

经济波动及状态监测时序法研究*

王 中 庆

(机械工程系)

摘 要

经济波动研究是当前我国数量经济学者研究的一项核心课题,本文建立了有一定实用价值的经济发展平稳性预测模型和社会总产值增长率动态模型,分析了经济波动客观规律,并对波动周期进行估计。该研究成果为中国特色宏观经济理论研究提供了理论依据。

关键词: 经济波动; 状态监测; 时序法研究; 经济诊断; 经济预测

经济波动研究是探索经济发展规律的重要问题,是分析经济动态规律进行趋向预测和短期跟踪状态监控的核心问题,同时也是经济结构调整的基础。本文着重用时序分析理论以及经济发展内在规律来研究经济波动的实际问题,具有一定的理论价值又具有十分重要的实用价值。

1 经济波动数据特征

经济指标的增长率,投入产出值的观察数据序列,均为一系列的离散的有序数集合,这些序列住住是一个非平稳随机过程,其波动值将由确定型与随机型两部分组成,即

$$\{X_t\} = \{X_t\}^r + \{X_t\}^d \quad (1)$$

式中:

$\{X_t\}^d$ ——确定性数据序列

$\{X_t\}^r$ ——随机性数据序列

1.1 随机数据 (Random Data)

随机数据可分两类: a) 平稳随机数据 $\{XO_t\}$; b) 非平稳随机数据 $\{X1_t\}$ 。非平稳随机

本文于1991年11月25日收到

* 江西省科委一九九〇年软科学研究资助项目

过程可看成平稳随机过程经过“积分器”后所得的结果,因此它可以用多阶,(d)差分法(微分器)化成相对平稳的时间序列,从而将平稳时间序列分析法向非平稳序列推进,这就是处理经济波动非平稳随机过程的主要方法。对于一个离散平稳过程,它具有:

$$\text{均 值: } E\{X_t\} = U_x \quad (2)$$

$$\text{方 差: } \text{Var}\{X_t\} = S_x^2 \quad (3)$$

$$\text{均方根值: } Q_x^2 = S_x^2 + U_x^2 \quad (4)$$

$$\text{自相关函数: } R_x(r) = \frac{1}{N-r} \sum_{t=0}^{N-r} X(t)X(t-r) \quad (5)$$

$$\text{且 } R_x(0) = Q_x^2 \quad (6)$$

$$\text{协方差函数: } C_x(t) = R_x(t) - U_x^2 \quad (7)$$

由于平稳随机过程才可能是各态历经的,各态历经随机过程的所有特性才可以用单个(有限)样本上的时间平均来描述,故研究经济波动的时序,必需化为平稳随机过程。

非平稳随机数据平稳化公式如下:

$$XO_t^r = D^d X1_t^r \quad (8)$$

1.2 确定数据 (Determinate Data)

经济发展的确定数据包括趋向性数据 T_t 、周期性数据 C_t 、准周期性数据 A_t 以及掺有虚假(瞬变)数据 F_t ,其波动仍为不规则的,但这些数据均能采用平滑滤波及频谱分析的方法来处理,如:

(1) 异常数据 F_t 剔除:即剔点处理,对于增长率波动分析采用平滑滤波,找寻异常点,查出后用一内插值代替。

(2) 提取趋势项:由于经济发展过程,从理论上分析是指数增长趋势,但因干扰后这种增长趋势将发生扭曲,又近似多项式的趋势,故可以用最小二乘法来提取,用指数滑移来滤波。

(3) 周期性检测:采用离散富氏变换(DFT)进行频谱分析以及功率谱密度分析,从而确定隐含周期分量的幅值及对应的频率和相位差。

1.3 经济波动数据处理基本方法

综合上述经济波动数据的基本特性是:数据的平稳性、周期性和正态性,其中平稳性和周期性是十分重要的。在实践中我们是如何进行数据处理的呢?为了直观地说明问题请看图1流程图。

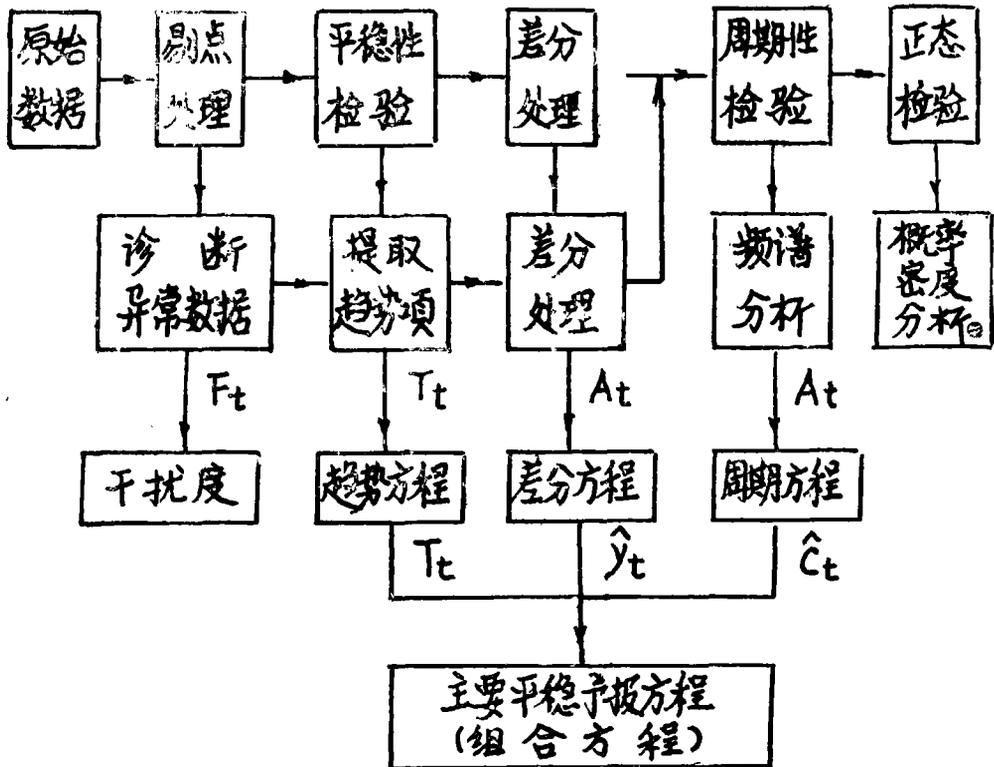


图1 数据处理与建模原理

2 经济波动周期性的估计

2.1 线性随机系统期望周期估计

社会波动现象是一个十分复杂的现象，遇到很多难以预测的各种因素干扰。从原始数据波型来观察具有不重复的特点，具有很大程度的随机性，根据二阶平稳过程具备一阶平稳的特点，故本文以一阶线性随机差分方程为对象来研究 ($E\{Y(t)\} = \text{constant}$)。

$$\text{即, } \{Y(t)\} = D^d X(t) \quad (9)$$

式中：

D^d ——表示d阶差分算子

$X(t)$ ——原始数据序列

$Y(t)$ ——一阶线性数据序列

在宽平稳条件下：

$$Y(t) = A Y(t-1) + b + u(t) \quad (10)$$

$$U_t = \bar{Y}(t) \implies b(1-a)^{-1} \quad (11)$$

$$S_u^2 = \text{Var}[u(t)] \tag{12}$$

$$R(r) = \frac{1}{N-r} \sum_{t=0}^{N-r} Y(t) \cdot Y(t-r) \implies S_u^2 \cdot (1-a)^{-1} \cdot a^r \tag{13}$$

若 $r = 0$

$$R(0) = S_y^2 + U_y^2 \implies S^2 \cdot (1-a^2)^{-1}$$

则，自相关系数为：

$$P(r) = \frac{R_y(r) - U_y^2}{R_y(0) - U_y^2} \tag{14}$$

对于一阶差分 $r=1$, $P(r) = P(1)$ 。

从而我们可以根据 $P(1)$ 来估计时间序列 $Y(t)$ 穿过均值函数的平均时间间隔 CT_2 及两个相邻的最大时间间隔 CT_1 。

$$CT_1 = \frac{2 \times 3.1415926}{\arccos P(1)} \tag{15}$$

$$CT_2 = \frac{2 \times 3.1415926}{\arccos((P(1) - 1)/2)} \tag{16}$$

2.2 确定性线性系统周期性分析

经济系统实质上是一个投入（输入）——产出（输出）系统，如下图：

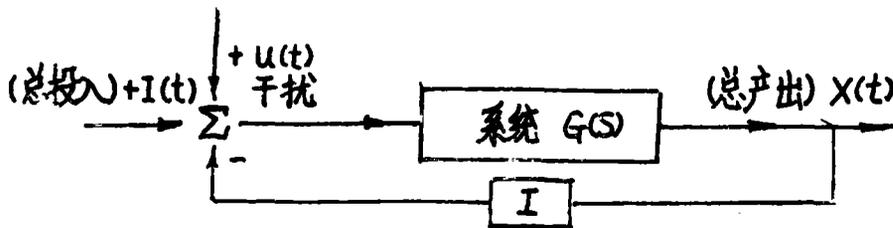


图 2 经济投入产出系统

我们可以直接观察输出（产出值）数值 $\{X_i\}$ 来估计系统方程。

设 $\{X_i\}$ 经过 L_0 平滑滤波后的序列为 $\{X_1(t)\}$ ，其差分方程方差为（通过 AR(2) 拟合）：

$$A_0 \cdot X_1(t) - A_1 \cdot X_1(t-1) + A_2 \cdot X_1(t-2) = ul(t)$$

可变为微分形式：

$$A_0 \cdot \ddot{X}_1(t) + (2A_0 - A_1) \cdot \dot{X}_1(t) + (A_0 - A_1 + A_2) \cdot X(t) = ul(t) \tag{17}$$

故经济系统是一个二阶动态系统，其动态特性为：

固有频率：

$$W_n = \sqrt{\frac{A_0 - A_1 + A_2}{A_0}}$$

周期: $T = 2 \times 3.1415926 / W_n$ (18)

系统阻尼比:

$$r_n = \frac{2 \cdot A_0 - A_1}{2 \cdot W_n \cdot A_0} \quad (19)$$

若 $0 < r_n < 1$ 时, 波峰间距:

$$T_n = \frac{2 \cdot 3.1415926 T}{\sqrt{1 - r_n \cdot r_n}} \quad (20)$$

2.3 二阶自回归过程伪周期确定

若 $\{X_t\}$ 为二阶自回归过程 AR(2), 其差分方程为:

$$X(t) + a_1 \cdot X(t-1) + a_2 \cdot X(t-2) = u(t) \quad (21)$$

若 $a_2 > a_1^2/4$ 时, 为欠阻尼, 即存在二共轭复根, $a_1 < 0$, $a_2 > 0$ 时自相关函数 $P(r)$ 为振荡衰减, 具有伪周期, 那么两根为:

$$x_1 = \sqrt{a_2} e^{iW_f t} \quad (22)$$

$$x_2 = \sqrt{a_2} e^{-iW_f t}$$

$$\cos W_f = -a_1 / (2\sqrt{a_2}) \quad (23)$$

$$\operatorname{tg}(F_n) = [(1 + a_2) / (1 - a_2)] \cdot \operatorname{tg} W_f \quad (24)$$

$$P(r) = a_2^{r/2} \cdot \left[\frac{\sin(W_f \cdot r + F_n)}{\sin(F_n)} \right] \quad (25)$$

伪周期

$$T_f = 2 \times 3.1415926 / W_f \quad (26)$$

若 $a_2 \rightarrow 1$, $F_n \rightarrow 3.1415926/2$ 时 $P(r) = \cos(W \cdot r)$, 这时 $P(t)$ 才具有正周期, 式中, r ——延时 W_f ——伪角频率 F_n ——相位

伪周期是欠阻尼系统在受随机性冲击作用时的结果。

2.4 隐周期的估计

我们假设离散过程的周期趋势数学模型为:

$$X_t = \sum_{i=1}^t C(i) \cdot \cos(2 \times 3.1415926 \cdot f(i) \cdot t + F_n(i)) + Y_t \quad (27)$$

式中:

K , $\{C(i)\}$, $\{f(i)\}$, ($i=1,2,3,\dots,K$)分别为谐波数、振幅及频率, $\{F_i(t)\}$ 是在 $(-3.14159, 3.14159)$ 内均匀分布的独立随机变量。

我们预先对 $\{X_t\}$ 进行频谱分析, 决定主要频率后, 用最小二乘法将

$$Q = \sum_{t=1}^n [X(t) - \sum_{i=1}^k (a(i) \cdot \cos(2 \cdot \text{PI} \cdot f(i) \cdot t) + b(i) \cdot \sin(2 \cdot \text{PI} \cdot f(i) \cdot t))]^2 \quad (28)$$

极小化来估计 $a(i)$, $b(i)$, 即

$$\begin{aligned} \hat{a}(i) &= -\frac{2}{N} \sum_{t=1}^n X(t) \cdot \cos(2 \cdot \text{PI} \cdot f(i) \cdot t) \\ \hat{b}(i) &= -\frac{2}{N} \sum_{t=1}^n X(t) \cdot \sin(2 \cdot \text{PI} \cdot f(i) \cdot t) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\text{PI} = 3.1415926$$

方差的估计值为:

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{N-2K} \sum_{t=1}^n [X(t) - \sum_{i=1}^k (\hat{a}(i) \cdot \cos(2 \cdot \text{PI} \cdot f(i) \cdot t) + \hat{b}(i) \cdot \sin(2 \cdot \text{PI} \cdot f(i) \cdot t))]^2 \quad (30)$$

$$\text{式中: } f(i) = i/N, \quad W(i) = 2\text{PI} \cdot i/N \quad (31)$$

通过上述处理可以将周期信息提取。

3 经济发展平稳性跟踪预测模型建立

经济数据模型实际上是一个有确定性又有随机性部份构成的组合模型, 从而共同描述了非平稳过程, 从历史数据时序中 $\{X_t\}$, 我们可以用下述步骤进行建模:

(1) 用最小二乘法拟合出确定性趋势模型 $\{T_t\}$ 。

(2) 用谐波分析法挑选合理谐波数, 而后判断周期频率 $f(i)$; 再用最小二乘法拟合出确定性周期波动趋势模型 $\{C_t\}$ 。

(3) 对残差部分建立 ARM $A(n, m)$ 序列模型 $\{Y_t\}$ 。

即跟踪预测模型为如下形式:

$$\hat{X}_t = \hat{T}_t + \hat{C}_t + \hat{Y}_t \quad (32)$$

$$\hat{T}_t = \sum_{j=1}^1 A_j e^{Kj-t}$$

$$\hat{C}_t = \sum_{i=1}^k A(i) \cdot \cos(2 \times 3.1415926f(i) \cdot t + F_a(i))$$

\hat{Y}_t 由ARMA(N, M)模型获得, 即

$$Y(t) + a_1 \cdot Y(t-1) + \dots + a_n \cdot Y(t-n) = e(t) + b_1 \cdot e(t-1) + \dots + b_m \cdot e(t-m) \quad (33)$$

(4) 平稳线性最小方差预报

设 $\{Y_t\}$ 是经过处理后的平稳序列, $Y_t(L)$ 表示 t 时刻第 L 步平稳预报数据。(历史数据平稳估计)

ARMA(N, M)模型一般预报方程为:

$$Y_t(L) = - \sum_{j=1}^{L-1} a_j \cdot X(L-j) - \sum_{j=1}^n a_j \cdot X(t-j+L) + \sum_{j=1}^m b_j \cdot e(t-j+L) \quad (34)$$

为了便于理解, 以ARMA(3, 2)为例, 进行五步预报的方程式:

$$\hat{Y}_t(1) = -a_1 \cdot Y(t) - a_2 \cdot Y(t-1) - a_3 \cdot Y(t-2) + b_1 \cdot e(t) + b_2 \cdot e(t-1)$$

$$\hat{Y}_t(2) = -a_1 \cdot \hat{Y}_t(1) - a_2 \cdot Y(t) - a_3 \cdot Y(t-1) + b_2 \cdot e(t)$$

$$\hat{Y}_t(3) = -a_1 \cdot \hat{Y}_t(2) - a_2 \cdot \hat{Y}_t(1) - a_3 \cdot Y(t)$$

$$\hat{Y}_t(4) = -a_1 \cdot \hat{Y}_t(3) - a_2 \cdot \hat{Y}_t(2) - a_3 \cdot \hat{Y}_t(1)$$

$$\hat{Y}_t(5) = -a_1 \cdot \hat{Y}_t(4) - a_2 \cdot \hat{Y}_t(3) - a_3 \cdot \hat{Y}_t(2)$$

$$(L=5, m=2, n=3)$$

(5) 未来新信息实时预报

理论分析当 $t > n$ 时, AR(N)序列的新信息预报与平稳预报是完全相同的, 因此, 我们可用有限数据建立AR(N)序列对未来值实现严格的平稳最小方差预报。

在(34)式中, 令 $M=0$, 即为AR(N)过程, 其预报方程为:

$$\hat{Y}_t(L) = -a_1 \cdot \hat{Y}_t(L-1) - a_2 \cdot \hat{Y}_t(L-2) - \dots - a_n \cdot Y_t(L-n) \quad (L > 0) \quad (35)$$

对未来新信息实时预报值为:

$$Y(t+L) = \hat{Y}_t(L) + e(t+L) \quad (36)$$

$e(t+L)$ ——残差模糊预报

4 社会总产值增长率时序分析与动态建模

社会总产值是一定时期内（一年）物质生产部门的总产值之和，一定程度上反映了物质生产部门生产总成果，反映了生产过程中消耗生产资料转移价值（C）以及劳动者新创价值（V+M），研究其发展规律是有实际意义的。

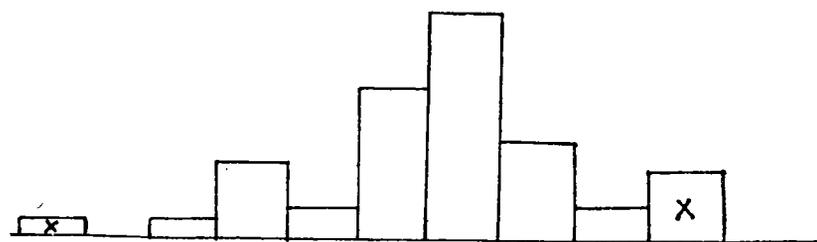
4.1 原始时间序列特性

（1）采样分析

社会总产值一般按一年采样，采样间隔 T_s 为一年，采样信号频率为 f_s （ $f_s = 1/T_s = 1$ 年），其最高分辨频率为 $f_c = 1/(2 \cdot T_s) = 0.5$ 次/年，由于社会总产值的波动频率均小于 f_c ，故不产生频率混叠现象。

（2）正态性分析（均值，方差和概率直方图）

为了直观反映经济波动，消除指数趋势项，采用总产值增长率指标。



均值 = 8.392% 标准离差 = 9.812% 波动率 CV = 116.91% 异常点概率 = 18.42%

图3 直方图分析

由此可知：上述曲线表明经济波动异常，波形不规则，异常点概率大，属非正常不规则的经济发展，即非均衡发展经济形态。（属非稳定随机型的时间序列）

（3）线性随机系统期望周期估计

首先剔点处理，修改原始数据时序：

表1

年 份	1950	1952	1958	1961	1965	1967	1969
原始数据	25.1	23.6	27.0	-22.9	23.3	-6.0	17.7
修改数据	21.45	19.00	18.77	-12.5	15.3	1.46	13.63

然后对新序列数据进行相关分析得：

$$R_x(1) = 83.15383$$

$$U_x = 8.110842$$

$$R_{\lambda}(0) = 132.5573$$

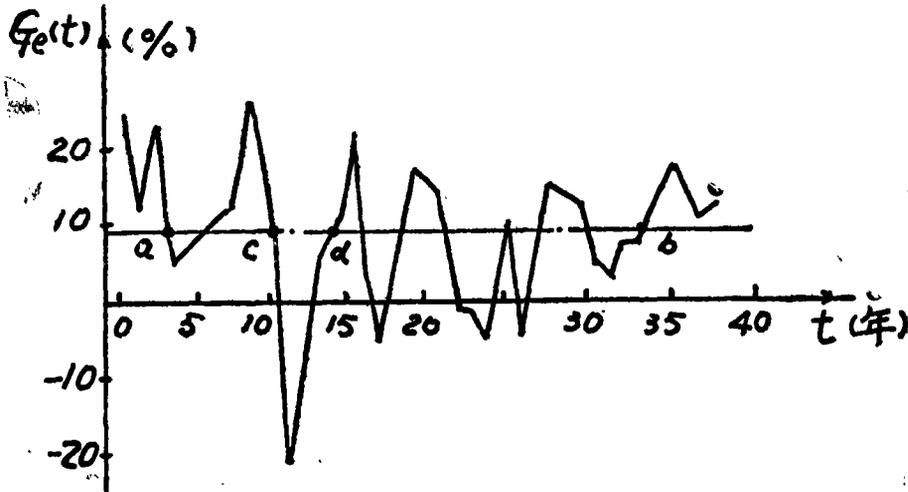
根据 (14) 式得:

$$P(1) = 0.305929193$$

根据 (15) (16) 式得:

$$CT_1 = 4.987 \text{年 (相邻最大间隔)}$$

$$CT_2 = 2.688 \text{年 (平均时间间隔)}$$



$$CT_1 = cd = 4.5 \text{年} \quad CT_2 = ab/11 = 2.75 \text{年} \quad \text{MEAN} = 8.392\% \quad S = 9.812\%$$

图4 社会总产值增长率曲线

实测值与理论值十分相近, (1) 反映异常点处理方法正确; (2) 反映原时序随机周期波动频率较高。

4.2 周期趋势项提取

由原序列及一阶差分序列分别进行相关分析及谐波分析, 按规范化值 GK (式37) 进行大小顺序排列, 取共同振幅的显著性的谐波分量为周期趋势项成分。

$$GK = C(K)^2 / \left(\sum_{j=1}^M C(J)^2 \right) \quad (37)$$

由于干扰量影响, 上述提取仅为初取, 而后再对被提取后的残差再作相关分析及谐波分析, 检查上述初选是否正确, 检查是否有漏取的周期分量。

根据选出的周期, 按 (29) 式进行统计处理, 决定谐波系数 $a(i)$, $b(i)$ 。(见图2)

(2) 二阶自回归过程的周期确定

对原始序列进行二阶水平平滑后, 建立AR(2)模型:

$$\begin{aligned} AIC &= 114.4096 & \text{Var} &= 19.2176 & (< 96.2675(S^2)) \\ A_0 &= 5.229988 & A(1) &= 1.010939 & A(2) = -0.7049378 \end{aligned}$$

按 (23) (24) (25) 式计算得:

周门函数基本参数一览表

表 2

I	T(I)	f(I)	W(I)	a(I)	b(I)	A(I)
1	2.0	0.500	3.1416	0.39842	0.00020	0.39842
2	2.5	0.400	2.5133	-1.87722	2.40776	3.05307
3	5.5	0.1818	1.1423	-4.48480	4.54838	6.38758
4	6.5	0.1538	0.9664	3.50097	0.42618	3.52682
5	9.5	0.1053	0.6616	4.30853	-0.67364	4.36087

$$W_f = 0.92475 \text{ 弧度/年}$$

$$F_s = 82.5645 \text{ 度} \Rightarrow 90 \text{ 度}$$

$$T_f = 6.8 \Rightarrow 6.5 \text{ 年}$$

$$X_1 = 0.506 + i \times 0.67$$

$$X_2 = 0.506 - i \times 0.67$$

由此可知: 周期函数中第六谐波分量 ($T = 6.5$ 年), 主要是在随机冲击作用下欠阻尼系统激励响应的结果。

4.3 经济发展平稳性预测模型建立

对经济发展预测主要是了解经济发展的规律——平稳状态下波动变化趋势, 因为其反映了经济系统内在发展规律。如掌握发展过程中——衰减期、恢复期、发展期, 即“高涨期—低潮期—高潮期”周期率, 从而可以利用“时机”发展经济。

根据 (32) 式, 将各类型数据时序分解见表 3, 随机序列 Y_t 的平稳预报模型为:

(AR(1)一步预报)

$$\text{AR(1)模型: } Y(t) = A_0 + A_1 \cdot Y(t-1) + e(t)$$

预报方程:

$$\hat{Y}_t(L) = A_0 + A_1 \cdot \hat{Y}_t(L-1) \quad (L > 1) \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \text{因为: } A_0 &= 3.607714 & A_1 &= 0.5415877 \\ \text{AIC} &= 107.4398 & \text{Var} &= 14.4323 < 21.4647 \end{aligned}$$

如

$$L = 1 \quad \hat{Y}_t(0) = Y(t)$$

则

$$\hat{Y}_t(1) = A_0 + A_1 \cdot \hat{Y}_t(0) = A_0 + A_1 \cdot Y(t)$$

$$= 3.607714 + 0.5415877Y(t)$$

周期性趋势预报, 将表 2 参数代入 (33) 式可得。

因此,

$$X_t = C_t + Y_t + F_t \quad (\text{实际值})$$

$$\begin{aligned} \hat{X}_t &= [\hat{C}_t + \hat{Y}_t(0)] + [e_1(t) + e_2(t)] \quad (\text{预报值}) \\ &= [\text{确切性趋势预报}] + [\text{模糊性预报}] \end{aligned}$$

式中:

$e_1(t)$ ——由波动序列 $\{W_i\}$ 提取周期波动周期波动平稳预报值 $\{C_t\}$ 后的残差。

$e_2(t)$ ——由随机序列 $\{Y_t\}$ 提取平稳随机预报值后的残差。

对于残差部分是不可能精确预测, 仅能进行模糊预测, 然后根据 DP 值估计可能区间。

根据上述原理, 我们将 1950—1987 年历史数据, 对 1988—1992 年进行五年平稳性趋势预报, 并对实际值进行诊断评估。

令,

$$DP = \frac{Ge(L) - \hat{G}(L)}{\Delta G} \quad (39)$$

式中:

DP——为经济发展诊断系数, DP 绝对值愈大, (大于一) 平稳性愈差。

ΔG ——经济发展速度变动公差。

趋势预报数据分析

表 3

年 份	确切性预测 [1]			模糊性预测 [2]			状态监控 [3]	
	\hat{C}_t (1)	\hat{Y}_t (2)	合 计 (3) = (1) + (2)	$\hat{e}(t)$ (4)	公差 (5)	$\hat{G}(L)$ (6) = (3) + (4)	$Ge(t)$ (7)	DP (8)
历史 数据	1983	-2.505	9.859	7.354	1.630	8.984	7.30	-0.7
	1984	0.864	7.415	8.279	3.438	11.717	12.60	0.38
	1985	8.985	11.364	20.349	-1.564	18.780	18.30	-0.2
	1986	0.908	10.808	11.716	-3.172	8.545	10.30	0.76
	1987	3.498	9.535	13.033	0.296	13.328	11.30	-0.9
新信息 数据	1988	-0.307	9.209	8.902	-3.463	5.439	14.63	3.98
	1989	-1.260	8.595	7.335	-0.140	7.195	7.585	0.17
	1990	2.695	8.262	10.957	0.464	10.493		
	1991	-4.222	8.083	3.861	0.784	4.645		
	1992	-3.276	7.985	4.709	2.556	7.265		

说明：

〔1〕以1950—1987年38年历史数据建模。

〔2〕以1978—1987年10年近期数据建模。

〔3〕要求： $|DP| < 1$ 为正常平稳发展，否则，为非正常发展；DP值希望为“+”与“-”值交替变化，无趋势项。

诊断结果：

(1) 1983—1987年属平稳发展。（按：不一定为合理发展，是否合理将取决于产业结构、投资结构、消费—积累结构等因素，可由经济发展诊断软件去诊断）。

(2) 1988年属非正常发展，要求查清（过热）原因。

(3) 1990年可能为非正常发展，需要认真查明原因。

(4) 1991年为经济发展低谷期，在制定1991计划时要谨慎。

参 考 文 献

〔1〕张逸民，范崇惠。经济控制论。上海：同济大学出版社，1988

〔2〕杨位钦，顾岚。时间序列分析与动态数据建模（修订本）。北京：北京理工大学出版社，1988

〔3〕江西省统计局平衡统计处。国民经济平衡统计工作手册。1988

〔4〕J. S. Bendat, A. G. Piersol 著。凌福根译。随机数据分析方法。北京：国防工业出版社，1980

The Time Series Research of Economic Fluctuation and State Monitoring

Wang Zhongqing

Abstract

Economic fluctuation research is a key topic which is being researched by our country's number economist. This article introduces the applicable modeling of the economic development for steadiness forecasting, and dynamic modeling of the increase rate of social total output value. It has analysed the objective rule of economic fluctuation, and also has estimated fluctuation period, this research shall provide the theory basement for macro-economics theory research with China's speciality.

Key words: economic fluctuation; state monitoring; time series research; economic diagnosis; economic forecasting