

数学真理性的哲学分析

张 荣 华

(九江师专)

摘 要

本文论述了数学真理的必要条件是它的客观性,否则就没有什么真理可言了。数学具有模式真理性和现实真理性,合理的数学模式应该是一种具有现实原型的抽象物,而完成数学模式的抽象过程应该遵循科学抽象的规律。数学真理是具有相对性,又具有绝对性,这种真理的相对性和绝对性是同一真理的两个不同方面,是相互渗透,相互包含的。数学真理归根结底来自实践,并受实践检验。

关键词: 数学真理; 模式; 相对性; 绝对性

人们为了进行生产和社会生活实践,就必须研究客观世界,客观世界的具体事物就是现实原型。人们在研究现实原型时,现实原型映射到人们的大脑,经过思维、逻辑推理,去伪存真、去粗取精的高度抽象,即参照现实原型系统的某种特征或数量相依关系,扬弃一切与关系无本质联系的一切属性,制造一些符号构成一种特殊语言——数学语言,建立起纯关系的结构,便形成了一种理论,人们把这种理论称为数学。由此可见,数学并非无源之水,无本之木,而是扎根于客观世界之中的一棵根深、枝繁、叶茂的真理大树。

由于人们哲学思想不同,认识的层次不同,对数学真理性的理解也就不同,有的是正确的,有的是错误的。哲学是研究世界事物最普遍最根本的问题,哲学对数学有着重要的指导作用。如何看待数学的真理性,是数学哲学中最根本的问题之一。本文就是用辩证唯物主义观点对数学真理性进行哲学分析。

1 数学的模式真理性和现实真理性

现代各门数学之所以具有解决实际问题的功能,主要是通过对现实原型抽象为数学模式方法而显示出来的。即利用数学模式去反映现实原型系统中的关系的结构,然后对数学模式进行逻辑推理得出的结论,把它反演回去解答现实原型中的某些问题。合理的数学模式应该是一种具有现实原型的抽象物,而且完成数学模式的抽象过程应该是遵循科学抽象的规律的。因此,数学的认识活动及数学知识,与现实原型之间存在着相依关系。数学是思维对

本文于1991年11月2日收到

客观实在的能动的反映，亦即指它们反映了真实世界中的某种关系形式或特征。因此，一般说来，数学是具有模式真理性（即模式的推理性）和现实真理性（即找到现实原型）。我们还必须注意到：现代理论数学研究对象不仅是已给出的（包括具有明显现实意义的）数学构造，而且还包括了理论上各种可能的数学构造，甚至是现实经验中还未找到的数学构造。例如，希尔伯特（Hilbert）称之为“理想数学”的部分，就有许多数学模式至少现在尚未找到具有任何现实真理性。现在还未找到现实真理性仅具有模式真理性的数学模式。我们只能认为这种数学模式，可能随着实践的不断深入而发现其现实原型，也可能永远找不到现实原型。例如：复数 $a+bi$ 在卡当（Cardano）时代，就未找到它的现实原型，而在欧拉（Euler）时代才找到了它的现实原型。因此我们说，复数这数学模式既具有模式真理性，又具有现实真理性。

有人认为应用数学应该考虑它的现实真理性，而纯数学就可以不必考虑它的现实真理性。这种看法是错误的，因为纯数学与应用数学并没有本质的不同，它们的差异仅在于纯数学较远地走到了科学技术发展的前面，它在科学开发中直接发生的作用往往比应用数学晚一个时期。这就是说，纯数学必将成为“应用数学”，这仅仅是时间问题。例如，曾一度被认为是纯数学的勒贝格测度积分也成为现代控制论、信息论的数学工具。事实上，纯数学的研究对象也是现实世界的空间形式的数量关系，因此是非常现实的材料，这些材料以极度抽象的形式出现，这只是在表面上掩盖它起源于外部世界的事实。我们还应该注意到，实践高于（理论的）认识，因为实践不仅有普遍性的优点，同时具有直接现实性的特点。正因为实践有这个特性，人们在实践中就能始终把理论认识同客观现实相对照，及时纠正与客观现实不相符合的认识。因此，实践始终是数学发展的重要源泉，任何数学模式只有具备现实真理性才能真正成为数学大家族的一员。

2 数学真理具有相对性

在十九世纪以前，数学哲学思想有明显的共同之点，那就是：几乎所有的哲学家都对数学真理的绝对性持完全肯定的态度，这主要是当时数学发展是一种“积累型”的发展，即没有出现两种互不相容的理论同时存在，或一种旧的数学理论为另一种数学理论所否定的局面。这样，人们也就把数学真理看成是一种绝对真理。然而，在十九世纪产生的群论与非欧几何是当时在数学上划时代的事件，这种数与形进入数学领域之后，迫使人们改变对数与形的旧观念，大大开拓了眼界，这就使人们注意到现实原型的数学关系并非无条件地随时可以表现出来，不同的数学关系（属性）是现实原型在不同的环境、条件下的特定的数学关系。现实原型有各种各样的数学属性，但它们往往只是在特定环境条件显示出某种属性，而不能同时表现出多种属性。例如，欧几里得几何反映是比较狭小范围的空间状态，罗巴切夫斯基几何反映则是宇观世界的空间状态。在牛顿力学有效的宏观低速空间里，其空间的几何特性表现为欧几里得几何式的，而在广义相对论有效的宇观大空间里，其空间的几何特性表现为非欧几何式的。现实原型的这种不同的几何特性，只是在特定的条件下才能表现出来，绝不能同时具备这种不同的特性，亦即事物不同的数学属性通常是在不同的状况下才能表现出来。这就在客观上决定了人们对数学属性的认识不能是完全的，而是相对的，这种相对性也

就决定了数学真理的相对性。数学真理的相对性是指：一是从整个现实世界来说，任何数学真理都只能达到一定的广度，反映现实世界的某些方面和一切过程，认识有待扩展；二是从特定的事物来说，任何数学真理即使对这具体事物某些方面和某些过程的正确认识，也只能达到一定的深度，具有近似的、不完全的性质，认识有待深化。

3 数学真理的绝对性

当数学从《实体公理化》发展为《形式公理化》时，使得数学具有更高层次的抽象形式，更能深刻地反映事物的某些本质。现代在数学真理性问题研究中，有人认为现代整个数学理论都是建立在“原始数学直觉”之上的，而这种“原始数学直觉”又被认为与客观世界并无任何联系，数学概念是一种纯粹的心智构造。在这些人看来，数学并不是对客观世界的研究，而是思维的“自由创造”。我们知道，真理是主体对客观世界的正确认识，即真理是客观事物及其规律在人们意识中的正确反映，这种“自由创造”的观点实质上是否定了数学真理的客观性。这种观点显然是错误的，其错误原因是认为经验仅是指感性经验，而没有看到思维经验也是一种经验。人们在社会实践中，每时每刻都在用思维去间接地概括地反映客观世界的确定性，相对稳定性和一些最简单最普通的关系，这些思维过程的多次重复，就形成了反映客观世界的一些简单的普通的关系为基础的思维经验，而这些思维经验也是根源于客观世界的。数学上的一些概念和理论决非数学家主观的“自由创造”，而是数学家们的数学思维经验的总结和结晶。因为数学家们总是对客观世界的现象进行感性直观和利用他们已经获得的数学知识的基础上，进行艰苦的脑力劳动，不断地总结自己的数学思维的经验，才能创造出新的数学概念和理论。例如：非欧几何的诞生渊源于对欧几里得几何第五公设（平行公理）的研究，罗巴切夫斯基与黎曼开创的非欧几何就是从否定欧几里得几何第五公设出发而建立起来的，当时曾被一些人讥笑为不可思议的事。其实，非欧几何的产生，突破了空间概念的唯一性，是思维经验的结果，也是人类对形的认识一次重大飞跃。但后来非欧几何在真实的世界中找到了应用，并证明了这样的结论，如果欧几里得几何是相容的，那么，非欧几何也是相容的，于是，非欧几何在数学园地扎下根。由此可见，人们只有在实践中才能受到众多客观事物的刺激，大脑才能积累和储存丰富的经验和知识，才有可能提供现实原型；如果不积极投身于实践之中，脑子就会是空空的，在认识上的重大飞跃也就不可能出现。

事实上，数学家创造的数学概念和理论都依赖于内在的思维经验，而最终根源于客观世界；数学家研究数学的能力和方法也是依赖于感性经验和思维经验。

数学真理的绝对性就是指：任何数学真理都不依赖于主体、不依赖于人，这是无条件的、绝对的。数学真理的必要条件是它的客观性，否则就没有什么真理可言了；另一方面是指数学真理的发展越来越全面，越来越深刻地反映无限发展的物质世界，不断达到新的广度和深度这也是无条件的、绝对的。

综上所述，数学真理是具有客观性，它既具有绝对性，又具有相对性，这种真理的绝对性和相对性是同一真理的两个不同方面，是相互渗透、相互包含的。数学真理是思维对客观世界的能动反映，数学真理归根结底来自实践，并受实践检验。

参 考 文 献

- 〔1〕徐利治. 数学方法论选讲. 武汉: 华中工学院出版社, 1983: 15—47
- 〔2〕上海市高校《马克思主义哲学基本原理》编写组. 马克思主义哲学基本原理. 上海: 上海人民出版社, 1984: 186—201

Philosophical Analysis of Mathematical Truth

Zhang Ronghua

Abstract

the subject of this paper involves that the objectivity of mathematics is the essential prerequisite of discussing mathematical truth, otherwise, There is no truth to exist. there are model truth and real truth in mathematics. the reasonable mathematical model should be a kind of abstract with the real prototype; and in the course of fulfilling the abstract of mathematical model, the laws of scientific abstract should be followed. The mathematical truth contains both relativity and absolutity, which are one thing with two aspects, and infiltrated or embodied each other. In the final analysis, mathematical truth is drawn from practice, as well as examined in practice.

Key words, mathematical truth; model; relativity; absolutity