糙度对轮轨滚动噪声有较大影响。这三类不平顺都是车辆-轨道耦合系统振动的主要激励源，区别是激振的频率范围不同。

当不平顺波长和行车速度一定时，不平顺幅值越大，引起的车辆、轨道动力响应和轮轨作用力越大；当轨道不平顺幅值和行车速度一定时，波长越短影响越大；当轨道不平顺幅值和波长一定时，速度越高，影响越大。

1.2 轨道结构随机不平顺功率谱

轨道结构随机不平顺信号的单边功率谱密度简称轨道不平顺谱。

轨道的几何形位不平顺如图 1.1 所示。轨道不平顺可模拟成随线路长度变化的随机函数，即将该随机函数考虑成由一系列不同波长、波幅和相位的简谐波叠加而成的随机波。

功率谱密度函数是表述平稳随机过程轨道不平顺最重要和最常用的统计函数。工程中常用功率谱图描述谱密度对频率的函数变化。轨道不平顺的功率谱图

轨道高低不平顺功率谱密度函数(钢轨顶面沿轨道延长方向的高低不平顺)为

$$S_v(\omega) = \frac{kA_v\omega_c^2}{(\omega^2 + \omega_c^2)\omega^2} \quad (\text{cm}^2/(\text{rad/m})) \quad (1.2)$$

轨道方向不平顺功率谱密度函数(轨道中心线沿轨道延长方向的不平顺)为

$$S_a(\omega) = \frac{kA_a\omega_c^2}{(\omega^2 + \omega_c^2)\omega^2} \quad (\text{cm}^2/(\text{rad/m})) \quad (1.3)$$

轨道水平不平顺及轨距不平顺功率谱密度函数(轨道水平不平顺是指左、右轨对应点的高差形成的沿轨长方向的不平顺, 轨距不平顺是指左右两轨沿轨道长度方向上的轨距偏差不平顺)为

$$S_c(\omega) = \frac{4kA_v\omega_c^2}{(\omega^2 + \omega_c^2)(\omega^2 + \omega_s^2)} \quad (\text{cm}^2/(\text{rad/m})) \quad (1.4)$$

其中, ω 为空间频率(rad/m); ω_c 、 ω_s 为截断频率(rad/m); A_v 、 A_a 为粗糙度系数($\text{cm}^2 \cdot \text{rad/m}$), 与线路等级有关(表 1.1); k 一般取 0.25。

1.2.2 德国高速铁路轨道不平顺功率谱

轨道高低不平顺功率谱密度函数为^[4]

$$S_v(\omega) = \frac{A_v\omega_c^2}{(\omega^2 + \omega_r^2)(\omega^2 + \omega_s^2)} \quad (\text{cm}^2/(\text{rad/m})) \quad (1.5)$$

轨道方向不平顺功率谱密度函数为

$$S_a(\omega) = \frac{A_a\omega_c^2}{(\omega^2 + \omega_r^2)(\omega^2 + \omega_s^2)} \quad (\text{cm}^2/(\text{rad/m})) \quad (1.6)$$

轨道水平不平顺功率谱密度函数为

$$S_c(\omega) = \frac{A_v\omega_c^2\omega^2}{(\omega^2 + \omega_r^2)(\omega^2 + \omega_c^2)(\omega^2 + \omega_s^2)} \quad (\text{cm}^2/(\text{rad/m})) \quad (1.7)$$

轨距不平顺功率谱密度函数为

$$S_g(\omega) = \frac{A_g\omega_c^2\omega^2}{(\omega^2 + \omega_r^2)(\omega^2 + \omega_c^2)(\omega^2 + \omega_s^2)} \quad (\text{cm}^2/(\text{rad/m})) \quad (1.8)$$

其中, ω_c 、 ω_r 、 ω_s 、 A_a 、 A_v 和 A_g 等参数如表 1.2 所示。

表 1.2 德国高速铁路轨道不平顺功率谱密度函数参数

轨道 级别	$\omega_c /$ (rad/m)	$\omega_r /$ (rad/m)	$\omega_s /$ (rad/m)	$A_a /$ ($10^{-7} \text{ m} \cdot \text{rad}$)	$A_v /$ ($10^{-7} \text{ m} \cdot \text{rad}$)	$A_g /$ ($10^{-7} \text{ m} \cdot \text{rad}$)
低干扰	0.8246	0.0206	0.4380	2.119	4.032	0.532
高干扰	0.8246	0.0206	0.4380	6.125	10.80	1.032

1.2.3 日本轨道不平顺 Sato 谱

日本学者 Sato 在分析轮轨高频振动时引入的轨道不平顺功率谱密度函数为^[5]

$$S(\omega) = \frac{A}{\omega^3} (\text{m}^2 / (\text{rad/m})) \quad (1.9)$$

其中, ω 为粗糙度频率 (rad/m); A 为轮轨表面粗糙度系数, A 取 $4.15 \times 10^{-8} \sim 5.0 \times 10^{-7}$ 。

该功率谱属于轮轨联合谱, 它作为轮轨随机高频振动与噪声辐射模型的激扰输入谱得到了较为广泛的应用。

1.2.4 中国轨道不平顺功率谱

1. 中国高速试验线轨道不平顺谱^[1]

中国已建成的高速、准高速试验线的轨道结构均采用 60kg/m 跨区间无缝线路。中国铁道科学研究院集团有限公司通过现场测量和数据拟合, 得到中国 60kg/m 跨区间无缝线路的轨道不平顺功率谱密度函数, 即

$$S(f) = \frac{A(f^2 + Bf + C)}{f^4 + Df^3 + Ef^2 + Ff + G} (\text{mm}^2 / (\text{cycle/m})) \quad (1.10)$$

其中, f 为空间频率 (cycle/m); A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G 如表 1.3 所示。

表 1.3 中国干线铁路轨道不平顺功率谱密度拟合曲线参数

不平顺	A	B	C	D	E	F	G
左高低	0.1270	-2.1531	1.5503	4.9835	1.3891	-0.0327	0.0018
右高低	0.3326	-1.3757	0.5497	2.4907	0.4057	0.0858	-0.0014
左轨向	0.0627	-1.1840	0.6773	2.1237	-0.0847	0.034	-0.0005
右轨向	0.1595	-1.3853	0.6671	2.3331	0.2561	0.0928	-0.0016
水平	0.3328	-1.3511	0.5415	1.8437	0.3813	0.2068	-0.0003

2. 中国京广、京沪、京哈三大提速干线轨道不平顺谱

京广、京沪、京哈三大提速干线轨道不平顺谱的拟合表达式仍为式(1.10)，其拟合曲线参数如表 1.4 所示^[1]。

表 1.4 京广、京沪、京哈三大提速干线轨道不平顺谱拟合曲线参数

不平顺	A	B	C	D	E	F	G
左高低	1.1029	-1.4709	0.5941	0.8480	3.8061	-0.2500	0.0112
右高低	0.8581	-1.4607	0.5848	0.0407	2.8428	-0.1989	0.0094
左轨向	0.2244	-1.5746	0.6683	-2.1466	1.7665	-0.1506	0.0052
右轨向	0.3743	-1.5894	0.7265	0.4553	0.9101	-0.0270	0.0031
水平	0.1214	-2.1603	2.0214	4.5089	2.2227	-0.0396	0.0073

3. 中国轨道短波不平顺谱

上述轨道不平顺功率谱的波长范围为几米到几十米，只适合机车车辆和桥梁结构的随机振动分析，不能满足轨道结构随机振动研究的需要，因为簧下质量和轨下结构的振动主频可达数百到数千赫兹。为此，中国铁道科学研究院集团有限公司对石太线的轨道垂向不平顺进行实测，得到不平顺功率谱密度函数^[1]，即

$$S(f) = \frac{0.036}{f^{3.15}} (\text{mm}^2 / (\text{cycle/m})) \quad (1.11)$$

该谱密度函数适合波长范围为 0.01~1m 的轨道短波不平顺。

4. 中国高速铁路无砟轨道不平顺谱

中国铁道科学研究院集团有限公司统计分析了京沪、京广、郑西、沪杭、沪宁、合蚌、广深港和京津城际等高速铁路无砟轨道不平顺检测数据，得到中国高速铁路无砟轨道轨距、水平、轨向和高低不平顺谱拟合公式^[6]。轨道不平顺数据是采用 CRH2-150C 高速综合检测列车检测得到的，高低和轨向最大检测波长为 120m。

中国高速铁路无砟轨道不平顺谱可采用如下幂函数进行分段拟合^[6]，即

$$S(f) = \frac{A}{f^k} (\text{mm}^2 / (\text{cycle/m})) \quad (1.12)$$

其中， A 、 k 为系数。

高速铁路无砟轨道不平顺平均谱拟合公式系数如表 1.5 所示。高速铁路无砟轨道不平顺谱分段点空间频率(1/m)及对应波长(m)如表 1.6 所示。可以看到，轨距、

水平及轨向不平顺可以用三段幂函数表示, 高低不平顺需要用四段幂函数进行表示。通过对实测轨道不平顺谱和轨道不平顺拟合谱的比较可以看出, 采用分段幂函数形式的轨道不平顺拟合谱能很好地反映实测轨道不平顺谱的趋势。

表 1.5 高速铁路无砟轨道不平顺平均谱拟合公式系数

项目	第 1 段		第 2 段		第 3 段		第 4 段	
	A	k	A	k	A	k	A	k
轨距不平顺	5.4978×10^{-2}	0.8282	5.0701×10^{-3}	1.9037	1.8778×10^{-4}	4.5948	—	—
水平不平顺	3.6148×10^{-3}	1.7278	4.3685×10^{-2}	1.0461	4.5867×10^{-3}	2.0939	—	—
轨向不平顺	3.9513×10^{-3}	1.8670	1.1047×10^{-2}	1.5354	7.5633×10^{-4}	2.8171	—	—
高低不平顺	1.0544×10^{-5}	3.3891	3.5588×10^{-3}	1.9271	1.9784×10^{-2}	1.3643	3.9488×10^{-4}	3.4516

表 1.6 高速铁路无砟轨道不平顺谱分段点空间频率(1/m)及对应波长(m)

项目	第 1,2 段		第 2,3 段		第 3,4 段	
	空间频率	空间波长	空间频率	空间波长	空间频率	空间波长
轨距不平顺	0.1090	9.2	0.2938	3.4	—	—
水平不平顺	0.0258	38.8	0.1163	8.6	—	—
轨向不平顺	0.0450	22.2	0.1234	8.1	—	—
高低不平顺	0.0187	53.5	0.0474	21.1	0.1533	6.5

式(1.12)适用于 300~350km/h 的高速铁路无砟轨道不平顺谱分析, 轨道不平顺空间频率范围为 0.005~0.5/m, 对应的轨道不平顺波长范围为 2~200m。

1.2.5 合一武客运专线轨道不平顺谱

合一武客运专线东起安徽合肥, 西至湖北武汉, 全线 356 公里。合一武客运专线轨道类型包括路基上碎石道床有砟轨道、桥上碎石道床有砟轨道、隧道内碎石道床有砟轨道、长大隧道内双块式整体道床无砟轨道等。

在对合一武客运专线检测数据分析的基础上, 采用非线性最小二乘法对合一武客运专线高低不平顺、轨向不平顺, 以及水平不平顺功率谱密度函数进行拟合, 可得^[7]

$$S(f) = \frac{A_1}{(A_2^2 + f^2)(A_3^2 + f^2)} \quad (1.13)$$

其中, S 为功率谱密度函数($\text{mm}^2 \cdot \text{m}$); f 为空间频率(cycle/m); A_i ($i = 1, 2, 3$) 为待定系数, A_1 的单位为 mm^2 / m^3 , A_2 与 A_3 的单位为 m^{-1} , 取值如表 1.7~表 1.9 所示。

表 1.7 合—武客运专线路基有砟轨道不平顺功率谱拟合公式参数表

参数	A_1	A_2	A_3
高低不平顺	0.000991	0.017876	0.017838
轨向不平顺	0.001747	0.187256	0.002413
水平不平顺	0.001474	0.003237	0.199733

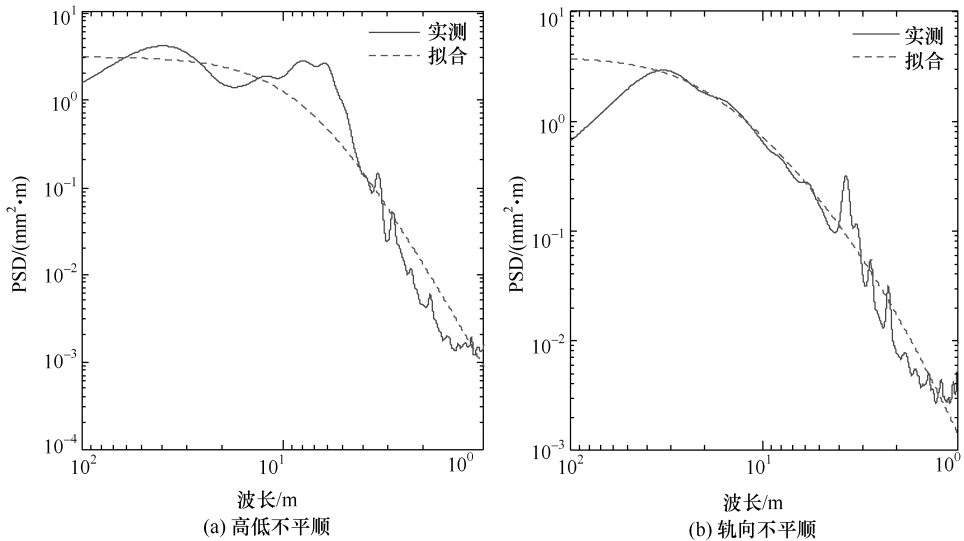
表 1.8 合—武客运专线桥上有砟轨道不平顺功率谱拟合公式参数表

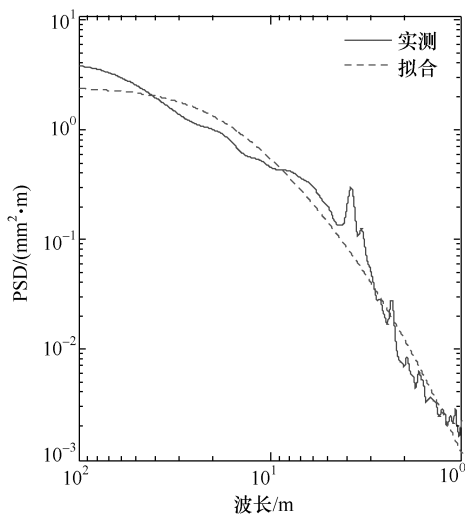
参数	A_1	A_2	A_3
高低不平顺	0.000849	0.006523	0.006519
轨向不平顺	0.001723	0.050175	0.004021
水平不平顺	0.004854	0.564343	0.001622

表 1.9 合—武客运专线隧道内无砟轨道不平顺功率谱拟合公式参数表

参数	A_1	A_2	A_3
高低不平顺	0.002252	0.058017	0.017164
轨向不平顺	0.001368	0.015602	0.023396
水平不平顺	0.000870	0.012326	0.033728

拟合功率谱密度曲线与实测曲线的对比如图 1.2~图 1.4 所示^[7]。





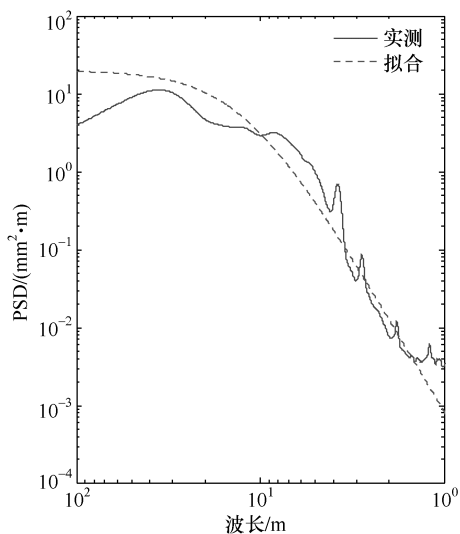
(c) 水平不平顺

图 1.2 合—武客运专线路基有砟轨道不平顺功率谱拟合曲线

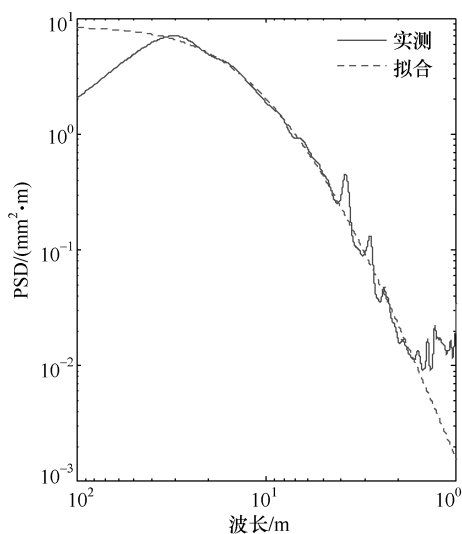
当机车车辆以各种速度运行时，轨道不平顺产生的激振频率要能覆盖机车车辆和轨道结构的所有主频，因此轨道不平顺波长范围为

$$\lambda = 0.1 - V / F_{\min} \text{ (m)} \quad (1.14)$$

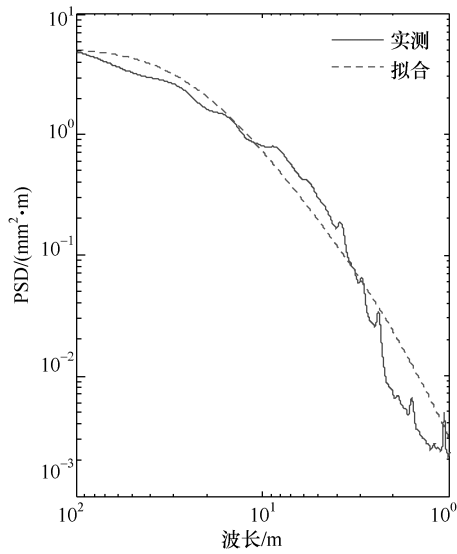
其中， V 为列车速度； F_{\min} 为车辆-轨道耦合系统最低振动频率(一般为 0.5~1Hz)。



(a) 高低不平顺

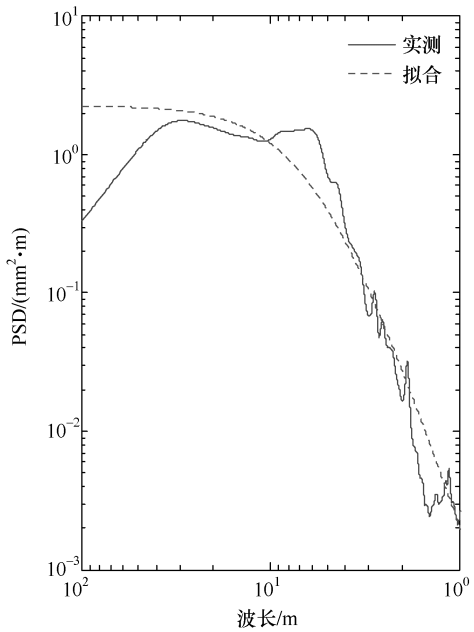


(b) 轨向不平顺

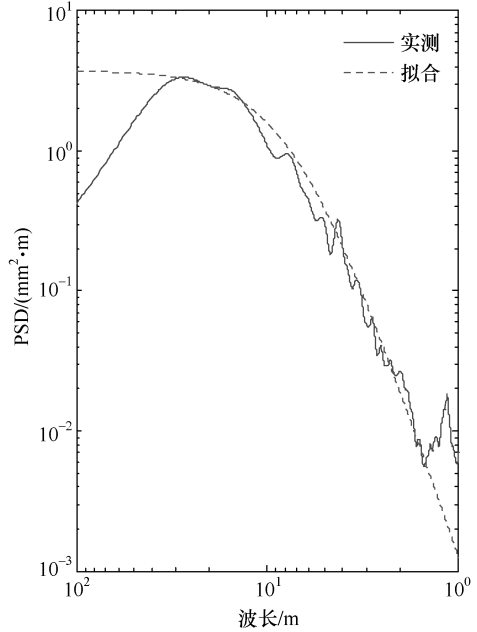


(c) 水平不平顺

图 1.3 合—武客运专线桥上有砟轨道不平顺功率谱拟合曲线



(a) 高低不平顺



(b) 轨向不平顺