

用虚拟裂纹模型分析普通断裂 力学方法对胶结材料的可用性

张鸿庄 陆龙文

(建筑工程系)

摘 要

线弹性断裂力学、J积分、COD和R曲线分析方法可用来分析混凝土这类胶结材料,但在这些普通断裂力学分析方法上得到的试验数据常有矛盾之处。本文论述了与试验较为吻合的虚拟裂纹模型,并以此模型为基础,讨论了普通断裂力学分析方法对胶结材料的适用性。

关键词: 混凝土; 断裂力学; 线弹性

0 引言

1961年,考普兰(Kaplan)开始用断裂力学来研究混凝土的断裂过程,从那时起,在有关混凝土和类似材料的裂纹稳定性、裂纹扩展、断裂力学试验方面发表了许多文章,所有这些文章都有一个共同点,即:混凝土被作为线弹性材料来处理,并采用适当修正过的K或G方法。不过,有的学者也用了别的方法,如J积分法和R曲线分析法等,但用这些分析方法得到的试验数据却常有矛盾之处,因此不能令人满意。

1976年,瑞典人P.E.彼得森首次为混凝土断裂建立了虚拟裂纹模型,并在有限元的基础上提出了计算方法,在此基础上所得到的计算结果与试验结果吻合得较好。

本文在概要论述虚拟裂纹模型的基础上,讨论了在胶结材料上使用普通断裂力学分析方法的可用性。

1 虚拟裂纹模型概述

从断裂力学观点来看,试件断裂破坏时,仅有一个断裂区在发展,所有变形都发生在这一小区域——断裂区内,而断裂区外部的材料将发生弹性卸载。由此,P.E.彼得森认为混

本文于1991年11月22日收到

混凝土或其它非屈服材料的应力—应变曲线与试件的长度有关。因而不适合作为材料特性。描述某一材料变形特性的最好办法是用二种关系：一是断裂区外部材料的变形特性由应力和应变间的关系确定，即 $\sigma-\varepsilon$ 曲线；二是断裂区的变形特性由应力和断裂区绝对张开宽度之间的关系确定，即 $\sigma-w$ 曲线。

P.E.彼得森提出：在切口前缘的断裂区通常在拉伸应力域中形成，因此，此区的特性类似于在直接拉伸试验中的断裂区，可用一个能够传递应力的窄纹来代替（见图1）。应力传递能力取决于在受力方向上此纹的宽度 w 。

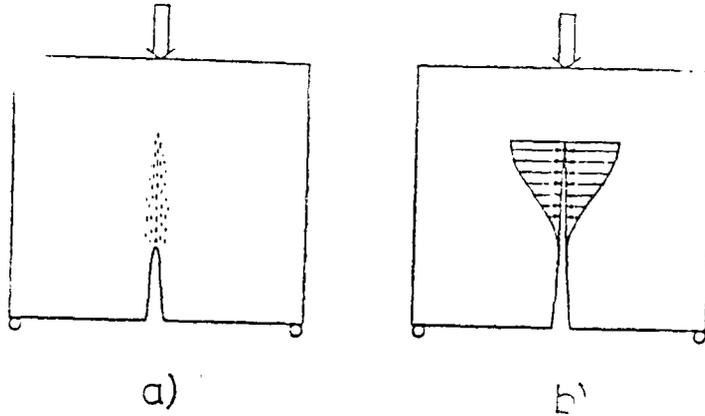


图1 用虚拟裂纹模型时，裂尖前缘的断裂区a)用一个能传递应力的裂纹b)代替

传递应力的裂纹不是实际的裂纹，而是一条虚设裂纹，所以上面所描述的模型被称为虚拟裂纹模型。采用虚拟裂纹模型时，必须符合下列假定：

- (1) 断裂区在第一主应力达到拉伸强度时开始形成，其方向垂直于第一主应力方向。
- (2) 断裂区中的材料部分破坏，但仍能传递应力，应力传递能力取决于第一主应力方向上断裂区的局部变形，计算时，按 $\sigma-w$ 曲线变化。
- (3) 假定受力方向上的断裂区宽度等于该区扩展的宽度；
- (4) 断裂区外部材料特性由 $\sigma-\varepsilon$ 曲线给定。

虚拟裂纹模型不是一个纯断裂力学的模型，它也能用来分析原先无切口的构件，这就使得虚拟裂纹模型不同于其它方法。另外，利用虚拟裂纹模型可以研究断裂区的发展；裂纹在材料中的启裂和扩展，而用别的模型时，通常只能分析裂纹的启裂。

P.E.彼得森已分析了四种不同的“模型”材料，各种材料 $\sigma-\varepsilon$ 曲线近似为一条直线，但 $\sigma-w$ 曲线则完全不同。如图2~图5所示。如果 $\sigma-w$ 曲线形状不知道，把 $\sigma-w$ 曲线近似为图2的直线也许是最合理的。对素混凝土而言，这种简单的近似可给出满意的结果。图3 Dugdale型 $\sigma-w$ 曲线最适宜类似于软钢和其它具有塑性性能的屈服材料。对于大多数标准特性的混凝土，最好采用图4所示的由二条直线组成的 $\sigma-w$ 曲线，这条曲线比图2简单直线能更实际更有效地描述混凝土断裂区的性能。图5中的曲线代表短纤维含量较少的纤维混凝土(FRC)。

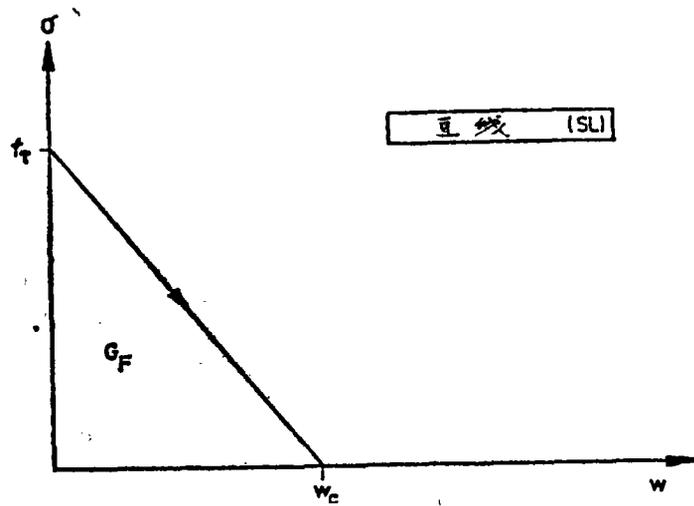


图2 一条直线的 $\sigma-w$ 曲线

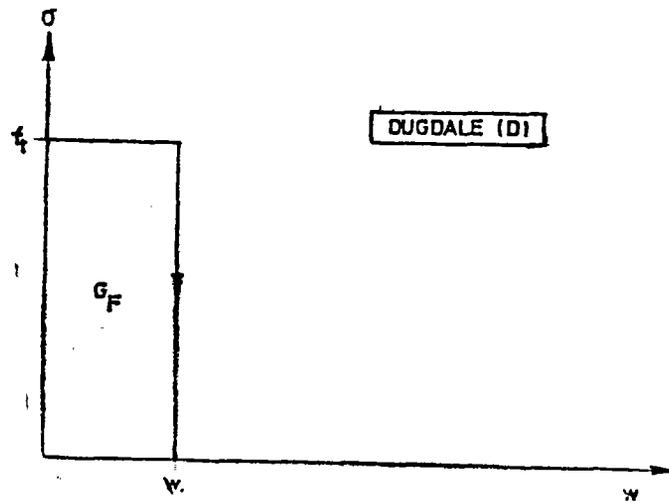


图3 Dugdale型 $\sigma-w$ 曲线

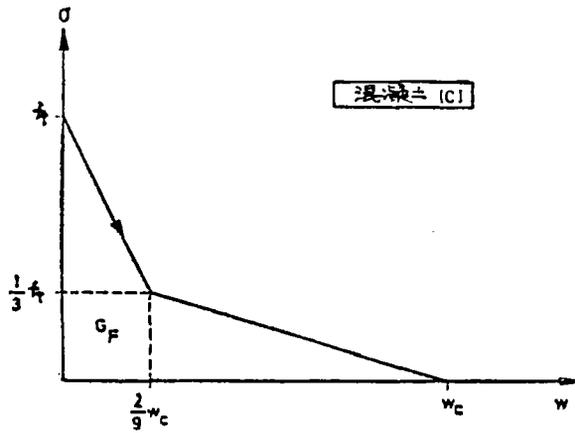


图4 适用于大多数普通混凝土特性的二直线 $\sigma-w$ 曲线

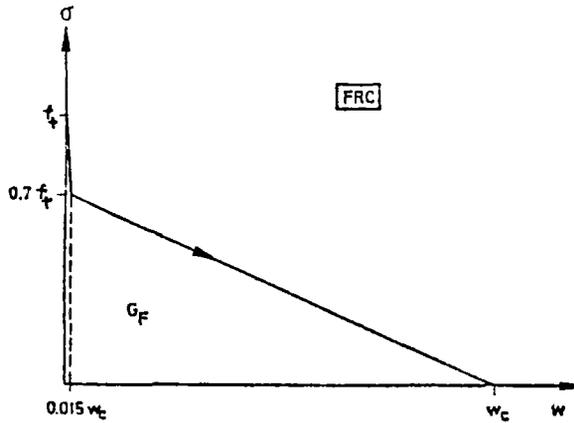


图5 纤维混凝土 $\sigma-w$ 曲线的例子

2 普通断裂力学分析方法对胶结材料的可用性

人们用断裂力学各种分析方法对类似混凝土这样的胶结材料进行了大量的试验研究，但由于这些来自不同试验的结果常常互相矛盾，因而引起了人们对在混凝土这样的胶结材料上使用断裂力学的怀疑。下面通过与虚拟裂纹模型的对比来讨论普通断裂力学分析方法对胶结材料的可用性。

2.1 线弹性断裂力学

线弹性断裂力学有两类断裂判断标准：

(1) 能量断裂准则 (G判据)

$$G = G_c$$

G——能量释放率；

G_c ——临界能量释放率。

(2) 应力强度准则 (K判据)

$$K = K_c$$

K ——应力强度因子;

K_c ——临界应力强度因子。

G_c 反映了裂纹扩展时裂尖单位裂纹面积的能量消耗。断裂能量 G_F 是另一种用来衡量产生单位面积裂纹所需能量的指标。通常, G_c 仅在线弹性材料上可精确确定,对于其他材料, G_c 则是一个近似值。而 G_F 对所有裂纹能扩展的材料都能精确确定。所以,对于线弹性材料 G_c 等于 G_F , $\frac{G_c}{G_F}$ 越接近于1,线弹性断裂力学近似性就越好。

根据虚拟裂纹模型,得到了三点受弯梁的 $\frac{G_c}{G_F}$ 和 $\frac{K_c}{\sqrt{G_F E}}$,它们都是 $\frac{d}{l_{ch}}$ 和相对切口高 $\frac{a}{d}$ 的函数(d ——梁高, l_{ch} ——材料特征长度,表示材料的脆性程度。 l_{ch} 越短,其材料就越脆; a ——切口高),见图6。从图中可见, $\frac{G_c}{G_F}$ 或 $\frac{K_c}{\sqrt{G_F E}}$ 随 $\frac{d}{l_{ch}}$ 增加而增加,最后趋于一致。

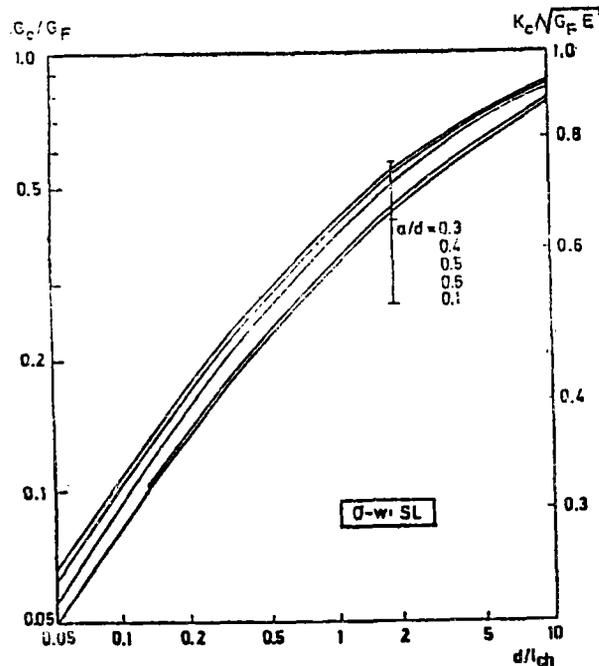


图6 不同切口高的 $\frac{G_c}{G_F}$ 和 $\frac{K_c}{\sqrt{G_F E}}$ 理论曲线

一般来说,线弹性断裂力学分析结构时,最感兴趣的是开裂荷载,而开裂荷载直接与 K_c 有关。这说明若 K_c 与正确值有误差,线弹性力学计算的开裂荷载与正确值就有相同数量的误

差。实际应用时, 开裂荷载 (或 K_c) 误差10%是允许的。如果满足这个标准, 则从图6中可以看到, 采用线弹性断裂力学时, $\frac{d}{l_{ch}}$ 会大于10。对混凝土而言, l_{ch} 一般为20~300mm, 只有当梁高于2~3m时才能使用线弹性断裂力学。习惯上试验用的梁高一般为25~300mm, 相应的 $\frac{d}{l_{ch}}$ 为0.1~1。 K_c 为 $\sqrt{G_F E}$ 的10%, G_c 为 G_F 的10%~40%, 而且在这个范围内的 K_c 和 G_c 主要取决于尺寸。这表明线弹性断裂力学对混凝土这种材料的应用是十分有限的。

水泥浆 l_{ch} 低于10mm, 普通线弹性断裂力学仅在梁高超过100mm时才有用。然而在实际结构中, 水泥浆仅作为混凝土和砂浆的一个部分。在这种情况下, 浆层厚不会超过几个毫米, 这也表示对水泥浆这种十分脆性的材料, 从实用上来说, 线弹性断裂力学的使用也是非常有限的。

Kaplan (1961年) 首次在混凝土上应用线弹性断裂力学。他在相对切口高0.5的切口梁上做三点受弯试验, 得到的一部分结果见表1。根据普通线弹性关系, G_c 可通过断裂荷载计算得到。从表中可以看到, Kaplan得到的 G_c 是与尺寸有关的。梁高从75mm增加150mm, G_c 值增加50%。

不同性质、不同梁高混凝土的 G_c 和 G_F 值

表1

材 料	d (mm)	d/ l_{ch}	G_c (N/m) 根据 Kaplan	G_F (N/m) 根据 $\sigma-w: SL$	G_F (N/m) 根据 $\sigma-w: C$	G_F (N/m) 根据 试验
石英混凝土 W/C=0.6 $l_{ch}=350mm$	75	0.2	12	79	97	85-105
	150	0.4	18	78	97	
石灰石混凝土 W/C=0.5 $l_{ch}=100mm$	75	0.75	18	55	72	55-70
	150	1.5	27	59	79	
砂 浆 W/C=0.5 $l_{ch}=150mm$	75	0.5	16	62	76	55-90
	150	1.0	25	66	87	

在Kaplan完成了他的试验以后, 一大批对混凝土的类似测定也已报道。由于试件尺寸小, 尺寸又有所变化, 试验结果常有互相矛盾之处。试验结果与普通 $\sqrt{G_F E}$ 和 G_F 值相差甚远, 对于混凝土, 它们分别为 $2MN/m^{3/2}$ 和 $100N/m$ 。

在跨中开有切口并在切口尖处作用荷载的大型断裂力学试验中发现: 对于最大试件 $100 \times 2000 \times 2500(\text{m}^3)$, K_{C} 和 G_{C} 分别为 $1.9\text{MN}/\text{m}^{3/2}$ 和 $100\text{N}/\text{m}$, 这与 $\sqrt{G_{\text{F}}E}$ 和 G_{F} 真实值相比较为接近。对于较小试件 $64 \times 900 \times 1050(\text{m}^3)$, 相应值分别为 $1.4\text{MN}/\text{m}^{3/2}$ 和 $70\text{N}/\text{m}$ 。这证明了上述结论, 即: 必须采用大尺寸试件才能得到一致的 K_{C} 和 G_{C} 值。

用虚拟裂纹模型得到了石棉水泥砂浆的 K_{C} 值, 此理论值与试验结果的比较见表2。从表中可看到, 尽管作了一些假定, K_{C} 的理论值和试验结果仍十分吻合, 这意味着虚拟裂纹模型也适合于这类材料。

石棉水泥砂浆材料特性及 K_{C} 值

表2

		纤维的总裂缝		
		5%	10%	15-20%
d	(mm)	26	26	26
f_t	(Mpa)	7.1	10.8	15.8
E	(Mpa)	17 200	17 200	17 200
G_{F}	(N/m)	760	2 300	3 300
l_{Ch}	(mm)	260	340	230
d/l_{Ch}		0.10	0.08	0.11
K_{C} (MN/m) ^{3/2}	根据虚拟 裂纹模型	1.4	2.3	3.1
K_{C} (MN/m) ^{3/2}	试验结果	1.5	2.2	3.2

根据上述讨论来看, 线弹性断裂力学只适用于符合平面应变条件的大型结构。这也就是说难以产生一个试验室测定 K_{C} 和 G_{C} 的标准试验方法。对于水泥浆也许能建立这样的试验方法, 但由于这种材料实际上还是一种混合物, 其水泥浆的性质完全不同于纯砂浆测到的数据, 故这种方法使用也很有限。

2.2 J 积分法

断裂判据:

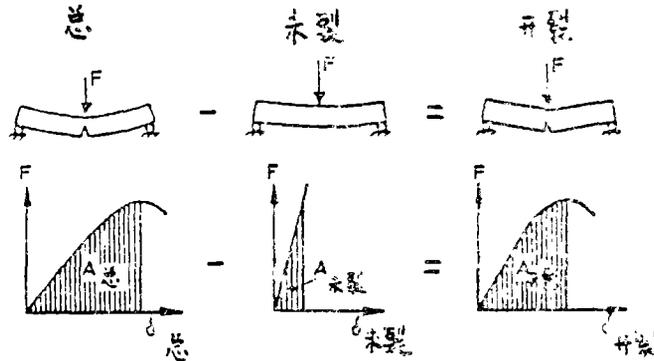
$$J = J_{\text{C}}$$

J_{C} ——平面应变条件下的J临界值。

荷载一位移曲线上最感兴趣也是唯一能最易确定的点是最大荷载点, 对于胶结材料, 这个点通常用来确定 J_{C} 。

用图7中的方法, 在梁高75mm、相对切口高从0.5~0.7间变化的梁上测定 J_{C} , 测得的结果见表3。表中对 $\frac{J_{\text{C}}}{G_{\text{C}}}$ 与根据虚拟裂纹模型得到的理论值作了对比, 尽管有些简单的假

定，但试验结果和理论值的一致性也是很好的。



$$J_c = \frac{2}{(d-a)} A_{总} - \frac{2}{(d-a)} [A_{未裂} - A_{开裂}]$$

$d - a$ ——未开裂带宽

F ——荷载/单位宽

图7 三点受弯梁上测定 J_c 的方法

水泥浆和混凝土 J_c 、 G_c 和 $\frac{J_c}{G_c}$ 的试验结果，

表中也列出了虚拟裂纹模型得到的 $\frac{J_c}{G_c}$ 值

表3

	估 算		试 验			计 算
	l_{ch} (mm)	d/l_{ch}	G_c N/m	J_c N/m	J_c/G_c	根据图6、 图9的 J_c/G_c
水 泥 浆	10	7.5	9 - 15	11 - 15	0.8 - 1.6	1.1 - 1.4
混 凝 土	250	0.3	17 - 18	40 - 43	2.2 - 2.5	2.7 - 3.0

图8中 $\frac{J_c}{G_F}$ 是根据虚拟裂纹模型得到的理论值，它与相对切口高0.3的切口梁三点受弯试验的结果一致。从图中可以发现，梁高和 $\sigma-w$ 曲线形状对 $\frac{J_c}{G_F}$ 值影响很大。从图9中可以看到，当 $\sigma-w$ 曲线近似为一条直线时，根据虚拟裂纹模型得到的 $\frac{J_c}{G_F}$ 不仅与 $\frac{d}{l_b}$ 而且还与 $\frac{a}{d}$ 有关。

对不同梁高的钢纤维混凝土梁测定了 J_c ，梁高为75mm和150mm，纤维是粗细不一的黄

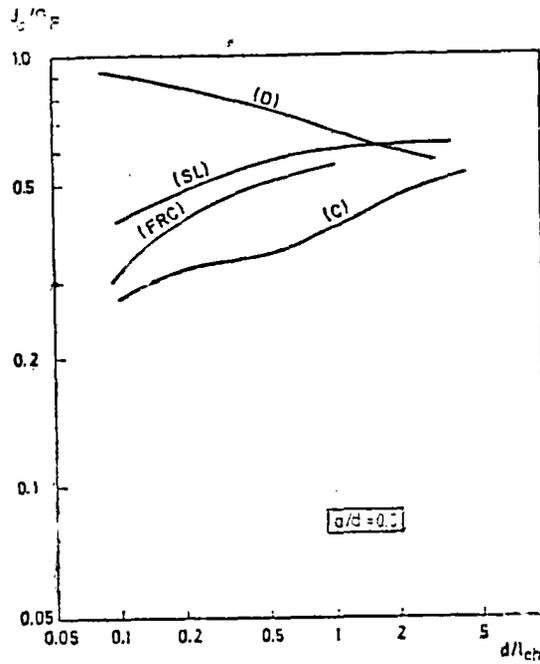


图8 三点受弯梁 $\frac{J_c}{G_F}$ 的理论曲线 (虚拟裂纹模型)

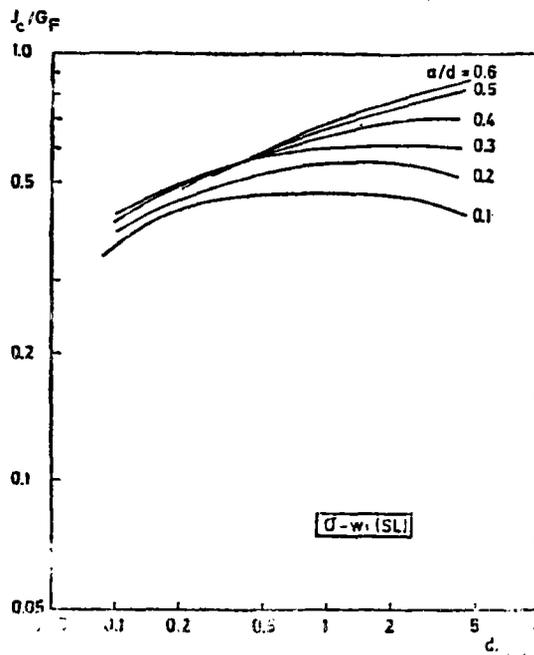


图9 不同切口高 $\frac{J_c}{G_F}$ 的理论曲线 (虚拟裂纹模型)

铜，含量为1.5%。通过试验发现：150mm高的梁 J_c 值为75mm高的梁 J_c 值的两倍。这意味着 J_c 与尺寸有关，这与图8的理论结果完全一致。当 $\frac{d}{l_b}$ 减小时，尺寸因素增加。

在对钢纤维混凝土切口高度对 J_c 有何影响的试验研究中发现：切口高度对 J_c 有很大的影响。当相对切口高度从0.75减少到0.5时， J_c 从30N/m增加到60N/m；当相对切口高度为0.125时， J_c 为1600N/m。

根据试验结果和上述讨论来看，用 J_c 作为普通尺寸胶结材料的断裂标准是不适合的。 J_c 完全依赖于试件尺寸、切口高度和 $\sigma-w$ 曲线形状，以至于 J_c 没有什么用处。从荷载—位移曲线上估价 J_c 的困难性，尤其是对纤维材料，使得这个参数没有什么价值。

2.3 裂纹张开位移法 (COD方法)

断裂判据：

$$\delta = \delta_c$$

δ ——裂纹张开位移；

δ_c ——裂纹张开位移的临界值。

只要断裂区扩展低于临界值 w_c ，断裂区就能传递应力，也只有达到这个值时，实际裂纹才开始扩展， δ 与裂尖断裂区扩展相对应。如果用 δ_c 作为实际裂纹初始扩展的一种标准，则它等于 w_c ，因此 δ_c 是一种材料特性。然而，正如以前讨论的，人们最感兴趣的是断裂荷载，而不是裂纹初始扩展。因而，用断裂荷载作为标准，则 δ_c 常常是一种近似。图10的 $\frac{\delta_c}{w_c}$ 理论值是根据虚拟裂纹模型并在最大荷载下得到的 δ_c ，这些曲线与相对切口高0.25三

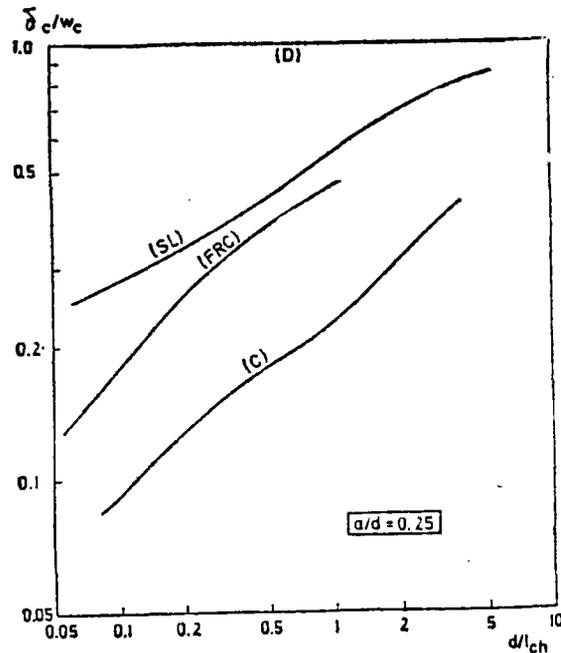


图10 $\frac{\delta_c}{w_c}$ 理论曲线(虚拟裂纹模型)

点受弯梁的试验结果一致。

材料如具有Dugdale型 $\sigma-w$ 曲线,则当达到断裂标准时,实际裂纹才开始扩展,因此 $\frac{\delta_c}{w_c}$ 等于1,这也许能解释这个事实,即:有时COD方法能成功地应用于金属,原因是金属常有Dugdale型 $\sigma-w$ 曲线。对于大多数胶结材料而言, $\sigma-w$ 曲线则完全不同,因此,COD方法应用很少。这可以从图10中看到, δ_c 随 $\frac{d}{l_{ch}}$ 增加而快速增加, $\sigma-w$ 曲线越远离Dugdale型,COD方法的应用就越少。另外,其它计算结果还表明:相对切口高度略为影响 δ_c ,COD方法的应用随相对切口高度增加而减少。

通过上述讨论得知, δ_c 取决于试件尺寸和 $\sigma-w$ 曲线形状,故不能作为断裂力学的参数。

2.4 R曲线分析法

断裂判据:

$$G \geq G_c = R_c$$

R_c ——裂纹扩展临界点的阻力

某些试验结果指出,对于某一特定宽度的试样,裂纹扩展阻力 K_R 与裂纹扩展长度 a 的关系曲线(即R曲线)是独立于试样几何形状和加载方式的,因此它被认为是一种材料特性曲线。

对于混凝土这类胶结材料,却得到与上述不同的结论。根据虚拟裂纹模型,采用一条直线的 $\sigma-w$ 曲线,得到了普通混凝土的 K_R 曲线,见图11和图12。图11为不同相对切口高度的 K_R 曲线,正如所见的,曲线略为受到相对切口高度的影响。对于不同的梁高(见图12), K_R 曲线也是不同的,这意味着把 K_R 曲线作为混凝土材料性能是毫无意义的。

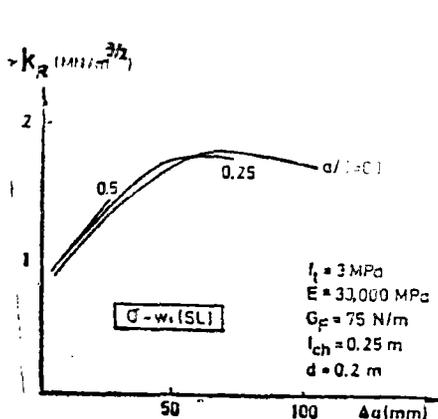


图11 普通混凝土不同切口高度的 K_R 理论曲线(虚拟裂纹模型)

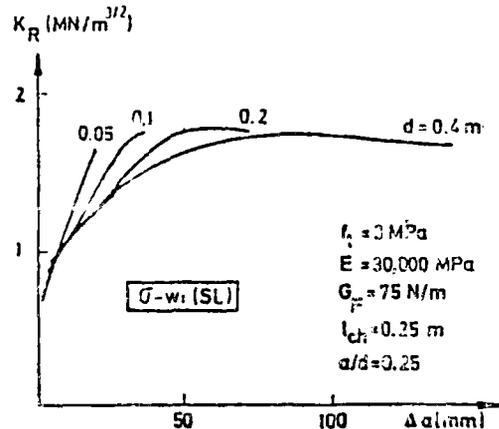


图12 普通混凝土不同梁高的 K_R 理论曲线(虚拟裂纹模型)

对1%任意分布钢纤维的混凝土,实测得到了 K_R 曲线,见图13。这些曲线是在76mm高的梁受弯试验测得的,图中也画出了理论曲线,这理论曲线是根据虚拟裂纹模型并采用适合

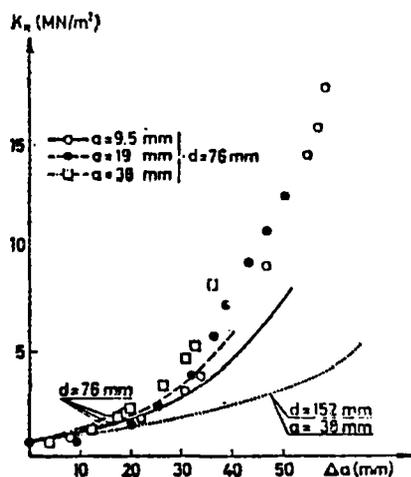


图13 钢纤维混凝土试验(点)和理论(线)的 K_R 曲线
普通尺寸是这样,曲线取决于试件尺寸和切口高度。

这种材料修改后的 $\sigma-w$ 曲线得到的,理论曲线和试验曲线吻合得较好。另外,正如图13所见,不同切口高度的理论曲线间区别很小,以试验来区分这些曲线十分困难,这也从侧面解释了试验测得的 K_R 曲线间较好的一致性。然而当梁高增加时, K_R 理论曲线的斜率显著减小,这意味着 K_R 曲线也不能作为这种材料材料特性。

为了研究梁高对 K_R 曲线的影响,测定了石棉纤维混凝土的 K_R 曲线,最大和最小梁高上所测定的 K_R 曲线,见图14。正如图中所见,梁高显著影响 K_R 曲线,尽管作了一些简单假定,还是能用虚拟裂纹模型计算得到的理论曲线来很好地描述这种现象。

根据试验结果和讨论可以看到,用 K_R 曲线作为胶结材料材料性能是不适合的,至少

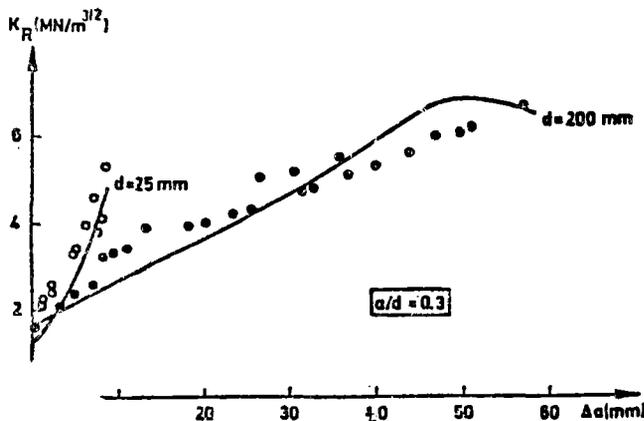


图14 不同梁高石棉纤维混凝土 K_R 的试验和理论(虚拟裂缝模型)曲线

3 结论

(1) 断裂区显著影响胶结材料的断裂过程,用单一参数描述复杂的断裂区性能是不够的。

(2) 当采用虚拟裂纹模型时, $\sigma-w$ 曲线能描述断裂区性能,因此用这种模型来分析胶结材料的断裂过程比普通采用的方法更为实际。

(3) 对胶结材料而言,采用虚拟裂纹模型,即使作了十分简单的假定,仍能发现G或K、J积分、COD和R曲线方法的局限。

参 考 文 献

- [1] Kaplan, M. F. Crack Propagation and the Fracture of Concrete. Journal of the American Concrete Institute, 1961; 58: 591—609
- [2] Halvorsen, G. T. J—Integral Study of steel Fibre Reinforced Concrete. The Int. J. of Cement Composites, 1980; 2: 13—22
- [3] Velazco, G. K. Visalvanich and S. P. Shah. Fracture Behaviour and Analysis of fibre Reinforced Concrete Beams. Cem. and Concr. Res. 1980; 10: 41—51
- [4] Mai, Y. W., R. M. L. Foote and B. Cotterell, Size Effects and Scaling Laws of Fracture in Asbestos Cement. The Int. J. of Cement Composites, 1980; 2: 23—34
- [5] 彭少民, 张传兴. 断裂力学. 成都: 成都农机学院出版社, 1981

Applicability of the Ordinary Approaches of Fracture Mechanics for Cementitious Materials Is Analysed with the Fictitious Crack Model

Zhang Hongzhuang Lu Longwen

Abstract

This kind of Cementitious material such as concrete is frequently analysed by liner elastic fracture, the J-integral, the COD—approach and R—curves. But the test data concerning K_c , G_c , J_c , COD, and R—Curves are often contradictory. This paper presents the Fictitious Crack Model in good agreement with experimental results, and the applicability of the ordinary approaches of fracture mechanics of cementitious materials is discussed with this model.

Key words: concrete, fracture mechanics, liner elastic