

基于 NSM 分析双线隧道下穿对既有隧道影响

江思岑, 柴天建, 颜建伟

(华东交通大学土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 为探究新建双线隧道下穿对既有盾构隧道纵向位移的影响, 采用 Pasternak 双参数弹性地基及 Euler–Bernoulli 梁模型, 考虑新建隧道与既有隧道轴线夹角以及隧道开挖引发土体损失等因素, 通过 Loganathan-Poulos 解和叠加原理计算新建双线隧道开挖引起周围土体自由场竖向位移, 基于零空间法对既有隧道沉降变形进行求解。以深圳地铁 9 号线下穿地铁 4 号线为工程背景, 将现场实测数据与零空间法的结果进行对比, 进一步分析双线隧道水平距离、土体损失、新旧隧道轴线间夹角以及新建隧道埋深对隧道沉降的影响。结果表明: 新建隧道双线间距在其外径 7 倍范围内时对既有隧道沉降影响显著, 沉降量随间距增大而减小, 沉降范围随间距增大而增大, 沉降形态由“V”型向“W”型转变。当间距大于 7 倍新建隧道外径, 沉降量与沉降形态均趋于稳定。此外, 土体损失、新旧隧道夹角及新建隧道埋深对沉降的影响显著, 沉降量随土体损失增大而增大, 随新旧隧道夹角和新建隧道埋深的增大而减小。实际施工过程中合理调控上述影响因素能有效控制既有隧道沉降。

关键词: 双线隧道下穿; 既有隧道; 零空间法; 隧道沉降

中图分类号: U455

文献标志码: A

Based on NSM study effects of new twin tunneling underneath on existing tunnels

Jiang Sicen, Chai Tianjian, Yan Jianwei

(School of Transportation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In order to investigate the effects of new twin tunneling on the longitudinal displacement of existing shield tunnel, Pasternak double parameters of the elastic foundation and Euler Bernoulli beam model is employed to consider the new tunnel, existing tunnel skew angle and the tunnel excavation causing factors such as ground loss. The new double line tunnel excavation caused by free field vertical displacement of surrounding soils is determined by Loganathan-Poulos solution and superposition principle, and null space method is used to calculate the settlement deformation of the existing tunnel. Taking Shenzhen Metro Line 9 passing under Metro Line 4 as an example, the predicted results by the null space method is compared with the field-measured data. The effect of horizontal distance, ground loss, skew angle and depth of the new tunnel on existing tunnel settlement is further analyzed. The results show that the distance between the two lines of the new tunnel significantly affects the settlement of the existing tunnel in a range of 7 times its outer diameter. The settlement decreases with the increase of the distance, the settlement domain increases as the distance increases. The settlement pattern changes from "V" to "W". When the distance is larger than 7 times the outer diameter of the new tunnel, the settlement and pattern tend to be stable. In addition, ground loss, skew angle and the depth of the new tunnel significantly influences the settlement. It increases with the increase of ground loss, and decreases with the skew angle and the depth of the new tunnel. Reasonable regulation of the above influence factors in the actual construction process can effectively control both the tunnel subsidence.

Key words: twin tunneling underneath; existing tunnel; nullspace; tunnel settlements

收稿日期: 2023-02-28

随着城市轨道交通的快速发展，地下空间中隧道间的交叉不可避免^[1,2]，双线隧道下穿既有隧道施工工程日益增多，为确保既有隧道的运营安全，进行对隧道下穿施工引起既有隧道沉降预测问题的研究十分重要^[3-5]。

目前，国内外学者对新建隧道穿越既有隧道工程方面展开大量研究，取得了丰硕的成果，一般采用数值模拟^[6-9]、模型试验^[10]以及理论解析^[11-13]等方法。胡秋斌^[14]通过三维有限元数值模拟，分析了新建盾构隧道既有暗挖隧道的受力变形状态。张治国等^[15]基于位移控制 Schwarz 交替法和复变函数理论，提出了双线盾构隧道在任意布置方式下开挖引起周围地层变形的计算方法。于霖等^[16]将既有隧道简化成 Pasternak 地基模型上的 Euler-Bernoulli 梁，基于两阶段法分析既有隧道力学响应。蔡光伟等^[17]基于当层法原理，考虑既有隧道与新建隧道轴线间夹角对沉降的影响，结合既有结构的刚度分析，推导出隧道斜交下穿既有隧道在任意地层沉降变形曲线计算公式。Li 等^[18]考虑剪切效应，将 Timoshenko 梁模型运用到隧道变形分析中，发现大直径盾构隧道的剪切效应更为明显且适用。冯国辉等^[19]在新建隧道下穿既有隧道引起的隧-土相互作用时，采用修正的高斯公式解得土体自由位移，将既有隧道简化成 Kerr 地基模型上的 Euler-Bernoulli 梁，求得既有隧道受力变形解析解，分析了新旧隧道夹角、地层损失率及新建隧道埋深变化对既有隧道变形响应的影响。结果表明：新建隧道地层损失率增大，既有隧道沉降增大；新旧隧道轴线夹角、高差的增大，既有隧道沉降减小。

本文基于零空间法(Nullspace Method)，对计算步骤进行简化，与深圳地铁 9 号线下穿地铁 4 号线实测数据进行对比，进一步研究新建双线隧道间距与土体损失对既有隧道沉降变形影响，可为实际工程设计与施工提供理论参考。

1 基本计算方程建立

1.1 既有隧道纵向沉降

既有隧道假定为 Pasternak 双参数地基上具有等效纵向抗弯刚度 $E_e I_e$ 的 Euler-Bernoulli 梁，其微分控制方程为

$$E_e I_e \frac{d^4 w(x)}{dx^4} - G D_o \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + k D_o w(x) = q(x) D_o \quad (1)$$

式中： $w_{(x)}$ 为既有隧道的位移函数； G 为弹性地基

剪切层参数； $E_e I_e$ 为既有隧道等效纵向抗弯刚度； $q(x)$ 为土体自由场竖向位移产生的荷载； D_o 为既有隧道外径； k 为地基弹性系数。

控制方程式 (1) 两边乘以位移并对全长积分得：

$$\int_L \left[E_e I_e \left(\frac{d^2 w_{(x)}}{dx^2} \right)^2 + G D_o \left(\frac{dw_{(x)}}{dx} \right)^2 + k D_o w_{(x)}^2 \right] dx = \int_L q(x) D_o w_{(x)} dx \quad (2)$$

隧道件自由放置在土体中，端部弯矩和剪力为 0，边界条件数学描述如下：

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 w_{(x)}}{dx^2} \right|_{x=0} &= 0; & \left. \frac{d^2 w_{(x)}}{dx^2} \right|_{x=l} &= 0; \\ \left. \frac{d^3 w_{(x)}}{dx^3} \right|_{x=0} &= 0; & \left. \frac{d^3 w_{(x)}}{dx^3} \right|_{x=l} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

假设位移函数 $w(x)$ ：

$$w_{(x)} = \sum_{i=1}^n f_i(x) \times \alpha_i \quad (4)$$

基函数 f 采用正弦和余弦函数组合， α_i 是对应的权重系数

$$\begin{cases} f_i(x) = \sin\left(\frac{i\pi x_i}{l}\right) & n < 5 \\ f_n(x) = \cos\left(\frac{(i-5)\pi x_i}{l}\right) & n \geq 5 \end{cases} \quad (5)$$

据此，式 (2) 转化为

$$\int_L \left(E_e I_e \frac{d^2 \mathbf{f}^T}{dx^2} \frac{d^2 \mathbf{f}}{dx^2} + G D_o \frac{d\mathbf{f}^T}{dx} \frac{d\mathbf{f}}{dx} + k D_o \mathbf{f}^T \mathbf{f} \right) dx \mathbf{a}^T = \int_L q(x) D_o \mathbf{f}^T dx \quad (6)$$

边界条件式 (3) 转换为

$$\begin{bmatrix} f_1^{(2)} \Big|_{x=0}, f_2^{(2)} \Big|_{x=0}, L, f_n^{(2)} \Big|_{x=0} \\ f_1^{(2)} \Big|_{x=l}, f_2^{(2)} \Big|_{x=l}, L, f_n^{(2)} \Big|_{x=l} \\ f_1^{(3)} \Big|_{x=0}, f_2^{(3)} \Big|_{x=0}, L, f_n^{(3)} \Big|_{x=0} \\ f_1^{(3)} \Big|_{x=l}, f_2^{(3)} \Big|_{x=l}, L, f_n^{(3)} \Big|_{x=l} \end{bmatrix}_{4 \times n} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ M \\ \alpha_n \end{bmatrix}_{n \times 1} = \mathbf{0} \quad (7)$$

记

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} f_1^{(2)}|_{x=0}, f_2^{(2)}|_{x=0}, L, f_n^{(2)}|_{x=0} \\ f_1^{(2)}|_{x=l}, f_2^{(2)}|_{x=l}, L, f_n^{(2)}|_{x=l} \\ f_1^{(3)}|_{x=0}, f_2^{(3)}|_{x=0}, L, f_n^{(3)}|_{x=0} \\ f_1^{(3)}|_{x=l}, f_2^{(3)}|_{x=l}, L, f_n^{(3)}|_{x=l} \end{bmatrix}_{4 \times n} \quad (8)$$

引入参数 P 、 K_L , 令

$$\mathbf{P} = \int_L q(x) D_o \mathbf{f}^T dx \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_L = \int_L \left(E_e I_e \frac{d^2 \mathbf{f}^T}{dx^2} \frac{d^2 \mathbf{f}}{dx^2} + G D_o \frac{d \mathbf{f}^T}{dx} \frac{d \mathbf{f}}{dx} + k D_o \mathbf{f}^T \mathbf{f} \right) dx \quad (10)$$

联立式 (2) ~ (10) 可得

$$\begin{cases} \mathbf{K}_L \mathbf{a}^T = \mathbf{P} \\ \mathbf{M} \mathbf{a}^T = \mathbf{0} \end{cases} \quad (11)$$

式中: \mathbf{K}_L 为土体刚度矩阵, \mathbf{M} 为边界条件约束矩阵, \mathbf{P} 为新建双线隧道施工引发的土体位移荷载。从式 (11) 上式可以发现初始假设的场函数与边界约束无关, 因此解决了边界条件对场函数选择的限制问题; 式 (11) 下式是边界条件对场函数权重系数选择的限制, 即权重系数存在线形相关性, 称为零空间法。通过 MATLAB 零空间法 $Z = \text{null}(M)$ 解出约束矩阵 M 的零空间解集, 有

$$\mathbf{a}^T = \mathbf{Z} \xi^T \quad (12)$$

式 (11) 上式左右两侧同乘以 \mathbf{Z}^T , 土体刚度矩阵 \mathbf{K}_L 转变为满秩矩阵,

$$\mathbf{K}_{new} = \mathbf{Z}^T \mathbf{K}_L \mathbf{Z} \quad (13)$$

荷载表示为

$$\mathbf{P}_{new} = \mathbf{Z}^T \mathbf{P} \quad (14)$$

据此可计算出系数 ξ 和权重系数 a

$$\xi^T = \mathbf{P}_{new} / \mathbf{K}_{new} \quad (15)$$

1.2 土体自由场竖向位移

1998 年, Loganathan 和 Poulos^[20]提出自由土体竖向位移半解析式, 本文用于计算隧道开挖对周

围土体及既有构筑物作用。依据该方法, 第一、二条隧道开挖引起的土体自由场竖向位移 $U_1(x)$ 和 $U_2(x)$ 分别为

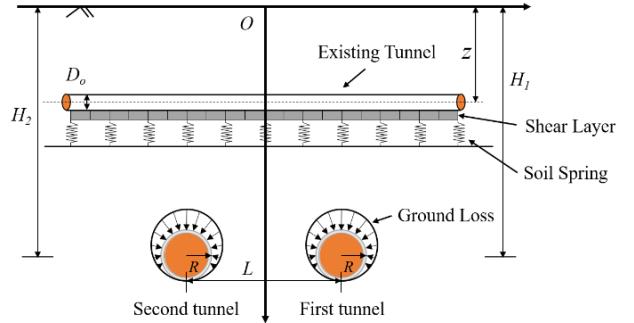


图1 计算模型示意图

Fig.1 Diagram of the calculating model

$$U_1(x) = R^2 \cdot \varepsilon_1 \cdot e^{\left[-\frac{1.38[(x-L/2)\sin\alpha]^2 + 0.69z^2}{(H_1+R)^2} \right]} \cdot \left\{ -\frac{z-H_1}{[(x-L/2)\sin\alpha]^2 + (z-H_1)^2} - \frac{2z[(x-L/2)\sin\alpha]^2 - (z+H_1)^2}{[(x-L/2)\sin\alpha]^2 + (z+H_1)^2} + (3-4\nu) \frac{z+H_1}{[(x-L/2)\sin\alpha]^2 + (z+H_1)^2} \right\} \quad (16)$$

$$U_2(x) = R^2 \cdot \varepsilon_2 \cdot e^{\left[-\frac{1.38[(x+L/2)\sin\alpha]^2 + 0.69z^2}{(H_2+R)^2} \right]} \cdot \left\{ -\frac{z-H_2}{[(x+L/2)\sin\alpha]^2 + (z-H_2)^2} - \frac{2z[(x+L/2)\sin\alpha]^2 - (z+H_2)^2}{[(x+L/2)\sin\alpha]^2 + (z+H_2)^2} + (3-4\nu) \frac{z+H_2}{[(x+L/2)\sin\alpha]^2 + (z+H_2)^2} \right\} \quad (17)$$

式中: R 为新建隧道的开挖半径; L 为双线隧道轴线之间的水平距离; ε_1 , ε_2 分别为第一条隧道和第二条隧道开挖时引起的土体损失。计算模型图如图 1 所示, 图中 z 为既有隧道轴线埋深; H_1 , H_2 分别为第一、二条隧道轴线埋深; v 为土体泊松比; a 为新建隧道轴线与既有隧道轴线之间的夹角。依据叠加原理可知双线隧道开挖引起的土体自由场竖向位移 $U(x)$ 为

$$U(x) = U_1(x) + U_2(x) \quad (18)$$

1.3 土体损失

新建双线盾构隧道施工过程中，第二条隧道开挖引发的土体损失大于第一条开挖的隧道，其原因是第一条隧道的开挖会对周围土体造成扰动。双线隧道间距越小，土体损失差值越大；反之间距越大，差值越小。据 D. Jin 等^[21]整理的实验数据可知，双线隧道土体损失满足以下关系

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \left[1 + e^{\left(-\frac{cL}{D} \right)} \right] \quad (19)$$

式中： c 为开挖扰动系数， D 为新建隧道外径。

1.4 剪切层参数及地基基床系数

基于 Tanahashi 等^[22]给定的 Pasternak 地基模型剪切层参数 G 如下

$$G = \frac{E_s t}{6(1+\nu)} \quad (20)$$

式中： E_s 为土体弹性模量； t 为土体剪切层厚

度，依据徐凌^[23]研究， t 的取值为

$$t = 2.5D_o \quad (21)$$

根据 Vesic^[24]提出的经验公式及 Attewell 等^[25]的修正，俞剑等^[26]考虑到地基弹性系数受埋深深度的影响，在此基础上引入深度参数 η ，完善后的地基弹性系数 k 的计算公式为

$$k = \frac{3.08E_s}{\eta D_o (1-\nu^2)} \sqrt{\frac{E_s D_o^4}{E_e I_e}} \quad (22)$$

$$\eta = \begin{cases} 2.18 & z/D_o \leq 0.5 \\ 1 + \frac{1}{1.7z/D_o} & z/D_o > 0.5 \end{cases} \quad (23)$$

2 算例验证

选取深圳地铁 9 号线下穿既有地铁 4 号线工程^[27]为例对本文零空间法进行验证。该工程剖面图与平面图分别如图 2、图 3 所示，其中 D_i 为既有隧道内径。新旧隧道夹角为 83° ，轴线埋深分

别为 $20.5m$ 和 $12.0m$ ，其余参数参考甘晓露等^[28]取值，如表 1 所示。

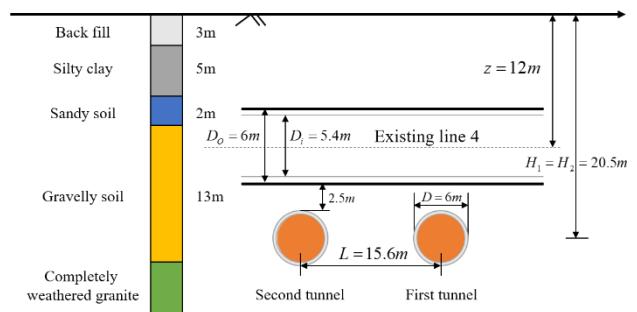


图2 既有隧道及新建隧道剖面图

Fig.2 The cross-sectional view of the existing and new tunnels

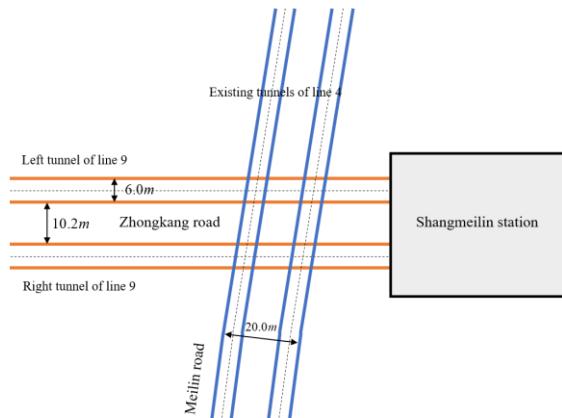


图3 既有隧道及新建隧道平面图

Fig.3 The plan view of the existing and new tunnels

表 1 隧道计算参数

Tab.1 Tunnel calculation parameters

E_e / GPa	E_s / MPa	c	ν	ε_1	α
34.5	62.5	0.65	0.3	0.5%	83°

零空间法计算结果与工程实测数据的对比情况如图 4 所示。由图可知，零空间法呈现规律与实测基本一致，线性吻合，两条隧道发生沉降的范围均与实际测得范围相符。实测第一条隧道的最大沉降变形为 $5.34mm$ ，预测最大沉降变形为 $5.67 mm$ ；第二条隧道的最大沉降变形为 $6.93mm$ ，预测最大沉降变形为 $6.72 mm$ ，预测结果与实测值吻合，且最大沉降处坐标位置相同。由于第一条隧道开挖后存在土体扰动现象，造成第二条隧道的土体损失率增大，因此第二条隧道开挖引发的纵向位移明显大于第一条隧道开挖，预测结果与工程实测数据依然吻合得很好，再次证实了本方法的准确性。

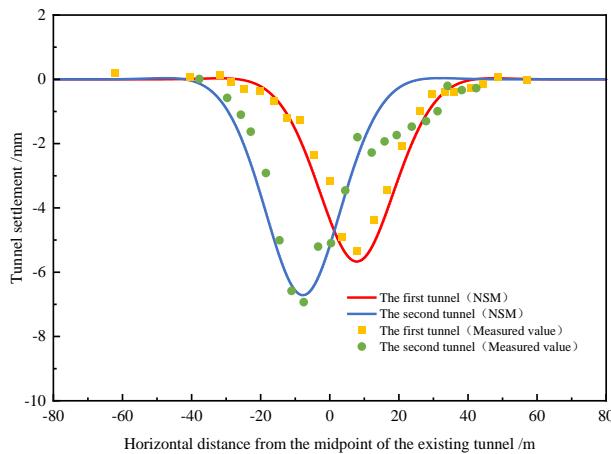


图4 沉降计算结果对比图

Fig.4 Comparison of settlement calculation results

3 参数分析

基于本文零空间方法的计算准确性和适用范围广的特性，本节考虑不同物理参数变化对既有隧道纵向位移的影响，采用前文建立的模型基础及参数，分别改变新建隧道间距 L 、土体损失 ε_1 、新旧隧道轴线夹角 α 以及新建隧道埋深 H_1 ，进行计算分析，研究隧道沉降规律。

3.1 新建隧道间距 L 变化对既有隧道沉降影响

为探究新建隧道两线间距离 L 对既有隧道纵向位移的影响，研究新建隧道外径 D 的 10 倍范围内的影响规律，计算结果如图 5 所示。

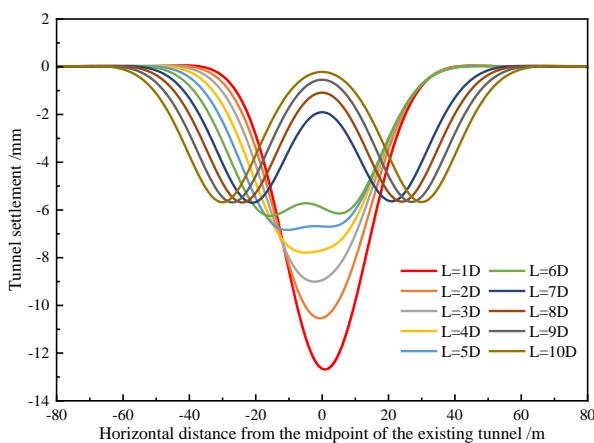


图5 不同隧道间距对应既有隧道竖向位移

Fig.5 Vertical displacement with different tunnel distance

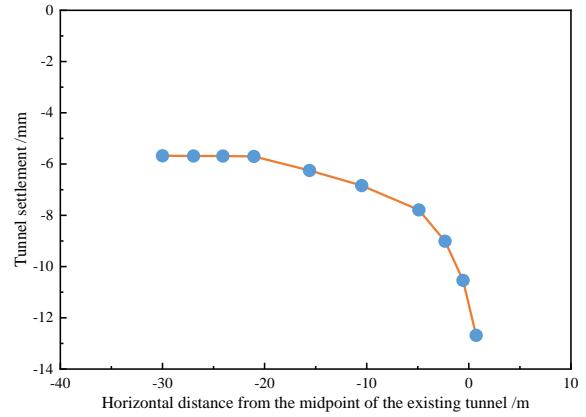


图6 不同间距下新建隧道最大沉降

Fig.6 Maximum settlement with different tunnel distance

从图 5 可以看出，增大新建隧道两线间距，既有隧道沉降形态由“V”型变化为“U”型进而转为“W”型。随着间距的增大，沉降范围扩大，既有隧道纵向沉降不断减小。继续增大间距，双线隧道间影响越来越弱，沉降形态趋于稳定，呈近乎标准的“W”型，第一条隧道开挖与第二条隧道开挖所引发既有隧道的纵向位移几乎相等，即两条隧道的开挖无相互影响。如图 6 所示，从右至左分别为新建隧道间距 L 为 $D \sim 10D$ 的既有隧道最大竖向位移，可知近距离的双线开挖会引发较大的沉降，易对实际工程产生很大风险。在施工合理范围内，适当增大双线间距离能有效减少沉降，间距在 7 倍新建隧道外径范围中，沉降由 12.69mm 减至 5.70mm，该减少沉降方法效果显著。大于 7 倍外径后，双线隧道间干扰甚微，沉降量稳定在 5.70mm 左右。

3.2 土体损失 ε_1 变化对既有隧道沉降影响

控制其它参数不变，取 5 组土体损失 ε_1 研究其对既有隧道纵向位移的影响，分别为 0.25%、0.50%、1.00%、1.50% 和 2.00%，计算结果如图 7 和图 8 所示。由图 7 可知，随着土体损失 ε_1 增大，既有隧道沉降范围无明显变化，纵向位移最大值增大，由 4.79mm 变化为 38.30mm。由图 8 可知，在离既有隧道模型中点特定位置处的纵向位移也是随土体损失 ε_1 增大而增大。此外，随着土体损失率的增加，所受附加应力呈线性增加，因此距离中点处 0m、20m 处的纵向变形亦呈现近似线性变化。显然，在实际工程中减小土体损失是控制隧道沉降的重要举措之一。

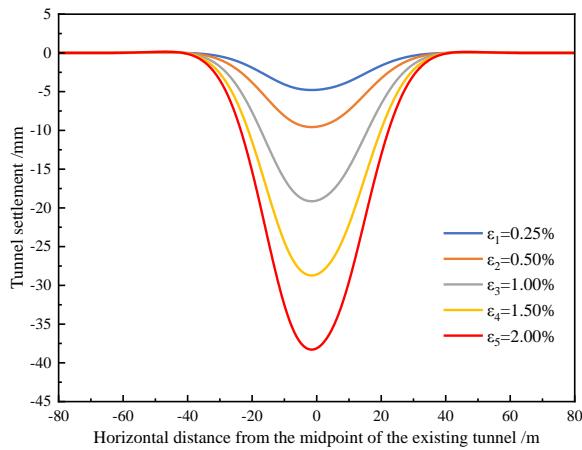


图7 不同土体损失对应既有隧道竖向位移

Fig.7 Vertical displacement with different ground losses

能够大幅度缩小既有隧道发生沉降的区间且减小最大纵向位移，降低工程施工风险。

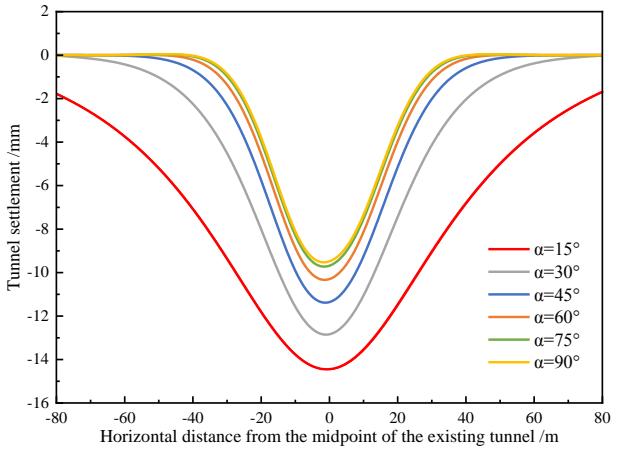


图9 不同夹角对应既有隧道竖向位移

Fig.9 Vertical displacement with different skew angles

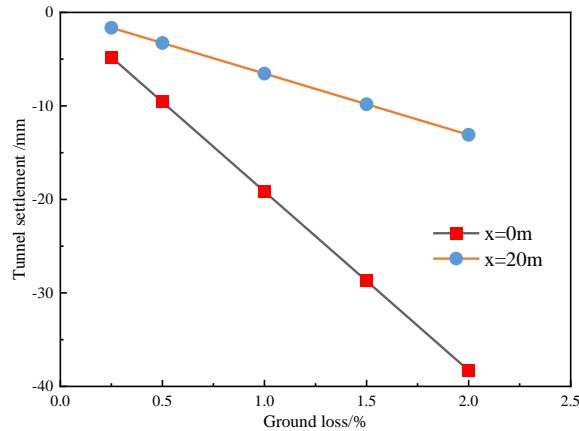


图8 不同土体损失下既有隧道特定位置处位移

Fig.8 Specification deformation of tunnel under different ground losses

3.3 新旧隧道夹角 α 变化对既有隧道沉降影响

取6组不同新旧隧道夹角 α 分析其对既有隧道沉降变形的影响，分别为 15° 、 30° 、 45° 、 60° 、 75° 、 90° ，计算结果如图9与图10所示。由图9可知，随着新旧隧道轴线夹角的增大，既有隧道沉降范围变窄，且纵向位移减小。当新旧隧道轴线夹角为 15° 时，既有隧道模型在 -80m ~ 80m 范围内均存在明显沉降，发生沉降的范围很广且沉降量大，最大沉降值达 14.46mm ；当新旧隧道轴线夹角为 90° 时，主要沉降范围集中在 -40m ~ 40m 之间，最大沉降减小为 9.53mm 。其原因为新旧隧道间相交范围变小（如图11），相交形态由近乎“重合”向正交形态转变，作用范围减小。由图10可知，既有隧道最大竖向位移在 15° 至 45° 之间近乎线性变化，继续增大新旧隧道轴线夹角，既有隧道沉降变化速率减缓。因此，在工程设计中，在实际工况允许的情况下尽量将新建隧道与既有隧道设计为正交形式，

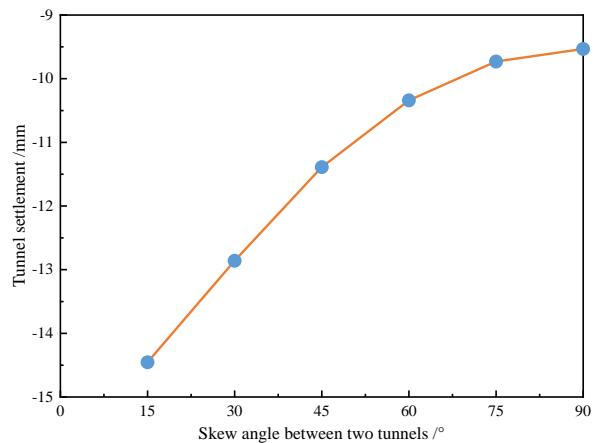


图10 不同夹角对应既有隧道最大竖向位移

Fig.10 Maximum settlement with different skew angles between two tunnels

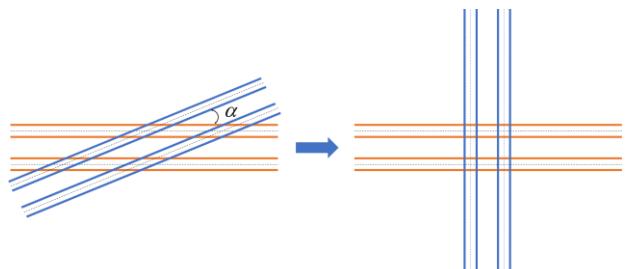


图11 新旧隧道相交示意图

Fig.11 Diagram of relative position between existing tunnel and new tunnel

3.4 新建隧道埋深 H_1 变化对既有隧道沉降影响

为探究新建隧道在不同埋深深度下对既有隧道沉降变形的影响,本文取6组埋深进行计算分析,取值分别为:20m、22m、24m、26m、28m、30m,计算结果如图12和图13所示。如图所示,当埋深为20m时,沉降曲线窄而深,沉降主要发生在-40m~40m范围内,最大沉降为9.63mm;当埋深为30m时,沉降范围扩大,主要沉降区间为-60m~60m,最大沉降为8.09mm。因此在实际工程设计与施工中,应当综合考虑沉降范围与最大沉降的影响,权衡出最为安全且经济的施工方案。

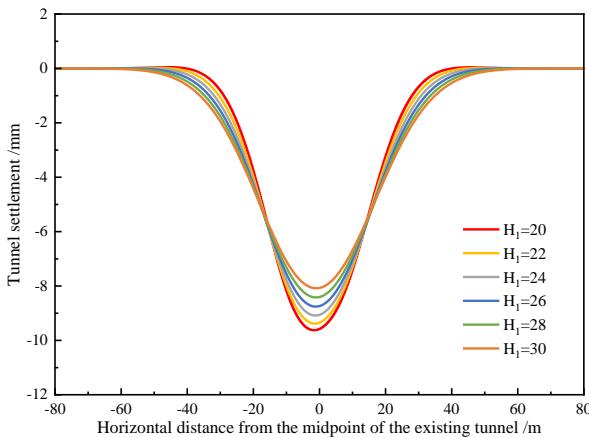


图12 不同新建隧道埋深对应既有隧道竖向位移
Fig.12 Vertical displacement with different depth of the new tunnel

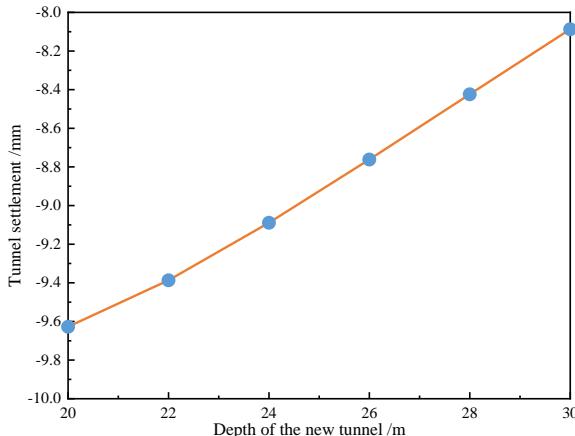


图13 不同对应既有隧道最大竖向位移
Fig.13 Maximum settlement with different depth of the new tunnel

4 结论

本文基于零空间方法,对新建双线隧道下穿既

有盾构隧道引发沉降变形展开研究。相较于建模繁琐的有限元法,零空间法程序在通过MATLAB软件运算过程中十分迅速,仅用时0.17s,能更快速准确评估双线隧道下穿对既有隧道影响。文中通过与工程实例深圳地铁9号线下穿既有地铁4号线的沉降数据进行对比,发现结果十分吻合,得出以下结论:

- 1) 双线隧道水平间距增加在其外径1~7倍范围内可以有效控制既有隧道沉降,沉降形态由最初的“V”型变化为“U”型进而转变为“W”型。超过7倍后,沉降形态趋于稳定且标准的“W”型,沉降量也保持稳定。
- 2) 既有隧道沉降变形会随着土体损失增大,沉降范围无明显变化,最大纵向位移呈线性变化。
- 3) 随着新旧隧道轴线夹角增大,既有隧道发生沉降的范围变窄,最大纵向位移减小。
- 4) 随着新建隧道埋深的增大,既有隧道最大纵向位移减小,沉降范围变广。

实际工程实际与施工中综合考虑上述因素对既有隧道沉降的影响能有效提高工程安全性。

参考文献:

- [1] 阮承志,石海斌,于万友,等.盾构上穿既有隧道影响及加固分析.华东交通大学学报[J].华东交通大学学报,2022, 39(03):54-60.
RUAN C Z, SHI H B, YU W Y, et al. Analysis of the influence and reinforcement of shield passing through existing tunnel[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2022, 39(03):54-60.
- [2] 方晓慧,王星华.盾构隧道近距离正交下穿复杂地下结构的影响分析[J].铁道科学与工程学报, 2014, 11(1):7.
FANG X H, WANG X H. The impact analysis of shield tunnel close undercrossing complex underground structure[J]. Journal Of Railway Science And Engineering, 2014, 11(1):7.
- [3] 程茜,宫全美.地铁盾构隧道下穿城市公园地基加固宽度分析[J].华东交通大学学报, 2018, 35(03):15-22.
Chen X, GONG Q M. Analysis on the width of foundation reinforcement of Metro shield tunnel under city park[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2018, 35(03):15-22.

- [4] 黎春林, 张际鑫. 盾构隧道施工临近建筑物风险等级评估方法[J]. 华北水利水电学院学报(自然科学版), 2020, 041(005):40-45.
LI C L, ZHANG J X. Study on the Methods for Risk Grade Assessment of Buildings Adjacent to Shield Tunnel Construction[J]. Journal of North China University of Water Resources and Electric Power (Natural Science Edition), 2020, 041(005):40-45.
- [5] 陈先国, 高波. 地铁近距离平行隧道有限元数值模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(9):5.
Chen X G, Gao B. 2D FEM numerical simulation for closely-spaced parallel tunnels in metro[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(9):5.
- [6] 汪洋, 何川, 曾东洋, 等. 盾构隧道正交下穿施工对既有隧道影响的模型试验与数值模拟[J]. 铁道学报, 2010, 32(2):7.
WANG Y, HE C, ZENG D Y, et al. Model Test and Numerical Simulation of Influence of Perpendicular Undercross Shield Tunnel Construction on Existing Tunnel[J]. Journal Of The China Railway Society, 2010, 32(2):7.
- [7] 张治国, 师敏之, 张成平, 等. 类矩形盾构隧道开挖引起邻近地下管线变形研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(4):13.
ZHANG Z G, SHI M Z, ZHANG C P, et al. Research on deformation of adjacent underground pipelines caused by excavation of quasi-rectangular shields[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(4):13.
- [8] Avgerinos V, Potts D M, Standing J R. Numerical investigation of the effects of tunnelling on existing tunnels: Géotechnique Symposium in Print 2017[M]. Tunnelling in the Urban Environment, 2018.
- [9] 卢华喜, 王漪璇, 周珍伟, 等. 盾构隧道下穿铁路股道及火车站站房的影响分析[J]. 华东交通大学学报(自然科学版), 2015, 32(04):25-32.
LU H X, WANG Y X, ZHOU Z W, et al. Analysis on the influence of shield tunnel under railway stock track and railway station building[J]. Journal of East China Jiaotong University(Natural Science Edition), 2015, 32(04):25-32.
- [10] Shi J, Yu W, Ng C. Three-Dimensional Centrifuge Modeling of Ground and Pipeline Response to Tunnel Excavation[J]. Journal of Geotechnical & Geo-environmental Engineering, 2016, 142(11):4016054.
- [11] 梁荣柱, 宗梦繁, 康成, 等. 考虑隧道剪切效应的隧道下穿对既有盾构隧道的纵向影响[J]. 浙江大学学报(自然科学版), 2018, 52(3).
LIANG R Z, ZONG M F, KANG C, et al. Longitudinal impacts of existing shield tunnel due to down-crossing tunnelling considering shield tunnel shearing effect[J]. Journal Of Zhejiang University (Natural Science Edition), 2018, 52(3).
- [12] 可文海, 管凌霄, 刘东海, 等. 盾构隧道下穿管道施工引起的管-土相互作用研究[J]. 岩土力学, 2020, 41(01):221-228+234.
KE W H, GUAN L X, LIU D H, et al. Research on upper pipeline-soil interaction induced by shield tunnelling [J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(01):221-228+234.
- [13] Liang L, Xu C, Zhu B, et al. Theoretical method for an elastic infinite beam resting on a deformable foundation with a local subsidence[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 127:103740.
- [14] 胡秋斌. 双线盾构隧道下穿对既有暗挖大断面隧道影响的数值分析[J]. 华北水利水电大学学报(自然科学版), 2023, :1-9.
HU Q B. Numerical Analysis of the Influence of Double Line Shield Tunneling on Existing Large Section Mined Tunnel[J]. Journal of North China University of Water Resources and Electric Power (Natural Science Edition), 2023:1-9.
- [15] 张治国, 张成平, 奚晓广. 双线隧道不同布置方式下相互作用影响的地层位移解析[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(2).
ZHANG Z G, ZHANG C P, XI X G. Closed solutions to soil displacements induced by twin-tunnel excavation under different layout patterns[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(2).
- [16] 于霖, 李宇杰, 王晓军, 等. 考虑隧道掘进过程的新建隧道下穿既有隧道力学响应研究[J]. 铁道标准设计, 2022, 68(3):1-14.
YU L, LI Y J, WANG X J, et al. Mechanical Responses of Existing Tunnel to New Tunnel Down-crossing Excavation Considering Tunnelling Process[J]. Railway Standard Design, 2022, 68(3):1-14.
- [17] 蔡光伟, 刘振兴, 钟可, 等. 新建隧道斜交下穿既有隧道变形预测模型研究[J]. 交通科学与工程, 2022, 38(4):7.
CAI G W, LIU Z X, ZHONG K, et al. Study on deformation prediction model of the existing tunnel

- obliquely crossed by new tunnel[J]. Journal Of Transport Science And Engineering, 2022, 38(4):7.
- [18] Li P, Du S J, Shen S L, et al. Timoshenko beam solution for the response of existing tunnels because of tunneling underneath[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2015.
- [19] 冯国辉, 徐长节, 郑茗旺, 等. 新建隧道下穿既有隧道引起的隧-土相互作用研究[J]. 工程力学, 2022:1-10.
FENG G H, XU C J, ZHENG M W, et al. Study of tunnel-soil interaction induced by tunneling underlying[J]. Engineering Mechanics, 2022:1-10.
- [20] Loganathan N. Analytical Prediction for Tunneling-Induced Ground Movements in Clays[J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(9):846-856.
- [21] Jin D, Shen X, Yuan D. Theoretical analysis of three-dimensional ground displacements induced by shield tunneling[J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 79(8).
- [22] TANAHASHI, HIDEAKI. Formulas for an infinitely long Bernoulli-Euler beam on the Pasternak model[J]. Journal of the Japanese Geotechnical Society, 2004, 44(5):109-118.
- [23] 徐凌. 软土盾构隧道纵向沉降研究[M]. 上海: 同济大学, 2005.
Xu L. Study on the Longitudinal Settlement of Shield Tunnel in Soft Soil[M]. Shanghai:Tongji University, 2005.
- [24] Vesic A B. Bending of beams resting on isotropic elastic solid[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1961, 87(2):35-53.
- [25] Attewell P B, Yeates J, Selby A R. Soil Movements Induced by Tunnelling and their Effects on Pipelines and Structures[J]. methuen inc new york ny, 1986.
- [26] 俞剑, 张陈蓉, 黄茂松. 被动状态下地埋管线的地基模量[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(1):123-132.
YU J, ZHANG C R, HUANG M S. Subgrade Modulus Of Underground Pipelines Subjected To Soil Movements[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(1):123-132.
- [27] Jin D, Yuan D, Li X, et al. An in-tunnel grouting protection method for excavating twin tunnels beneath an existing tunnel[J]. Tunnelling & Underground Space Technology, 2018, 71:27-35.
- [28] 甘晓露, 俞建霖, 龚晓南, 等. 新建双线隧道下穿对既有盾构隧道影响研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(2).
GAN X L, YU J L, GONG X N, et al. Effects of twin tunneling underneath on existing shield tunnels[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(2).