一类单瞬时Q过程的构造

蒋 兆 峰

（基础课部）

摘 要

令 $Q=(q_{ij};i,j\in EU\{b\})$ 为单瞬时拟Q矩阵，E为可列集，b为瞬时态，记 $Q_E=(q_{ij};i,j\in E)$。本文在 Q_E 为有限非保守，有限流出的条件下给出了单瞬时Q过程的构造。

关键词：Q过程；单瞬时；非保守；有限流出

0 引 言

定义1设E为可列集，称矩阵 $Q=(q_{ij};i,j\in EU\{b\})$ 为一个单瞬时拟Q矩阵。若它满足：

$$(\mathrm{I})\quad 0\leqslant q_{ij}<+\infty\qquad (i\neq j,i,j\in EU\{b\})\tag{1}$$

$$(\mathrm{II})\quad q_i\equiv -q_{ii}<\infty\quad (i\in E)\tag{2}$$

$$(\mathrm{III})\quad q_b\equiv -q_{bb}=+\infty\tag{3}$$

$$(\mathrm{IV})\quad \sum_{j\in EU\{b\}} q_{ij}\leqslant 0\qquad (i\in EU\{b\})\tag{4}$$

称b为瞬时态，i∈E为稳定态。

定义2对给定的单瞬时拟Q矩阵，如果存在概率转移函数 $P(t)=(P_{ij}(t);i,j\in E\cup\{b\})$，使得：

$$P_{ij}'(0)=q_{ij}\qquad (i,j\in E\cup\{b\})\tag{5}$$

则称 $P_{ij}=(P_{ij}(t);i,j\in E\cup\{b\})$ 及其拉氏变换 $\psi(\lambda)=(\psi_{ij}(\lambda);i,j\in E\cup\{b\})$ 为一个单瞬时Q过程。

关于Q过程的构造问题，当 $Q_E=(q_{ij};i,j\in E)$ 为全稳定、有限非保守和有限流出的拟Q矩阵时，杨向群（参见[2]）给出了全部Q过程的构造。本文利用陈安岳建立的禁止概率法

本文于1992年5月3日收到

(参见 [4])，在 $Q_E=((q_{ij};i,j\in E)$ 为有限非保守，有限流出的条件下，构造了单瞬时拟Q矩阵 $Q=(q_{ij};i,j\in E\cup\{b\})$ 的全部Q过程。

1 基本结论

为引用方便，本节简要叙述参考方献 [2]、[4] 的一些基本结论。

由 [2]，一个 $Q=(q_{ij};i,j\in E\cup\{b\})$ 过程 $R(\lambda)$ 有如下分解：

$$R(\lambda)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & \Psi(\lambda)\end{pmatrix}+\gamma_{bb}(\lambda)\begin{pmatrix}1\\ \xi(\lambda)\end{pmatrix}(1,\eta(\lambda)) \tag{6}$$

其中 $\Psi(\lambda)$ 为 $Q_E=(q_{ij};i,j\in E)$ 过程，$\xi(\lambda)$、$\eta(\lambda)^T$ 为E上非负列向量，满足：

$$\xi(\lambda)-\xi(\mu)=(\mu-\lambda)\Psi(\lambda)\xi(\mu) \tag{7}$$

$$\xi(\lambda)+\lambda\Psi(\lambda)\leqslant 1 \tag{8}$$

$$\eta(\lambda)-\eta(\mu)=(\mu-\lambda)\eta(\lambda)\psi(\mu) \tag{9}$$

$$\gamma_{bb}(\lambda)=(C+\lambda+\lambda<\eta(\lambda),\xi>)^{-1} \tag{10}$$

其中 $\xi=\underset{\lambda\downarrow 0}{Lim}\xi(\lambda)$，$C$ 为常数，$\lambda<\eta(\lambda),1-\xi>\leqslant C$。

陈安岳也曾指出过，$Q=(q_{ij};i,j\in E\cup\{b\})$ 为单瞬时拟Q矩阵，存在单瞬时Q过程 $R(\lambda)$ 的必要条件是 $Q_E=(q_{ij};i,j\in E)$ 过程必不唯一。所以，本文总假定 Q_E 过程不唯一，对 Q_E 的具体要求详见 [2] 的基本假定。

设H为 Q_E 的非保守状态集，B_e 为由 Q_E 导出的马亭流出边界。令 $G=H\cup B_e$，当G为有限集时，杨向群[2]给出了全部Q过程的构造，具体形式为：

$$\psi_{ij}(\lambda)=\Phi_{ij}(\lambda)+\sum_{a\in G}X_i^a(\lambda)F_j^a(\lambda)\qquad(i,j\in E) \tag{11}$$

其中 $\Phi_{ij}(\lambda)$ 为 Q_E 的最小Q过程，$X^a(\lambda)(a\in G)$ 是按[2]选取的列协调族，行向量 $F^a(\lambda)=\{F_1^a(\lambda),F_2^a(\lambda),\cdots\}$ 对每一个 $a\in G$，满足：

$$(1)\quad F^a(\lambda)\geqslant 0,\lambda<F^a(\lambda),1>\quad\leqslant 1 \tag{12}$$

$$(2)\quad F^a(\lambda)A(\lambda,\mu)=F^a(\mu)$$

$$+(\mu-\lambda)\sum_{b\in G}<F^a(\lambda),X^b(\mu)>F^b(\mu),\lambda,\mu>0 \tag{13}$$

$$(3)\quad K^a\{\underset{\lambda\to\infty}{\lim}\lambda F^a(\lambda)\}=0 \tag{14}$$

其中 $K^a = \{K_1^a, K_2^a, \cdots\}^T, K_i^a (i \in E)$ 如下定义

$$K_i^a = \begin{cases} 0 & ,\text{如 } a \in B_e \\ \delta_{ia} d_a & ,\text{如 } a \in H \end{cases} \tag{15}$$

另有：

$$F^a(\lambda) = \sum_{b \in G} M_\lambda^{ab} \theta^b(\lambda) \qquad (a \in G) \tag{16}$$

其中，$\theta^a(\lambda)$ $(a \in G)$ 为行协调族，M_λ^{ab} 为非负数。

$$\text{设 } W_\lambda^{ab} = \lambda < \theta^a(\lambda), X^b > \qquad (a, b \in G) \tag{17}$$

其中，$X^b = \lim\limits_{\lambda \downarrow 0} X^b(\lambda)$。

由（13）易得，对$\forall\, a \in G$，M_λ^{ab} 满足

$$\sum_{b \in G} (M_\lambda^{ab} - M_\mu^{ab}) \theta^b(\mu)$$
$$= \sum_{b,c,d \in G} M_\lambda^{ac} (W_\mu^{cd} - W_\lambda^{cd}) M_\mu^{db} \theta^b(\mu) \tag{18}$$

2 单瞬时 Q_E 有限非保守有限流出 Q 过程的构造

设 Q_E 为有限非保守、有限流出 Q 矩阵，仍设 $R(\lambda)$ 为 $Q = (q_{ij}; i, j \in E \cup \{b\})$ 过程，$\psi(\lambda)$ 为 $Q_E = (q_{ij}; i, j \in E)$ 过程。

引理2.1设 $\eta(\lambda)$ 为 E 上非负行向量，且关于 $\psi(\lambda)$ 满足（2.4），则对$\forall\, a \in G$，有

$$(\mu - \lambda) < \eta(\lambda), x^a(\mu) >$$
$$= \mu < \eta, X^a(\mu) > - \lambda < \eta, X^a(\lambda) > - \sum_{b,c \in G} \lambda < \eta, X^a(\lambda) M_\lambda^{bc} (W_\mu^{ca} - W_\lambda^{ca}) > \tag{19}$$

这里 $\eta = \lim\limits_{\lambda \downarrow 0} \eta(\lambda)$。

证明：由［4］，（也可直接对（9）式取极限得到）

$$\eta(\lambda) = \eta - \lambda \eta \psi(\lambda)$$
$$= \eta - \lambda \eta \phi(\lambda) - \lambda \eta \sum_{b \in G} X^b(\lambda) F^b(\lambda)$$
$$= \eta - \lambda \eta \phi(\lambda) - \lambda \eta \sum_{b,c \in G} X^b(\lambda) M^{bc}{}_\lambda \theta^c(\lambda)$$

又 X^a 是列协调族，即

$$X^a(\lambda)-X^a(\mu)=(\mu-\lambda)\phi(\lambda)X^a(\mu)$$

$$(\mu-\lambda)<\eta(\lambda),X^a(\mu)>$$

$$=(\mu-\lambda)<\eta,X^a(\mu)>-(\mu-\lambda)<\lambda\eta\phi(\lambda),X^a>$$

$$-(\mu-\lambda)<\lambda\eta\sum_{b,c\in G}X^b(\lambda)M_\lambda^{bc}\theta^c(\lambda),X^a(\mu)>$$

$$=(\mu-\lambda)<\eta,X^a(\mu)>-\lambda<\eta,(\mu-\lambda)\phi(\lambda),X^a(u)$$

$$-\lambda<\eta,(\mu-\lambda)\sum_{b,c\in G}X^b(\lambda)M_\lambda^{bc}\theta^c(\lambda),X^a(\mu)>>$$

$$=(\mu-\lambda)<\eta,X^a(\mu)>-\lambda<\eta,X^a(\lambda)-X^a(\mu)>$$

$$-\lambda<\eta,\sum_{b,c\in G}X^b(\lambda)M_\lambda^{bc}(W_\mu^{ca}-W_\lambda^{ca})>$$

$$=\mu<\lambda,X^a(\mu)>-\lambda<\eta,X^a(\lambda)>$$

$$-\lambda<\eta,\sum_{b,c\in G}X^b(\lambda)M_\lambda^{bc}(W_\mu^{ca}-W_\lambda^{ca})>$$

第三个等号用到了等式（参见［2］

$$(\mu-\lambda)<\theta^c(\lambda),X^a(\mu)>=W_\mu^{ca}-W_\lambda^{ca})$$

［证毕］

引理2.2 $\eta(\lambda)-\eta(\mu)=(\mu-\lambda)\eta(\lambda)\phi(\mu)$

$$+\sum_{a,d\in G}[\mu<\eta,X^a(\mu)>M_\mu^{ad}-\lambda<\eta,X^a(\lambda)>M_\lambda^{ad}]\theta^d(\mu) \tag{20}$$

证明：由（9）式，以及引理2.1

$$\eta(\lambda)-\eta(\mu)$$

$$=(\mu-\lambda)\eta(\lambda)\psi(\mu)$$

$$=(\mu-\lambda)\eta(\lambda)\phi(\mu)+(\mu-\lambda)\sum_{a\in G}<\eta(\lambda),,X^a(\mu)>F^a(\mu)$$

$$= (\mu - \lambda)\eta(\lambda)\phi(\mu) + \sum_{a\in G}(\mu < \eta, X^a(\mu) > - \lambda < \eta, X^a(\lambda) >)F^a(\mu)$$

$$- \sum_{a\in G}\lambda < \eta, \sum_{b,c\in G} X^b(\lambda) M_\lambda^{bc}(W_\mu^{ca} - W_\lambda^{ca}) > F^a(\mu)$$

$$= (\mu - \lambda)\eta(\lambda)\phi(\mu) + \sum_{a\in G}(\mu < \eta, X^a(\mu) > - \lambda < \eta, X^a(\lambda) >)F^c(\mu)$$

$$- \sum_{b\in G}\lambda < \eta, X^b(\lambda) > \sum_{a,c,d\in G} M_\lambda^{bc}(W_\mu^{ca} - W_\lambda^{ca}) M_\lambda^{ad}\theta^d(\mu)$$

$$= (\mu - \lambda)\eta(\lambda)\phi(\mu) + \sum_{b,d\in G}(\mu < \eta, X^b(\mu) > - \lambda < \eta, X^b(\lambda) >)M_\mu^{bd}\theta^d(\mu)$$

$$- \sum_{b\in G}\lambda < \eta, X^b(\lambda) > \sum_{d\in G}(M_\lambda^{bd} - M_\mu^{bd})\theta^d(\mu)$$

$$= (\mu - \lambda)\eta(\lambda)\phi(\mu) + \sum_{b,d\in G}\mu < \eta, X^b(\mu) > M_\mu^{bd}\theta^d(\mu)$$

$$- \sum_{b,d\in G}\lambda < \eta, X^b(\lambda) > M_\lambda^{bd}\theta^d(\mu)$$

其中倒数第二个等式用到了（18）式。

［证毕］

引理2.3设 $\alpha^d = \theta(\lambda)(\lambda I - Q_E)$，令

$$\gamma = \eta(\lambda)(\lambda I - Q_E) + \sum_{a,d\in G}\lambda < \eta, X^a(\lambda) > M_\lambda^{ad}\alpha^d \tag{21}$$

则 γ 是与 λ 无关的常数

如果 $\lim\limits_{\lambda\to\infty}\lambda\eta(\lambda) = \alpha$，还有

$$\gamma = \alpha + \sum_{a\in H}\sum_{d\in G}\eta_a d_a M^{ad}\alpha^d \tag{22}$$

其中 $d_a = q_a - \sum\limits_{j\in E} q_{aj}$ 是 Q_E 的非保守量，$M^{ad} = \lim\limits_{\lambda\to+\infty} M_\lambda^{ad}$。

证明：用（μI$-$Q$_E$）作用在（20）式两边即得（21）。注意

$$\lim_{\lambda\to\infty}\lambda X_i^a(\lambda) \equiv \begin{cases} 0 & ,如\ a\in B_c \\ \delta_{ia}d_a & ,如\ a\in H \end{cases}$$

在（21）式两边取极限即得（22）

［证毕］

引理2.4　设 η（λ）关于 ψ（λ）满足（9）式，

且 $\lim\limits_{\lambda\to\infty}\lambda\eta(\lambda) = \alpha$，令

$$\bar{\eta}(\lambda)=\eta(\lambda)+\sum_{a\in E}\lambda<\eta,X^a(\lambda)>F^a(\lambda)-\gamma\Phi(\lambda) \tag{23}$$

其中γ由（21）式定义，则$\bar{\eta}$（λ）是行协调族，$\bar{\eta}$（λ）∈L_λ^+，
且

$$\bar{\eta}=\eta-\gamma\Gamma \tag{24}$$

其是 $\bar{\eta}=\lim_{\lambda\downarrow 0}\bar{\eta}(\lambda),\Gamma=\lim_{\lambda\to 0}\Phi(\lambda)$

证明：由（21）式

$$[\eta(\lambda)+\sum_{a\in G}\lambda<\eta,X^a(\lambda)>F^a(\lambda)](\lambda I-Q_E)=\gamma$$

$$\therefore \eta(\lambda)+\sum_{a\in G}\lambda<\eta,X^a(\lambda)>F^a(\lambda)\geqslant\gamma\Phi(\lambda)$$

故 $\bar{\eta}(\lambda)\in L_\lambda^+$。又

$$\bar{\eta}(\lambda)A(\lambda,\mu)=\eta(\lambda)A(\lambda,\mu)+\sum_{a,d\in G}\lambda<\eta,X^a(\lambda)>M_\lambda^{ad}\theta^d(\mu)-\gamma\Phi(\mu)$$

$$\eta(\lambda)A(\lambda,\mu)$$

$$=\eta(\lambda)+(\lambda-\mu)\eta(\lambda)\Phi(\mu)$$

$$=\eta(\mu)+\sum_{a,d\in G}[\mu<\eta,X^a(\mu)>M_\mu^{ad}-\lambda<\eta,X^a(\lambda)>M_\lambda^{ad}]\theta^d(\mu)$$

（第二个等式的得到利用了（20）式）

故 $\bar{\eta}(\lambda)A(\lambda,\mu)=\bar{\eta}(\mu)$

［证毕］

引理2.5 设$\bar{\eta}$（λ）关于Q^E是行协调族，$\bar{\eta}$（λ）∈$_\lambda^+$，
令

$$\eta(\lambda)=\bar{\eta}(\lambda)-\sum_{a\in G}\lambda<\eta,,X^a(\lambda)>F^a(\lambda)+\gamma\Phi(\lambda) \tag{25}$$

其中，η，γ由以下等式决定：

$$\begin{cases}\gamma=\alpha+\sum_{a\in H}\sum_{d\in G}\eta_a d_a M^{ad}\alpha^d\\ \eta=\bar{\eta}+\gamma\Gamma\end{cases}$$

则 $\eta(\lambda)$ 关于 $\psi(\lambda)$ 满足(9)，且$\lim_{\lambda\to\infty}\lambda\eta(\lambda)=\alpha$。

证明：

$$\eta(\lambda)A(\lambda,\mu)$$

$$=[\bar{\eta}(\lambda)+\gamma\Phi(\lambda)-\sum_{a\in G}\lambda<\eta,X^a(\lambda)>F^a(\lambda)]A(\lambda,\mu)$$

$$= \bar{\eta}(\mu) + \gamma\phi(\mu) - \sum_{a\in G}\lambda < \eta, X^a(\lambda) > [F^a(\mu) + (\mu - \lambda)\sum_{b\in G} < F^a(\lambda)$$

$$- X^b(\mu) > F^b(\mu)]$$

$$= \bar{\eta}(\mu) + \gamma\phi(\mu) - \sum_{a\in G}\lambda < \eta, X^a(\lambda) > F^a(\mu)$$

$$+ (\lambda - \mu)\sum_{a,b\in G}\lambda < \eta, X^a(\lambda) > F^a(\lambda), X^b(\mu) > F^b(\mu) \quad (26)$$

(第二个等式用到了（13）式)

注意 $\bar{\eta}(\lambda) + \gamma\phi(\lambda)$ 是行协调族，它的标准映象就是 $\eta = \bar{\eta} + \gamma\Gamma$

$$\therefore \bar{\eta}(\lambda) + \gamma\phi(\lambda) = \eta - \lambda\eta\phi(\lambda)$$

$$(\lambda - \mu) < \eta(\lambda), X^a(\mu >$$

$$(\lambda - \mu) < \bar{\eta}(\lambda) + \gamma\phi(\lambda) - \sum_{b\in G}\lambda < \eta, X^b(\lambda) > F^b(\lambda), X^a(\mu) >$$

$$= (\lambda - \mu) < \eta - \lambda\eta\phi(\lambda), X^a(\mu) >$$

$$- (\lambda - \mu)\sum_{b\in G}\lambda < \eta. X^b(\lambda) >< F^b(\lambda), X^a(\mu) >$$

$$= (\lambda - \mu) < \eta, X^a(\mu) > - \lambda < \eta, (\lambda - \mu)\phi(\lambda)X^a(\mu) >$$

$$- (\lambda - \mu)\sum_{b\in G}\lambda < \eta, X^b(\lambda) >< F^b(\lambda), X^a(\mu) >$$

$$= (\lambda - \mu) < \eta, X^a(\mu) > - \lambda < \eta, X^a(\mu) - X^a(\lambda) >$$

$$- (\lambda - \mu)\sum_{b\in G}\lambda < \eta, X^b(\lambda) >< F^b(\lambda), X^a(\mu) >$$

$$= \lambda < \mu, X^a(\lambda) > - \mu < \eta, X^a(\mu) >$$

$$- (\lambda - \mu)\sum_{b\in G}\lambda < \eta, X^b(\lambda) >< F^b(\lambda), X^a(\mu) > \quad (27)$$

由（26)、（27）式

$$\eta(\lambda)[I + (\lambda - \mu)\psi(\mu)]$$

$$= \eta(\lambda)A(\lambda, \mu) + (\lambda - \mu)\sum_{a\in G} < \eta(\lambda), X^a(\mu) > F^a(\mu)$$

$$= \bar{\eta}(\mu)\gamma\phi(\mu) - \sum_{a\in G}\mu < \eta, X^a(\mu) > F^a(\mu)$$

$$= \eta(\mu)$$

[证毕]

为避免叙述的冗长，对于列向量ζ(λ)的讨论，以下只给出结论，证明就略去了。事实上证明方法是完全一样的。(可参见 [5])

引理2.6　设ζ(λ)为E上非负列向量，且关于ψ(λ)满足(7)式，则

$$\zeta(\lambda) - \zeta(\mu) = (\mu - \lambda)\phi(\lambda)\zeta(\mu) + \sum_{a\in G} X^a[\lambda < F^a(\lambda), \zeta > - \mu < F^a(\mu), \zeta >] \tag{28}$$

其中 $\zeta = \underset{\lambda\downarrow 0}{Lim}\zeta(\lambda)$

引理2.7　设 K^a 由(15)式所定义，令

$$\bar{\gamma} = (\lambda I - Q_E)\zeta(\lambda) + \sum_{a\in H} K^a\lambda < F^a(\lambda), \zeta > \tag{29}$$

则 $\bar{\gamma}$ 是与λ无关的常数，又设 $\underset{\lambda\to\infty}{Lim}\lambda\zeta(\lambda) = \beta$，则

$$\bar{\gamma} = \beta + \sum_{a\in H} K^a \underset{\lambda\to\infty}{Lim}\lambda < F^a(\lambda), \zeta > \tag{30}$$

引理2.8　设ζ(λ)关于ψ(λ)满足(7)式，

令

$$\bar{\zeta}(\lambda) = \zeta(\lambda) - \phi(\lambda)\bar{\gamma} + \sum_{a\in G} X^a(\lambda) < \lambda F(\lambda), \zeta > \tag{31}$$

则 $\bar{\zeta}(\lambda)$ 为列协调族，$\bar{\zeta}(\lambda) \in \mu_\lambda^+$，且

$$\bar{\zeta} = \zeta - \Gamma\bar{\gamma} \tag{32}$$

引理2.9　设 $\bar{\zeta}(\lambda)$，为关于 Q_E 的列协调族，$\bar{\zeta}(\lambda) \in \mu_\lambda^+$，令

$$\zeta(\lambda) = \bar{\zeta}(\lambda) + \phi(\lambda)\bar{\gamma} + \sum_{a\in G} X^a(\lambda) < \lambda F(\lambda), \zeta > \tag{33}$$

其中 $\bar{\gamma}$、β满足：

$$\begin{cases} \bar{\gamma} = \beta + \sum_{a\in H} K^a \underset{\lambda\to\infty}{Lim}\lambda < F^a(\lambda)\zeta > \\ \zeta = \zeta + \Gamma\bar{\gamma} \end{cases}$$

则 ζ(λ) 关于 ψ(λ) 满足(17)，且 $\underset{\lambda\to\infty}{Lim}\lambda\zeta(\lambda) = \beta$。

综上得如下构造定理。

定理2.10 设 $Q=(q_{ij};i,j\in EU\{b\})$ 为单瞬时拟Q矩阵，状态b为瞬时态，设 $\alpha=(q_{b1}, q_{b2},\cdots)$，$\beta=(q_{1b},_{2b},\cdots)^T$，$Q_E=(q_{ij};\ i,j\in E)$ 为有限非保守、有限流出的，按[2]可构造 Q_E 过程 $\psi(\lambda)$，其形式为

$$\psi(\lambda)=\phi(\lambda)+\sum_{a\in G}X^a(\lambda)F^a(\lambda) \tag{34}$$

或

$$\psi(\lambda)=\phi(\lambda)+\sum_{a,d\in G}X^a(\lambda)M_\lambda^{ad}\theta^d(\lambda) \tag{35}$$

(35)式中 $\theta^a(\lambda)$ 为行协调族，设 $\alpha^d=\theta^a(\lambda)(\lambda I-Q_E),d\in G$。

(Ⅰ) 若取列协调族 $\bar{\zeta}(\lambda)\in\mu_\lambda^+$，满足

$$1-\lambda\psi(\lambda)1+h(\lambda)\geqslant\bar{\zeta}(\lambda)\geqslant h(\lambda) \tag{36}$$

其中 $h(\lambda)=max\{\sum_{a\in G}X^a<\lambda F(\lambda),\zeta>-\phi(\lambda)\bar{\gamma},0\}$，

列向量 $\bar{\gamma}$、ζ 满足

$$\begin{cases}\bar{\gamma}=\beta+\sum_{a\in E}K^a\lim_{\lambda\to\infty}<\lambda F(\lambda),\zeta> \\ \zeta=\bar{\zeta}+\Gamma\bar{\gamma} \qquad (\bar{\zeta}=\lim_{\lambda\to\infty}\bar{\zeta}(\lambda))\end{cases} \tag{37}$$

(Ⅱ) 取行协调族 $\bar{\eta}(\lambda)\in L_\lambda^+$，满足

$$\bar{\eta}(\lambda)\geqslant g(\lambda) \tag{38}$$

其中 $g(\lambda)=max\{\sum_{a\in G}\lambda<\eta,X^a(\lambda)>F^a(\lambda)-\gamma\phi(\lambda),0,\}$

行向量 η，γ 满足

$$\begin{cases}\gamma=\alpha+\sum_{a\in H}\sum_{d\in G}\eta_a d_a M^{ad}\alpha^d \\ \eta=\bar{\eta}+\gamma\Gamma \qquad (\bar{\eta}=\lim_{\lambda\downarrow 0}\bar{\eta}(\lambda))\end{cases} \tag{39}$$

(Ⅲ) 若令

$$\zeta(\lambda)=\bar{\zeta}(\lambda)+\phi(\lambda)\bar{\gamma}-\sum_{a\in G}X^a(\lambda)<\lambda F(\lambda),\zeta> \tag{40}$$

$$\eta(\lambda)=\bar{\eta}(\lambda)+\gamma\phi(\lambda)-\sum_{a\in G}\lambda<\eta,X^a(\lambda)>F^a(\lambda) \tag{41}$$

$$\gamma_{bb}(\lambda)=(C+\lambda+\lambda<\eta(\lambda),\zeta>)^{-1} \tag{42}$$

常数 $C \geqslant \lambda < \eta(\lambda), 1-\zeta >$ (43)

$$\lim_{\lambda \to \infty} \lambda < \eta(\lambda), \zeta > = +\infty \tag{44}$$

取

$$R(\lambda) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \phi(\lambda) \end{pmatrix} + \gamma_{u}(\lambda) \begin{pmatrix} 1 \\ \zeta(\lambda) \end{pmatrix} (1, \eta(\lambda)) \tag{45}$$

则 R（λ）为单瞬时 Q 过程

反之，任一单瞬时 Q 过程可如上得到。

参 考 文 献

[1] 杨向群. 可列马尔可夫过程构造论. 长沙：湖南科学技术出版社，1981

[2] 杨向群. Q 过程构造论：有限个非保守状态和有限个流出边界的情形. 中国科学，1981. 12

[3] 侯振挺. Q 过程的唯一性准则. 中国科学，1974. 2：115－13.

[4] 陈安岳. 带瞬时态 Q 过程的构造问题. 数学年刊，1987. 8A（1）.

[5] 蒋兆峰. 一类单瞬时有势 Q 过程的构造. 数理统计与应用概率，1991. 1

The Construction of a Type of Q－Processes with a Instantaneous State

Jiang Zhaofeng

ABSTRACT

Given that Q＝（q_{ij}; i, j∈EU {b}）is a Q－matrix with a instantanous state, E for a denumerable set, b for a instantanous state, denote Q_E＝(q_{ij}; i, j∈E). Under the assumption of that Q_E is a Q－matrix with finite exit boundaries and finite inconservative states. the complte construction of Q－processes with a instantanous state is given.

Key words: Q－processes; a instantaneous state; inconservative; finite exit boundaries