

高速列车递归卡尔曼网络补偿模型预测控制

李中奇^{1,2}, 赵宏伟^{1,2}, 周靓^{1,2}

(1. 华东交通大学电气与自动化工程学院, 江西 南昌 330013; 2. 华东交通大学轨道交通基础设施性能监测与保障国家重点实验室, 江西 南昌 330013)

摘要: 为实现高速列车安全高效自动驾驶, 提出了一种基于递归卡尔曼网络(RKN)的补偿模型预测控制(MPC)算法。该方法以数据驱动与物理建模结合的 RKN 进行动力学建模, 由双门控循环单元(GRU)直接学习卡尔曼增益与协方差矩阵, 实现状态高效精准预测。进一步, 设计比例补偿模块(PCM)修正 MPC 输出, 并利用 RKN 协方差更新自适应调节补偿增益, 确保控制量逼近最优。用李雅普诺夫理论证明算法稳定性, 并在半实物仿真平台验证。实验表明: 与基于扩展自回归积分滑动平均模型的 MPC 相比, 跟踪性能与舒适性分别提升 64%和 65.8%; 与基于 LSTM 的 MPC 相比, 分别提升 80.4%和 42.5%, 证实了该算法的优越性。

关键词: 列车自动驾驶; 递归卡尔曼网络; 模型预测控制; 比例补偿模块

中图分类号: U239.4

文献标识码: A

Recursive Kalman Network Compensated Model Predictive Control for High-Speed Trains

Li Zhongqi^{1,2}, Zhao Hongwei^{1,2}, Zhou Liang^{1,2}

(1. School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2. State Key Laboratory of Performance Monitoring and Protecting of Rail Transit Infrastructure, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: To achieve safe and efficient autonomous driving of high-speed trains, this paper proposes a compensated model predictive control (MPC) algorithm based on recursive KalmanNet (RKN). The method adopts RKN, which combines data-driven and physical modeling, for dynamics modeling, and employs dual gated recurrent units (GRU) to directly learn the Kalman gain and covariance matrices, enabling efficient and accurate state prediction. Furthermore, a proportional compensation module (PCM) is designed to correct the MPC output, while the RKN covariance update is used to adaptively adjust the compensation gain, ensuring the control input approaches the optimum. The stability of the algorithm is proved via Lyapunov theory, and its effectiveness is validated on a hardware-in-the-loop simulation platform. Experimental results show that, compared with MPC based on the extended autoregressive integrated moving average model, tracking performance and comfort improve by 64% and 65.8%, respectively; compared with LSTM-based MPC, the improvements are 80.4% and 42.5%, respectively, confirming the superiority of the proposed algorithm.

Keywords: Automatic Train Operation; Recursive KalmanNet; Model Predictive Control; Proportional Compensation Module

随着高速列车运行速度不断推升和运行环境的日趋复杂, 发展先进的高速列车建模以及控制技术成为实现列车自动驾驶的关键^[1-2]。在列车建模方面, 早期方法主要依赖列车的动力学模型, 文献[3]首次将 KF 与列车传感器融合, 利用线性 KF 实现状态估计, 为后续控制系统奠定基础, 但是其模型简化程度较高, 未充分考虑列车运行中存在的非线性因素; 针对这一问题, 文献[4]提出了欠定最小二乘卡尔曼滤波(ULS-KF)算法, 将未知的扰动作为状态变量纳入 KF 模型, 有效缓解了模型误差导致的状态估计精度下降乃至发散问题; 文献[5]则采用高阶扩展卡尔曼滤波(HEKF)实现虚拟编组中的实时状态估计与车距动态更新, 然而该方法计算复杂度过高, 且对通信条件存在较强依赖; 文献[6]进一步引入了无迹卡尔曼滤波(UKF)进行多传感器融合定位, 尽管 UKF 具备处理非线性的能力, 但其较大的计算开销难以满足列车运行对实时性的严苛要求。综合来看, 上述基于卡尔曼滤波及其变体的方法, 在应对高速列车强非线性动态、实时性与计算效率的平衡方面仍表现不足。

近年来,数据驱动方法,尤其是深度学习模型,在时间序列预测领域取得了显著进展。其中,神经网络能够有效处理时序数据中的长期依赖关系;与传统物理模型相比,它无需对系统动力学进行线性化假设,可以直接凭借其循环连接与非线性激活函数学习复杂的非线性动态^[7-8]。在此方向上,文献[9]提出了一种线性神经网络用于最优实时状态预测,为后续神经信息处理系统奠定了理论基础;文献[10]则创新性地提出了基于神经网络的列车纵向车钩力预测方法,将状态估计从“当前状态”拓展至“未来状态”;然而,该方法通用性严重受限,需要为每一种列车甚至每一节车厢单独训练网络,难以工程化推广。总体来看,基于神经网络的列车建模虽在应对复杂非线性问题上展现出巨大潜力,但作为一种“黑箱”模型,其仍存在可解释性差、泛化能力不足等固有缺陷。为在复杂运行场景下实现高速列车状态的精准建模,将数据驱动与物理模型相融合,正成为解决这一难题的前景方案。

尽管将传统物理建模与数据驱动建模相结合的方法能有效提升非线性系统的状态预测精度,但如何实现二者的高效融合仍是一个关键难题^[11]。若融合策略不合理或不相适配,极易引发过拟合与模型失配等问题。文献[12]提出了一种 LSTM-KF 混合模型,用于列车状态预测:该模型以列车历史数据作为长短期记忆网络(LSTM)的输入,将 LSTM 的输出作为观测值,经由 KF 计算出初步预测值,再对初步预测值与 LSTM 的输出进行加权融合,最终得到最优状态估计,实验结果表明,该方法在不同运行工况下均显著提升了预测精度;在 KF 的计算过程中,KG 是决定预测精度的核心参数,但其计算步骤复杂、对精度要求极高。为此,文献[13]提出了一种融合 KF 与循环神经网络(RNN)的混合模型 KalmanNet,通过多层 RNN 直接学习 KG,显著简化了传统 KF 中 KG 计算的复杂度。然而,多层 LSTM 结构过于复杂,易引发模型退化或梯度爆炸,从而削弱预测性能。综上,现有融合方法在物理与数据驱动模型的自适应结合上仍显不足,易引发过拟合或模型失配;同时,无论是传统卡尔曼增益的复杂求解,还是 KalmanNet 对协方差估计能力的缺失,均制约了状态预测的可信度与实时性。

在列车控制技术方面,早期的自动驾驶(ATO)系统多采用比例积分微分(PID)算法。PID 结构简单、可靠性高且易于工程实现,满足了列车自动驾驶从无到有的基本需求^[14];然而,列车是一个具有大惯性、强非线性、参数时变且受复杂外部阻力影响的被控对象,固定参数的 PID 难以在所有运行工况下均保持良好性能;为克服这一局限,文献[15-17]等一系列 PID 的变体与改进算法被提出。总体而言,这些方法在面对高速列车强非线性、参数时变等特性时,自适应性与鲁棒性仍显不足。滑模控制(Sliding Mode Control)通过滑模面为零,使系统状态收敛,具有对不确定性和扰动的强鲁棒性,相关学者将其在列车控制系统进行了深入研究。文献[18-20]等提出一系列滑模控制的变体以及改进算法。总体来说,SMC 及其变体本质上是在鲁棒性、抖振抑制、收敛速度与设计复杂度之间进行权衡。在列车控制这一对安全性、舒适性和实时性要求极高的应用场景中,如何针对具体工况选择合适的变体、并妥善处理其固有缺陷,仍是当前研究的重点与难点。

MPC 作为一种先进控制策略,因能显式处理约束并实现多目标优化,已在列车控制系统中得到广泛应用。文献[21]提出了一种以自组织径向基函数神经网络(SORBFNN)为预测模型的实时模型预测控制(RT-MPC)方法,使 MPC 设计更加简洁且能高效处理复杂问题;文献[22]提出了一种可处理执行器约束与非线性的新型 MPC,通过集成真实数据验证,并在成本函数中最小化速度误差与加速度变化量,有效提升了控制器输出的平滑度;另有研究提出了基于 LSTM 的深度学习 MPC,利用 LSTM 强大的时序处理能力预测被控对象的未来行为^[23];文献[24]提出了一种基于端边云协同的高速列车低延时预测控制方法,采用循环注意力神经网络(RAN)进行列车动力学建模,并结合端边云协同架构实现在线自校正;该 RAN 模型通过隐藏状态反馈机制动态计算外部输入的权重,在提高辨识精度的同时降低了参数规模。尽管上述方法在控制精度与适应性上取得了进展,但现有 MPC 控制器仍普遍存在抗干扰能力不足的问题,为此,引入补偿机制的控制器设计逐渐成为新的研究热点^[25]。文献[26]提出了一种具有预设性能的动态补偿控制方法,有效提升了小型无人水下航行器的运动平滑性与工程实用性;文献[27]针对起重机系统,将深度强化学习控制器与基于观测器

的扰动补偿算法相结合，把模型不确定性和外部扰动统一视为广义扰动并增广为系统状态，利用超螺旋扩展状态观测器(STESO)对其进行估计与补偿。然而，上述控制器中的补偿模块普遍存在自适应能力较弱的问题，且大多作为独立的附加环节进行设计，容易导致控制器输出出现难以抑制的高频抖动，进而影响高速列车运行控制的精度与乘坐舒适性。

针对高速列车强非线性、强干扰下的状态预测与控制难题，提出基于递归卡尔曼网络(RKN)的预测模型及带比例补偿的模型预测控制器(RKN-MPC-P)。该方法利用双门控循环单元(GRU)数据驱动地学习卡尔曼增益与过程噪声协方差，提升状态预测精度；构建带误差阈值判别的补偿MPC，在大偏差时自动激活比例补偿以增强抗干扰性；并利用RKN实时更新的协方差矩阵动态调节补偿增益，实现控制律与补偿深度融合，最终显著提升轨迹跟踪精度与运行舒适性。

1 列车动力学模型

列车动力学机理建模基于牛顿第二定律，考虑牵引力、制动力、阻力和线路条件，利用已知相应的定理来推导出列车运行的数学模型，本文考虑列车的单质点建模，其状态包括位置、速度，输入为牵引/制动力。列车单质点建模可由图所示，图中， t 为当前时刻， $u_f(t)$ 为列车牵引/制动力， $f_j(t)$ 与 $f_f(t)$ 分别为列车基本阻力以及附加阻力， $v(t)$ 为列车运行速度。

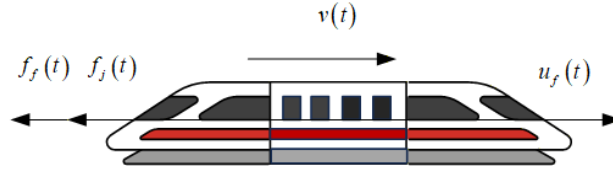


图1 列车单质点模型

Fig.1 single-mass train model

根据牛顿定律对高速列车单质点模型的运动学关系表示为

$$v(t+1) = v(t) + \frac{(u_f(t) - f_j(t) - f_f(t) + \xi_s)T}{M + \xi_1} \quad (1)$$

式中： $v(t)$ 为当前时刻列车的速度， $u_f(t)$ 为有列车牵引系统电动机产生的牵引力， $f_j(t)$ 为列车的基本阻力， $f_f(t)$ 为列车的附加阻力， T 为采样周期， $M + \xi_1$ 为列车的总质量，其中 M 为列车的质量， ξ 用来为人员的扰动以及等效随机干扰。列车的基本阻力 $f_j(t)$ 以及 $f_f(t)$ 表达式为

$$\begin{cases} f_j(t) = (M + \xi_1)g \cdot \left(\frac{(a + \xi_2) + (b + \xi_3)v(t) + (c + \xi_4)v^2(t)}{1000} \right) \\ f_f(t) = \frac{(f_p(t) + f_q(t) + f_s(t))}{1000} \cdot (M + \xi_1)g \end{cases} \quad (2)$$

式中： a 、 b 、 c 为基本阻力系数； ξ_2 、 ξ_3 、 ξ_4 分别为对应于三个系数的随机参数扰动，用于模拟列车机械耦合以及外部因素对列车的影响； $f_p(t)$ 、 $f_q(t)$ 、 $f_s(t)$ 分别为单位坡道附加阻力、单位曲线附加阻力、单位隧道附加阻力，N/kN。计算式为

$$\begin{cases} f_p(t) = p \cdot (M + \xi_1) \cdot g / 1000 \\ f_s(t) = 0.00013 \cdot s \cdot (M + \xi_1) \cdot g / 1000 \\ f_q(t) = A \cdot (M + \xi_1) \cdot g / 1000 \cdot R \end{cases} \quad (3)$$

式中： p 为轨道坡度； s 为隧道长度； A 为常数，一般取值为450~800； R 为曲率半径。

2 RKN 模型

如图 2 所示，列车的状态预测使用到了 RKN 模型，这是 GRU 与 KF 相结合的深度学习模型，模型中使用两个 GRU 单元，GRU1 是对 KG 的学习与计算，GRU2 学习过程噪声中相关项的 Cholesky 因子的估计，采用 Joseph 稳定化公式进行协方差的递归传播，最后对 KG 以及协方差的预测联合优化，确保不确定性的一致性。具体关于模型的计算如下文所示。

RKN 模型在列车状态预测中其两个 GRU 单元的输出并不能直接使用列车的状态以及控制输入，输入特征为如下时预测精度效果最佳，GRU 的一组特征输入 (F_1, F_2, F_3, F_4) 分别为

F_1 : 新息方差 y_t ，观测值 z_t 与预测观测值 $\tilde{z}_t$ 之差

F_2 : 上一时刻的增益校正 $\hat{K}_{t-1}\hat{y}_{t-1}$

F_3 : 观测矩阵 H_t

F_4 : t 时刻观测值 z_t 与 $t-1$ 时刻观测值 z_{t-1} 之差

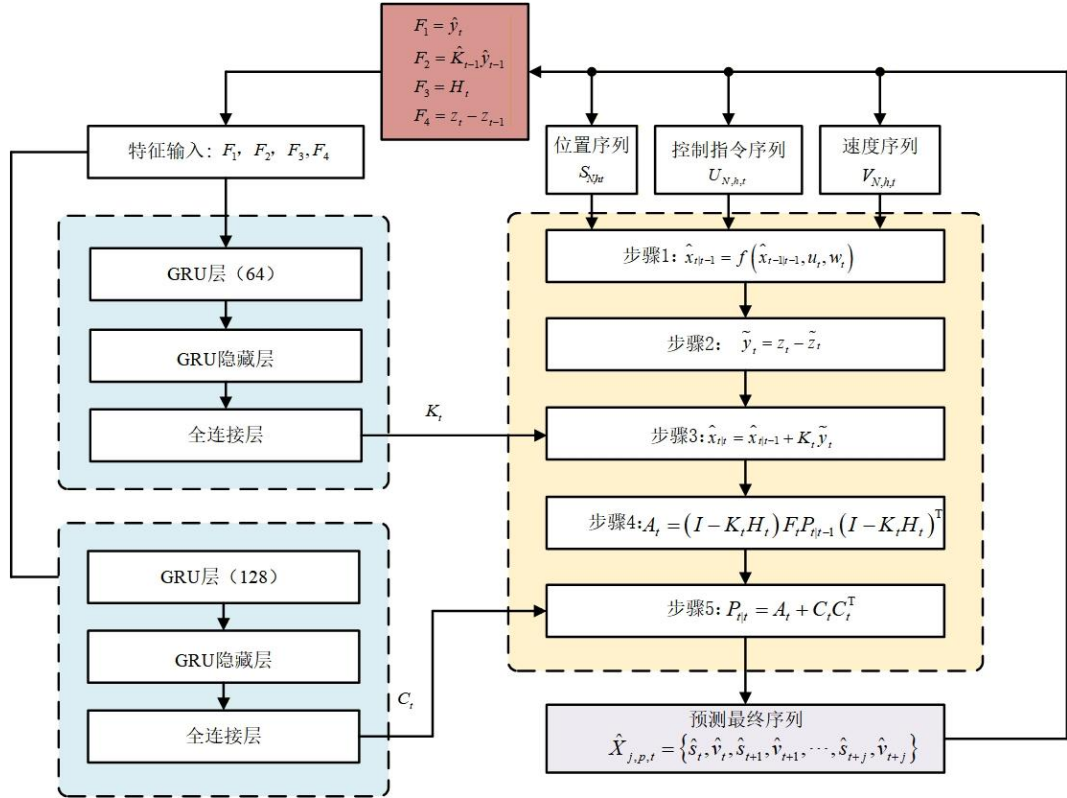


图 2 基于 RKN 模型的列车状态预测原理

Fig.2 Principle of Train Condition Prediction Based on the RKN Model

上述特征输入中， F_1 和 F_2 所反映了状态估计的误差， F_3 和 F_4 提供了量测特征的信息。 z_t 为传感器获得的列车状态，一般都具有较大的干扰噪声。这些特征通过平方处理，便于提取捕捉误差同时观测动态和系统的变化，使 GRU 学习噪声鲁棒的估计。

定义列车在 t 时刻的状态为

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} s_t \\ v_t \end{bmatrix} \quad (4)$$

在该模型框架中，首先根据运动学方程，通过上列车当前状态对列车下一时刻的状态进行计算，得到其初步预测状态，初步预测状态计算公式如下

$$\mathbf{x}_{t|t-1} = f(\mathbf{x}_{t-1|t-1}, u_t, w_t) \quad (5)$$

式中： $\mathbf{x}_{t|t-1}$ 为先验状态估计量，是基于历史数据来预测的当前时刻的状态量； $\mathbf{x}_{t-1|t-1}$ 为后验状态估计量，表示上一时刻的最佳估计量； u_t 为当前时刻的控制输入； w_t 为过程噪声；通过系统的动力学模型将上一时刻的最佳估计量 $\mathbf{x}_{t-1|t-1}$ 前向传播得到先验状态量 $\mathbf{x}_{t|t-1}$ ； f 为状态预测计算表达式，其中包含了状态转移矩阵，控制输入矩阵。

首先需要通过差分计算提取前车的控制输入数据，其表达式为

$$\mathbf{U}_{j,p,t} = (u_{t|t}, u_{t+1|t}, \dots, u_{t+j|t}) \quad (6)$$

$$u_{t+i|t} = \begin{cases} u_t & i = 0 \\ \frac{v_{t+i+1|t} - v_{t+i|t}}{\Delta t} & 1 \leq i \leq j-1 \end{cases} \quad (7)$$

式中： $\mathbf{U}_{j,p,t}$ 为 t 时刻到 $t+j$ 时刻列车的控制序列； $u_{t+i|t}$ 为 t 时刻控制输入，当 $t=0$ 时，下一时刻输入近似为 $t=0$ 时刻的控制输入，当 t 不为 0，控制输入由下一时刻的速度 $v_{t+i+1|t}$ 以及当前时刻的速度 $v_{t+i|t}$ 通过差分法得到。

列车在瞬时可视视为加速度不变，其满足速度位移方程，表达式为

$$\begin{cases} \hat{s}_{t+1|t} = \hat{s}_{t|t} + \hat{v}_{t+1|t} \Delta t + u_t \frac{\Delta t^2}{2} + o(w_t) \\ \hat{v}_{t+1|t} = \hat{v}_{t|t} + u_t \Delta t + o(w_t) \end{cases} \quad (8)$$

式(5)可写成满足式(9)的状态转移矩阵方程

$$\mathbf{x}_{t|t-1} = \mathbf{F}_t \mathbf{x}_{t-1|t-1} + \mathbf{B}_t u_t + w_t \quad (9)$$

求解得到其状态矩阵 $\mathbf{F}_t$ 以及控制输入矩阵 $\mathbf{B}_t$ 的值分别为

$$\mathbf{F}_t = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{B}_t = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^2}{2} \\ \Delta t \end{bmatrix} \quad (11)$$

KG 的计算是标准 KF 的核心环节，它决定了新息在状态更新中的权重，是获取最优状态估计的关键。传统方法需通过状态转移方程与观测数据解析计算 KG，过程涉及复杂矩阵运算，计算量大。

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{S}_t^{-1} \quad (12)$$

$$\mathbf{P}_{t|t-1} = \mathbf{F}_t \mathbf{P}_{t-1|t-1} \mathbf{F}_t^T + \mathbf{Q}_t \quad (13)$$

$$\mathbf{S}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{P}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t \quad (14)$$

为减轻这一负担，本文采用 GRU1 辅助 KG 的计算，不仅降低了计算的复杂度，同时又借助数据驱动训练获得了更精确的增益估计，有效提升了 KG 的计算精度与鲁棒性。上式为 KG 原始计算公式， $\mathbf{K}_t$ 为 t 时刻的 KG； $\mathbf{P}_{t|t-1}$ 为状态误差协方差预测矩阵，反映预测阶段的不确定性，其值由上一时刻协方差与过程噪声协方差递推得到； $\mathbf{S}_t$ 为信息协方差矩阵，表示信息的不确定性，由 $\mathbf{P}_{t|t-1}$ 与观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_t$ 求得， $\mathbf{H}_t$

为观测矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。可见，KG 的求解涉及多矩阵运算，在高维情形下不仅计算量大，且数值稳定性难以保证。

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{z}_t - \tilde{\mathbf{z}}_t \quad (15)$$

$$\mathbf{x}_{t|t} = \mathbf{x}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \mathbf{y}_t \quad (16)$$

式中： $\mathbf{y}_t$ 为观测值 $\mathbf{z}_t$ 与预测观测值 $\tilde{\mathbf{z}}_t$ 的偏差，定义为新息； $\mathbf{x}_{t|t}$ 为后验状态估计，为当前最优估计，由先验预测状态与 KG 对新息的加权修正共同得到。

RKN 中，GRU2 承担误差协方差 $\mathbf{P}_{t|t}$ 的更新任务，误差协方差与 KG 并列为该模型的两大核心要素，其功能在于对状态估计的不确定性进行量化，且该量化值并非固定不变，而是随时间动态演化，表征模型对当前估计的置信程度。为此，RKN 采用 GRU2 对协方差更新进行因子化学习，在保留卡尔曼滤波最优估计框架的同时，显著提升了协方差更新的高效性与自适应性。

$$\mathbf{P}_{t|t} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \mathbf{P}_{t|t-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)^T + \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^T \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{t|t} = \mathbf{A}_t + \mathbf{B}_t \quad (18)$$

式 (17)、式 (18) 为 $\mathbf{P}_{t|t}$ 更新的 Joseph 公式，在 RKN 中，将 $\mathbf{I}$ 为单位矩阵， $\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t$ 是一个整体，表示不确定性因子。在 RKN 的计算中，将式(17)分布计算，式中 $\mathbf{A}_t$ 和 $\mathbf{B}_t$ 分别进行如下定义

$$\mathbf{A}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \mathbf{F}_t \mathbf{P}_{t-1|t-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)^T \quad (19)$$

$$\mathbf{B}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \mathbf{Q}_t \mathbf{P}_{t-1|t-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)^T + \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^T \quad (20)$$

$$\mathbf{B}_t = \mathbf{C}_t \mathbf{C}_t^T \quad (21)$$

误差协方差的计算中， $\mathbf{A}_t$ 的参数均为已知，而 $\mathbf{B}_t$ 中的 $\mathbf{Q}_t$ 作为未知项，计算需要通过 GRU2 输出噪声相关项的 Cholesky 因子 $\mathbf{C}_t$ 来进行计算，计算公式如式(21)所示。

即 $\mathbf{P}_{t|t}$ 最终表达式为

$$\mathbf{P}_{t|t} = \mathbf{A}_t + \mathbf{C}_t \mathbf{C}_t^T \quad (22)$$

最终协方差的计算在确保矩阵对称性与半正定性的同时，通过递归依赖前一时刻的协方差，实现了不确定性度量的时序一致性。Joseph 公式的引入保障了协方差更新的最优性，并赋予其对不同噪声分布的良好鲁棒性。该机制有效防止了列车状态估计中协方差导致的估计偏差，确保了估计结果的合理性与可靠性。

3 MPC-P 控制器设计

3.1 比例补偿模块

控制器补偿模块的具体结构由图 3 所示，该模块首先计算 RKN 模型预测值与期望轨迹之间的偏差，将其作为当前时刻的误差 $\mathbf{e}_t$ ，随后根据误差大小计算比例增益 K_{pt} ，并设置误差阈值 e_m 。当前时刻误差将进入判定区，若绝对值大于误差阈值，则进入大误差区，模块将 $\mathbf{e}_t$ 经由 K_{pt} 修正后输出 $u_{2,t}$ ，作为控制器的补偿输入；反之，为避免高频抖动，直接输出上一时刻的补偿值 $u_{2,t-1}$ 。该设计在大误差工况下确保系统快速响应，在小误差工况下保障列车平稳运行。对于补偿模块，计算公式如下所示

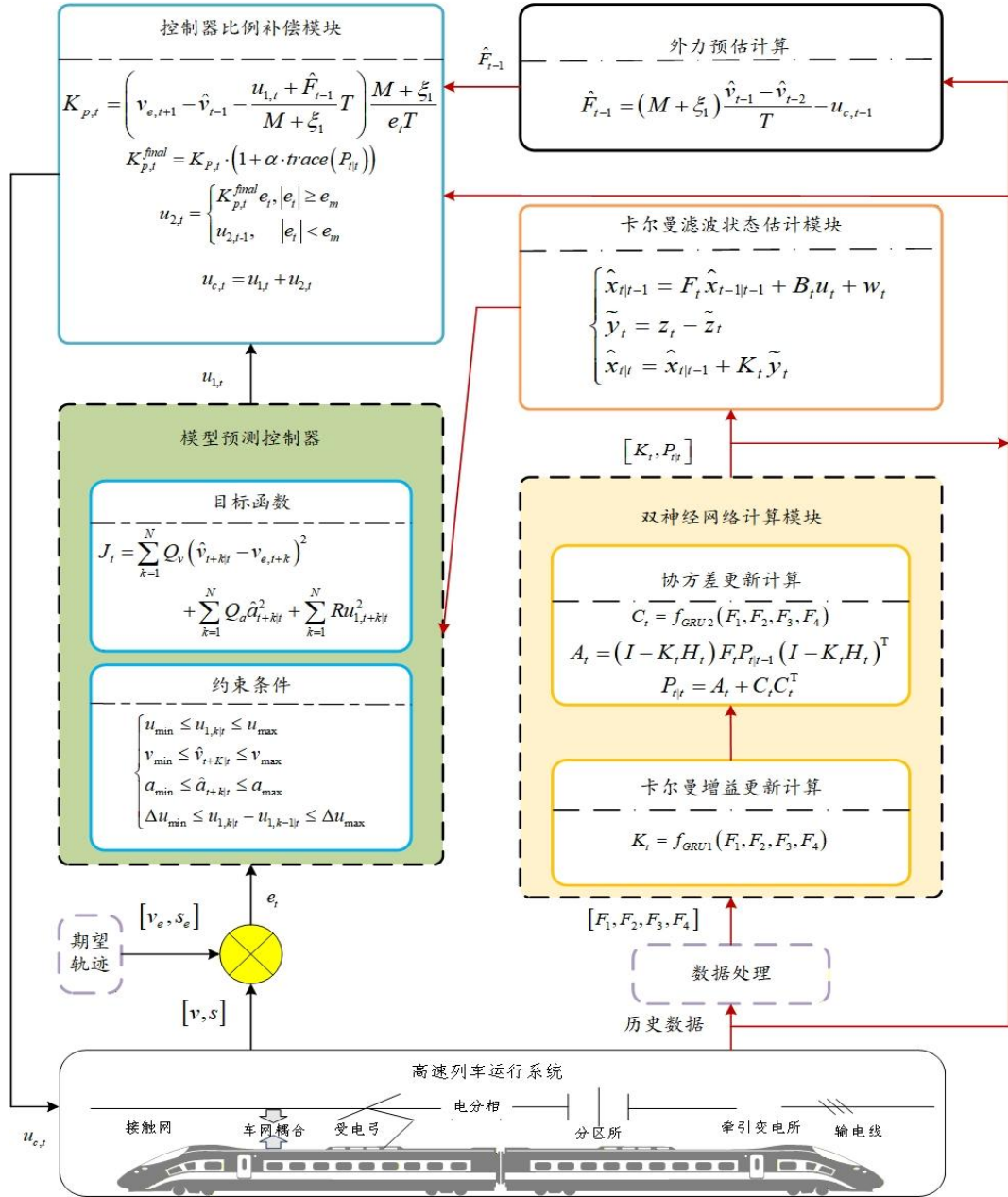


图 3 控制策略总体框架图

Fig.3 Overall framework of the proposed control strategy

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{v}_{e,t} - \hat{\mathbf{v}}_t \quad (23)$$

$$\mathbf{u}_{2,t} = \begin{cases} K_{p,t} \mathbf{e}_t & |\mathbf{e}_t| \geq e_m \\ \mathbf{u}_{2,t-1} & |\mathbf{e}_t| < e_m \end{cases} \quad (24)$$

$$K_{p,t} = \left(\mathbf{v}_{e,t+1} - \hat{\mathbf{v}}_{t-1} - \frac{\mathbf{u}_{1,t} + \hat{\mathbf{F}}_{t-1}}{M + \xi_1} T \right) \frac{M + \xi_1}{\mathbf{e}_t T} \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_{t-1} = (M + \xi_1) \frac{\hat{\mathbf{v}}_{t-1} - \hat{\mathbf{v}}_{t-2}}{T} - \mathbf{u}_{c,t-1} \quad (26)$$

式中： $v_{e,t}$ 作为期望轨迹的速度； $\hat{v}_t$ 为 RKN 模型预测速度；式(24)为控制器补偿的输出计算，其中 $K_{p,t}$ 计算如式(25)所示； T 为采样时间； $u_{t,l}$ 为控制器的输出； $\hat{F}_{t-1}$ 为上一时刻估计外部合力，由 RKN 模型预测值计算

$$K_{p,t}^{final} = K_{p,t} \cdot (1 + \alpha \cdot \text{trace}(P_{t,l})) \quad (27)$$

式中： $K_{p,t}^{final}$ 为最终的比例增益，基于 RKN 模型的不确定性更新做出改进； α 为常数项，取值为 $(0, 0.03)$ ，当误差过大，放大增益补偿，提高列车在运行过程中的抗干扰能力。

3.2 RKN-MPC-P 整体结构

图 3 为控制器整体结构框图。该结构由预测模型 RKN 和控制器 MPC-P 两个主要部分组成。RKN 预测模型与 MPC-P 并非只是简单级联叠加，RKN 通过 $P_{t,l}$ 实时的更新来动态的调整比例增益，从而加速误差收敛，最终，MPC 的主控制量与补偿模块的输出控制量叠加，构成总控制量施加于列车系统。

MPC-P 控制器的目标函数和约束条件如下所示

$$J_t = \sum_{k=1}^N Q_v (\hat{v}_{t+k|t} - v_{e,t+k})^2 + \sum_{k=1}^N Q_a \hat{a}_{t+k|t}^2 + \sum_{k=1}^N R u_{1,t+k|t}^2 \quad (28)$$

式(28)为控制器的目标函数式中 Q_v, Q_a, R 分别为权重参数，目标函数第一项为速度跟踪误差项，第二项为加速度惩罚项，最后项为控制输入惩罚项。

针对图 3 中的滚动优化，MPC-P 控制器约束条件定义为

$$\begin{cases} u_{\min} \leq u_{1,k|t} \leq u_{\max} \\ v_{\min} \leq \hat{v}_{t+k|t} \leq v_{\max} \\ a_{\min} \leq \hat{a}_{t+k|t} \leq a_{\max} \\ \Delta u_{\min} \leq u_{1,k|t} - u_{1,k-1|t} \leq \Delta u_{\max} \end{cases} \quad (29)$$

式中： $u_{1,k|t}$ 为未加入补偿的 MPC 控制量； $(u_{\min}, u_{\max})$ 为控制量约束界限； $\hat{v}_{t+k|t}$ 为模型预测速度； $(v_{\min}, v_{\max})$ 为速度预测约束界限； $(a_{\min}, a_{\max})$ 为加速度约束界限； $u_{1,k|t} - u_{1,k-1|t}$ 为 MPC 控制量变化率； $(\Delta u_{\min}, \Delta u_{\max})$ 为控制增量界限。

3.3 稳定性分析

本节主要通过 Lyapunov 直接法证明本文中所提的 RKN-MPC-P 控制器作用于列车模型下的稳定性，在证明之前，本文引用以下三条定理：

引理 1^[28]：经过离线训练的 RKN 模型在线运行时满足误差协方差的一致性条件，即

$$\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\mathbf{e}_t^{(i)})^T \hat{P}_{t,l}^{-1} \mathbf{e}_t^{(i)} \approx 1 \quad (30)$$

由该条件可得到 RKN 扰动误差有界，且存在常数 $\beta > 0$ ，使得

$$|\Delta_{est}| \leq \beta \sqrt{\text{trace}(\mathbf{P}_{t-1|t-1})} \quad (31)$$

式中： Δ_{est} 为使 RKN 模型误差扰动项。

引理 2^[29]：在有限预测视界 N 以及 RKN 误差协方差 P_t 的作用下，MPC 控制器预测残差有界且满足

$$|\Delta_{MPC}| \leq \gamma' |\mathbf{e}_t| \quad (32)$$

式中： Δ_{MPC} 为 MPC 预测残差； γ' 为有界常数，且满足 $\gamma' > 0$ 。

引理 3^[30]：比例补偿模块计算中，其归一化增益满足以下条件

$$0 < \alpha_t = \frac{K_{p,t}T}{M + \xi_1} < 2 \quad (33)$$

构建 Lyaunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{e}_t^2 \quad (34)$$

$$\Delta V(t) = \frac{1}{2} E = \frac{1}{2} \mathbf{e}_{t+1}^2 - \frac{1}{2} \mathbf{e}_t^2 \quad (35)$$

定理：在以上三条引理的条件下，满足 $\Delta V(t) < 0$ 或者有界时，说明该控制器是持续收敛，为证明该条件满足，将 $|\mathbf{e}_t|$ 的两种情况进行讨论。

证明：由上述条件建立下一时刻误差以及当前误差的关系式

$$\mathbf{e}_{t+1} = \mathbf{e}_t - \frac{K_{p,t} \mathbf{e}_t}{M + \xi_1} T + \Delta_{MPC} + \Delta_{est} \quad (36)$$

将式(33)代入上式且令 $\delta_t = \Delta_{MPC} + \Delta_{est}$ 作为控制器的总体扰动可得到

$$\mathbf{e}_{t+1} = (1 - \alpha_t) \mathbf{e}_t + \delta_t \quad (37)$$

将式(37)代入式(35)并将误差平方差展开得到

$$\begin{aligned} E &= \mathbf{e}_{t+1}^2 - \mathbf{e}_t^2 \\ &= (\alpha_t^2 - 2\alpha_t) \mathbf{e}_t^2 + 2(1 - \alpha_t) \mathbf{e}_t \delta_t + \delta_t^2 \end{aligned} \quad (38)$$

当 $|\mathbf{e}_t| \geq e_m$ 时，由引理 1 和引理 2 可知控制器总扰动有界，且一定存在

$$|\delta_t| \leq \gamma'' |\mathbf{e}_t| + \varepsilon \quad (39)$$

式中 γ'' 为总扰动的有界常数且 $0 < \gamma'' \ll 1$ ， ε 足够小；将式(39)带入式(37)并构建不等式可得到

$$\begin{aligned} E &\leq (\alpha_t^2 - 2\alpha_t) \mathbf{e}_t^2 + 2|1 - \alpha_t| |\mathbf{e}_t| |\delta_t| + \delta_t^2 \\ &\leq (\alpha_t^2 - 2\alpha_t) \mathbf{e}_t^2 \\ &\quad + (2|1 - \alpha_t| \gamma'' + \gamma''^2) \mathbf{e}_t^2 + o(\varepsilon |\mathbf{e}_t|) \end{aligned} \quad (40)$$

整理得

$$\begin{aligned} E &\leq -[\alpha_t(2 - \alpha_t) + 2|1 - \alpha_t| \gamma'' - \gamma''^2] \mathbf{e}_t^2 \\ &\quad + o(\varepsilon |\mathbf{e}_t|) \end{aligned} \quad (41)$$

由引理 3 可知一定存在整体 $\alpha V > 0$ ，使得

$$E \leq -\alpha V \mathbf{e}_t^2 + o(\varepsilon |\mathbf{e}_t|) \quad (42)$$

由于 $o(\varepsilon |\mathbf{e}_t|)$ 足够小，所以一定满足 $E < 0$ ，即一定满足 $\Delta V(t) < 0$ 。

当 $|\mathbf{e}_t| < e_m$ 时，补偿模块进入死区， $\alpha_t = 0$ ，则

$$E = 2\mathbf{e}_t \delta_t + \delta_t^2 \quad (43)$$

由于此时 $|\mathbf{e}_t|$ 足够小，所以 RKN 使控制总干扰 δ_t 极小，所以 E 有界且 $V(t)$ 不会显著增加，系统误差会保持在小误差零域

4 仿真实验

4.1 数据预处理

本文使用 CRH380A 高速动车组半实物仿真平台对所提出的模型进行仿真实验，将实验仿真平台中的特征数据作为模型测试的输入数据，同时对输入特征数据处理得到一条理想数据作为目标数据。对数据进行如下的预处理操作。

- 1) 采用历史均值填充与前后向填充相结合的方法处理缺失值。
- 2) 采用 z-score 方法检测异常值，并对异常值进行替换或删除处理。
- 3) 取样间隔为 0.1 s，假设在瞬时时刻列车的加速度不变，通过差分法计算列车瞬时的加速度。
- 4) 选择前百分之八十的数据作为训练集，后百分之二十的数据用作验证集。

4.2 参数设置

模型的参数直接影响训练稳定、预测精度以及计算效率，在模型中至关重要，表 1 总结了该模型在列车状态估计中的关键参数以及典型值。

表 1 模型训练关键参数
Table.1 Key Parameters for Model Training

参数	值	单位
列车质量	$3.6 \times 10^5 + \xi_1$	kg
摩擦阻力	$1.6 \times 10^{-1} + \xi_2$	N/kN
空气阻力	$(5.3 \times 10^{-3} + \xi_3)v(t) + (1.8 \times 10^{-4} + \xi_4)v^2(t)$	N/kN
坡道阻力	P	N/kN
弯道阻力	$\frac{6 \times 10^2}{R}$	N/kN
隧道阻力	$1.3 \times 10^{-4} \cdot L$	N/kN
附加干扰	ξ_5	N
预测时域 N_p	4	/
控制时域 N_c	3	/
误差阈值 e_m	0.05	m/s

为体现本文仿真实验中的线路条件，以图 4 为例，图中表示仿真实验中的坡度线路条件，单位为千分号，此外线路条件还包含曲率以及隧道。

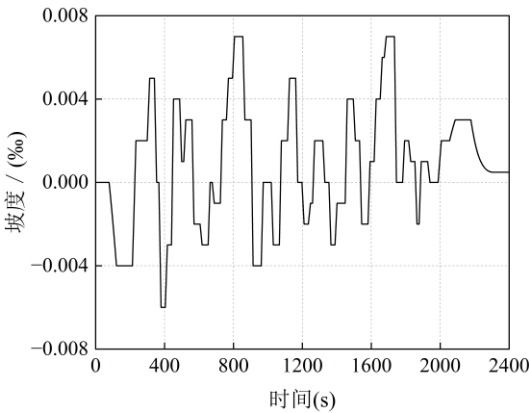


图 4 线路坡道信息

Fig.4 Track gradient information

4.3 结果分析

4.3.1 模型评价

对于标准 KF, KG 的取值主要由噪声协方差矩阵 Q 与 R 的比值决定, 其中, 过程噪声协方差 Q 与观测噪声协方差 R 的相对大小反映了滤波器对模型预测与观测测量的信任程度。在 RKN 中, Q 与 R 矩阵通常先验未知, 由 GRU1 通过数据驱动的方式自动学习两者的合理配比。然而, 为加速模型收敛, 仍需为 GRU1 设定一个合理的初始 Q/R 比值。为探究最优的 Q/R 初始比值, 本文分别取 0.1、1 和 10 三种情况进行对比实验, 以速度预测任务作为评估基准。训练轮次统一设为 150, 并采用 RMSE 指标对模型性能进行评价, 实验结果如图 5 所示。由图可知, 训练初期三种比值下的 RMSE 均处于较高水平, 且差异不显著。随着训练轮次增加, RMSE 逐步下降, 约在 100 轮后趋于稳定。当 $Q/R = 10: 1$ 时, RMSE 收敛至约 0.3, 显著优于另外两种比值设置; 因此, 本文选取 $Q/R = 10: 1$ 作为 RKN 模型的初始噪声矩阵比值。

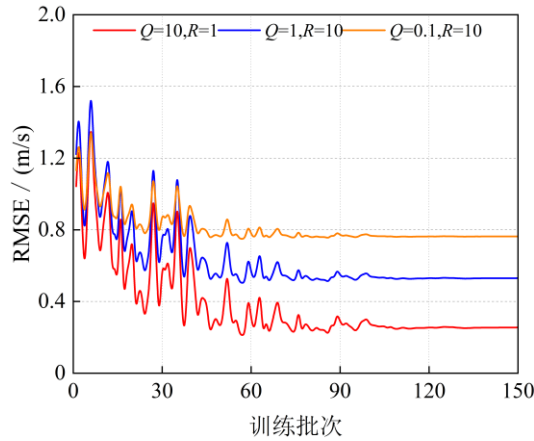


图 5 RMSE 指标

Fig.5 RMSE index

4.3.2 预测结果对比

通过上述实验确定了最优的 Q/R 初始比值, 本节进一步通过速度跟踪实验比较各模型的性能, 图 6~图 7 给出了三种模型在同一路径条件下的速度跟踪曲线及对应的速度跟踪误差。图 6 展示了速度跟踪曲线。其中, 黑色曲线为参考速度曲线; 蓝色和橙色曲线分别为基于长短期记忆网络的模型预测控制器(LSTM-MPC)和基于扩展自回归积分滑动平均模型的模型预测控制器(RTL-MPC)的跟踪轨迹; 红色曲线为本文所提 RKN-MPC-P 的跟踪轨迹。从整体跟踪效果来看, 三种方法均能较好地跟踪目标曲线, 为进一步比较控制精度, 图中选取了一段局部区域进行放大显示, 由放大图可见, 红色曲线的波动幅度明显小于蓝色与橙色曲线, 其中橙色曲线的震荡最为剧烈, 表明 RKN-MPC-P 具有更优的跟踪平稳性, 图 7 给出了三种控制方法的全局速度误差分布。RKN-MPC-P 的跟踪误差幅值较小, 无明显突变, 整体保持在 $[-0.2\text{m/s}, 0.2\text{m/s}]$ 区间内。相比之下, LSTM-MPC 在起始与终止阶段存在显著误差突变, 最大误差接近 1m/s ; RTL-MPC 的误差在起始与终止阶段更是逼近 1.5m/s 。上述结果表明, 本文所提 RKN-MPC-P 方法在全局速度跟踪精度方面优于 LSTM-MPC 和 RTL-MPC, 验证了其在高速列车速度跟踪控制中的有效性与优越性。

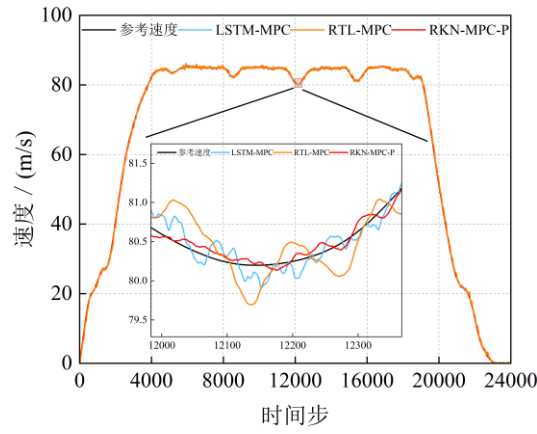


图 6 三种算法速度跟踪对比

Fig.6 speed tracking comparison of three algorithms

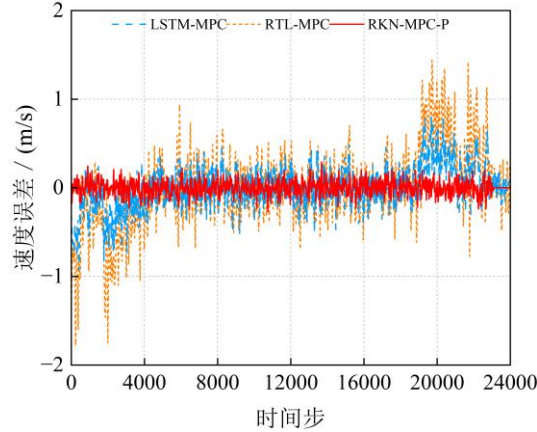


图 7 三种算法速度跟踪误差对比

Fig.7 speed tracking error comparison of three algorithms

高速列车的位置跟踪精度同样是衡量控制性能的重要指标。为进一步验证本文所提 RKN-MPC-P 模型的优越性，图 8~图 9 给出了三种模型在同一线路条件下的位置预测曲线及对应的位置预测误差。由于位置通常由速度积分得到，速度预测中的微小偏差会在位置域中被显著放大，因此位置跟踪性能能够更直观地反映模型的预测能力。图 8 展示了三种模型的位置预测曲线，从全局跟踪效果来看，三种方法均较好地拟合参考位置轨迹。为进一步观察细节差异，图中选取了位置变化较为剧烈的区段进行局部放大，放大图中，RKN-MPC-P（红色曲线）的预测轨迹最贴近参考位置曲线，而 LSTM-MPC 和 RTL-MPC 的预测轨迹则与参考曲线存在明显偏差，图 9 给出了三种模型的位置预测误差分布。RKN-MPC-P 在预测过程中虽然存在一定偏差，但得益于其良好的模型精度，误差能够及时校正，整体保持在约 $\pm 30\text{m}$ 范围内波动。相比之下，LSTM-MPC 的位置误差呈现出长期偏移趋势且难以收敛，最大误差接近 100m ；RTL-MPC 的位置误差则更为严重，最大值超过 200m 。上述结果表明，本文所提 RKN-MPC-P 方法在位置跟踪精度方面显著优于 LSTM-MPC 和 RTL-MPC，进一步验证了该模型在高速列车状态预测与控制中的优越性。

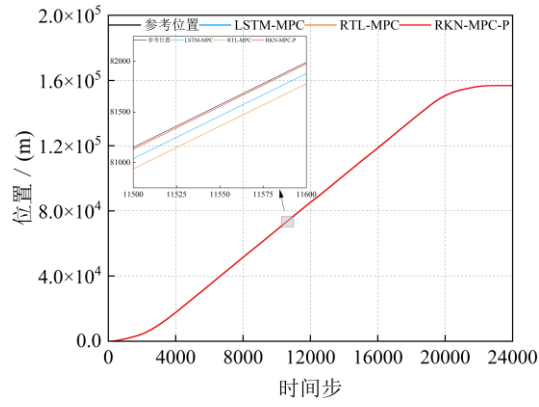


图 8 三种算法位置跟踪对比

Fig.8 Comparison of position tracking for the three algorithms

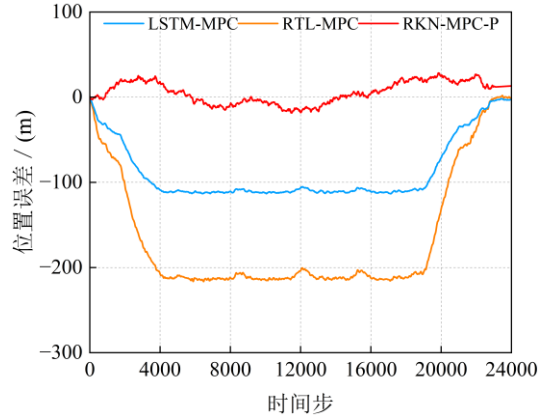


图 9 三种算法位置跟踪误差对比

Fig.9 Comparison of position tracking errors among three algorithms

图 10~图 11 给出了三种模型的全局控制力曲线对比。蓝色、橙色和红色曲线分别为 LSTM-MPC、RTL-MPC 以及本文所提 RKN-MPC-P 的控制力输出。由图 10 可见,RKN-MPC-P(红色曲线)的控制力最为平滑,且整体幅值较小,全局控制力保持在 $[-130\text{kN},130\text{kN}]$ 范围内。LSTM-MPC 虽控制效果较好,但其平滑性明显不如 RKN-MPC-P。相比之下,RTL-MPC 的控制力平滑程度最差,且在多个时段出现明显的幅值突变,表明其控制稳定性不足。图 11 展示了本文所设计的比例补偿模块对 MPC 控制器的补偿控制力,从全局分布来看,补偿控制力保持在 $[-5\text{kN},5\text{kN}]$ 范围内,幅值较小。该补偿模块能够有效改善 MPC 控制器的输出品质,使整体控制力更加平滑,同时减小其幅值波动,从而提升列车运行的舒适性与稳定性。

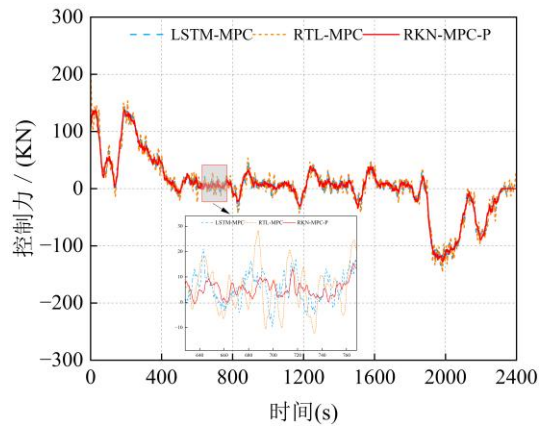


图 10 三种算法控制力曲线

Fig.10 control force curves for the three algorithms

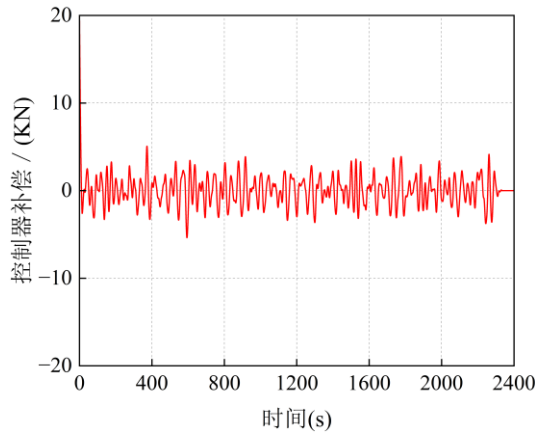


图 11 补偿控制力曲线

Fig.11 Compensation control force curve

图 12 展示了三种控制算法全局加速度曲线的对比，从整体趋势来看，三种算法的加速度均能有效跟踪期望加速度的变化趋势，为进一步观察细节差异，图中选取了典型区段进行局部放大。由放大图可见，相较于 LSTM-MPC 和 RTL-MPC，本文所提 RKN-MPC-P 的加速度曲线最为平稳，波动幅度最小，其加速度范围保持在 $[-0.4\text{m/s}^2, 0.4\text{m/s}^2]$ 之间，该加速度区间满足高速列车运行过程中的乘坐舒适性要求，表明 RKN-MPC-P 在抑制加速度突变、改善纵向冲击感方面具有显著优势。对比之下，LSTM-MPC 的加速度波动幅度较大，RTL-MPC 则在多处出现明显的尖峰和抖动，反映出其控制连贯性与平稳性不足。上述结果表明，RKN-MPC-P 通过协方差驱动的比例补偿机制与 MPC 的协同优化，有效提升了列车运行的舒适性。

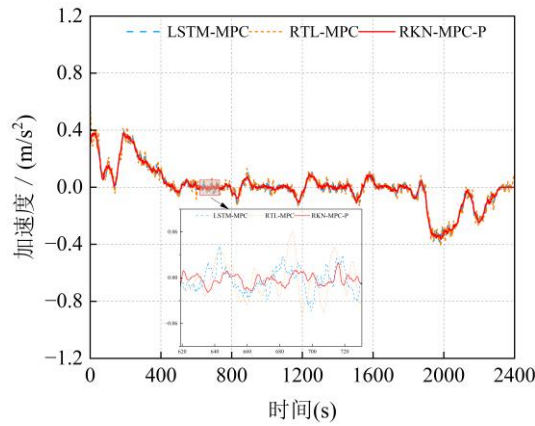


图 12 三种算法加速度对比

Fig.12 Comparison of acceleration among three algorithms

为了更好的比较三种算法的跟踪精度以及舒适性，计算三个模型的速度跟踪误差绝对值之和 IASE 以及加速度变化率之和 IAAV 这两个性能指标来进行分析，两个性能指标计算

$$\begin{cases} \text{IASE} = \sum_{t=1}^{T_G} |\hat{v}_t - v_{e,t}| \\ \text{IAAV} = \sum_{t=1}^{T_G} |a_t - a_{t-1}| \end{cases} \quad (44)$$

如表 2 所示，在同一线路条件下，RKN-MPC-P 算法的整体跟踪量化指标以及平稳性量化指标均优于其他两种模型，相较于其他两种算法，本文的算法具有更好的控制精度以及舒适性，同时也充分体现了该算法的有效性。

表 2 三种算法模型评价指标

Tab.2 Model evaluation metrics of three algorithms

控制算法	IASE	IAAV
LSTM-MPC	746.21	174.12
RTL-MPC	407.35	293.11
RKN-MPC-P	146.33	100.05

5 结论

本文构建的 RKN 模型融合物理建模与数据驱动方法，实现了对高速列车运行状态的精确预测，速度预测误差优于对比模型，且位置预测中展现出较强的自适应校正能力，有效提升了长时域预测的可靠性与稳定性。将 RKN 预测模型与 MPC-P 控制器相结合，通过误差阈值判别机制仅在偏差超出容忍范围时输出补偿控制力，针对性地修正 MPC 主控制量，不仅使控制力输出更加平滑、抑制高频波动，同时在保证跟踪精度的前提下显著提升了列车乘坐舒适性。此外，该控制框架基于标准卡尔曼滤波架构构建，未来可拓展至卡尔曼滤波变体以适应更复杂的线路条件，并进一步优化误差阈值的实时调整策略，使补偿控制力与 MPC 主控制量叠加后的总控制力更加平滑高效。

参考文献：

[1] 李中奇, 周靛, 杨辉. 高速动车组数据驱动无模型自适应积分滑模预测控制 [J]. 自动化学报, 2024, 50 (1): 194-210.
Li Zhongqi, Zhou Liang, Yang Hui. Data-driven model-free adaptive integral sliding mode predictive control for high-speed electric multiple unit [J]. Acta Automatica Sinica, 2024, 50 (1): 194-210.

[2] 付雅婷, 胡东亮, 杨辉, 等. 高速列车纵向动力学建模与自适应 RBFNN 控制 [J]. 铁道学报, 2024, 46 (1): 42-52.
Fu Yating, Hu Dongliang, Yang Hui, et al. Longitudinal dynamics modeling and adaptive RBFNN control for high-speed trains [J]. Journal of the China Railway Society, 2024, 46 (1): 42-52.

[3] Mei T X, Li H, Goodall R M. Kalman filters applied to actively controlled railway vehicle suspensions [J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2001, 23 (3): 163-181.

[4] Zhao Yi, Wen Tao, Cai Baigen. A Kalman filter method for train operation state estimation that use underdetermined least squares estimation model error [C] //2024 China automation congress (CAC), November 1-3, 2024, Qingdao, China. New York: IEEE, 2024: 2843-2848.

[5] Wen Tao, Wang Jincheng, Cai Baigen, et al. A dynamic estimation method for the headway of virtual coupling trains utilizing the high-order extended Kalman filter-based smoother [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2025, 26 (5): 7051-7064.

[6] Li Y, et al. An unscented Kalman filter-based synchronization control method for multi-train operation[J]. International Journal of Advanced Science, Engineering and Information Technology, 2024, 14(3): 123-135.

[7] 唐兆, 董少迪, 罗仁, 等. 人工智能算法在铁道车辆动力学仿真中的应用进展 [J]. 交通运输工程学报, 2021, 21 (1): 250-266.
Tang Zhao, Dong Shaodi, Luo Ren, et al. Application advances of artificial intelligence algorithms in dynamics simulation of railway vehicle [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21 (1): 250-266.

[8] Tang Zhao, Hu Yuwei, Qu Zhiming. Enhancing nonlinear dynamics analysis of railway vehicles with artificial intelligence: a state-of-the-art review [J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112 (17): 14687-14717.

[9] Bobrowski O, Meir R, Shoham S, et al. A neural network implementing optimal state estimation based on dynamic spike train decoding [C] //Proceedings of the 21st international conference on neural information processing systems. New York: ACM, 2007: 145-152.

[10] Weston P, et al. Prediction of future train states using neural networks[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2008: 123-134.

[11] 杨辉, 付雅婷. 列车运行建模与速度控制方法综述 [J]. 华东交通大学学报, 2018, 35 (5): 1-8.
Yang Hui, Fu Yating. A survey of modeling and speed control methods for operation of trains [J]. Journal of East China Jiaotong University, 2018, 35 (5): 1-8.

- [12] 张淼, 何仪娟, 杨博宇, 等. 基于 LSTM-KF 模型的高速列车群组追踪运行轨迹预测方法 [J]. 交通运输工程学报, 2024, 24 (3): 296-310.
- Zhang Miao, He Yijuan, Yang Boyu, et al. Trajectory prediction method for high-speed train group tracking operation based on LSTM-KF model [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2024, 24 (3): 296-310.
- [13] Revach G, Shlezinger N, Ni Xiaoyong, et al. KalmanNet: neural network aided Kalman filtering for partially known dynamics [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2022, 70: 1532-1547.
- [14] Pu Qian, Zhu Xiaomin, Zhang Runtong, et al. Speed profile tracking by an adaptive controller for subway train based on neural network and PID algorithm [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69 (10): 10656-10667.
- [15] Guo Xianggui, Ahn C K. Adaptive fault-tolerant pseudo-PID sliding-mode control for high-speed train with integral quadratic constraints and actuator saturation [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22 (12): 7421-7431.
- [16] 董海荣, 高冰, 宁滨, 等. 基于模糊 PID 软切换控制的列车自动驾驶系统调速制动 [J]. 控制与决策, 2010, 25 (5): 794-796, 800.
- Dong Hairong, Gao Bing, Ning Bin, et al. Fuzzy-PID soft switching speed control of automatic train operation system [J]. Control and Decision, 2010, 25 (5): 794-796, 800.
- [17] Zheng Changlu, Fan Jian, Fei Minrui. PID neural network control research based on fuzzy neural network model [C] //2009 international conference on computational intelligence and software engineering, December 11-13, 2009, Wuhan, China. New York: IEEE, 2009: 1-4.
- [18] 李中奇, 黄琳静, 周靓, 等. 高速列车滑模自抗扰黏着控制方法 [J]. 交通运输工程学报, 2023, 23 (2): 251-263.
- Li Zhongqi, Huang Linjing, Zhou Liang, et al. Sliding mode active disturbance rejection adhesion control method of high-speed train [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2023, 23 (2): 251-263.
- [19] 赵德生, 李德仓. 基于滑模自适应鲁棒控制的城市轨道交通列车电空制动控制策略研究 [J]. 城市轨道交通研究, 2020, 23 (7): 30-35.
- Zhao Desheng, Li Decang. Research on EP braking control strategy for urban rail transit train based on SMARC [J]. Urban Mass Transit, 2020, 23 (7): 30-35.
- [20] 张鑫, 祝子钧, 陈凯生. 基于自适应终端滑模的高速列车迭代学习速度控制 [J]. 铁道学报, 2024, 46 (9): 76-84.
- Zhang Xin, Zhu Zijun, Chen Kaisheng. Adaptive terminal sliding mode based iterative learning speed control for high-speed trains [J]. Journal of the China Railway Society, 2024, 46 (9): 76-84.
- [21] Han Honggui, Wu Xiaolong, Qiao Junfei. Real-time model predictive control using a self-organizing neural network [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2013, 24 (9): 1425-1436.
- [22] Wang Gongming, Jia Qingshan, Qiao Junfei, et al. Deep learning-based model predictive control for continuous stirred-tank reactor system [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 32 (8): 3643-3652.
- [23] Huang Keke, Wei Ke, Li Fanbiao, et al. LSTM-MPC: a deep learning based predictive control method for multimode process control [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 70 (11): 11544-11554.
- [24] 李中奇, 郭胜彬, 周靓, 等. 基于端边云协同的高速列车无延时预测控制 [J]. 铁道学报, 2026, 48 (2): 79-95.
- Li Zhongqi, Guo Shengbin, Zhou Jing, et al. Delay-free model predictive control for high-speed trains based on end-edge-cloud collaboration [J]. Journal of the China Railway Society, 2026, 48 (2): 79-95.
- [25] 杨辉, 童英赫, 付雅婷, 等. 基于模型补偿的高速列车状态反馈预测控制 [J]. 铁道科学与工程学报, 2020, 17 (10): 2460-2468.
- Yang Hui, Tong Yinghe, Fu Yating, et al. State feedback predictive control of high-speed train based on model compensation [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2020, 17 (10): 2460-2468.
- [26] Liang Hongtao, Yu Junzhi, Li Huiping. Adaptive trajectory tracking control for small unmanned underwater vehicles with prescribed performance and dynamic compensation [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2025, 72 (6): 6297-6306.
- [27] Tan Panlong, Liu Junjie, Sun Mingwei, et al. Disturbance compensation-based deep reinforcement learning control strategy for underactuated overhead crane systems: design and experiments [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2025, 26 (4): 4380-4390.

- [28] Mortada H, Falcon C, Kahil Y, et al. Recursive KalmanNet: deep learning-augmented Kalman filtering for state estimation with consistent uncertainty quantification [C] //2025 33rd European signal processing conference (EUSIPCO), September 8-12, 2025, Palermo, Italy. New York: IEEE, 2025: 885-889.
- [29] Zhu Lei, Li Xuefang, Huang Deqing, et al. Cooperative control of virtually coupled trains considering train-to-train communication cycle: a tube-based model predictive control approach [J] . Vehicle System Dynamics, 2025, 63 (1): 3-25.
- [30] Han Guang, Yuwen Li, Sun Xiaoyun, et al. A strategy based on LSTM controller with adaptive proportional compensation for high-speed train operation control [J] . IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2024, 25 (11): 16171-16180.