

污水曝气充氧总转移系数的数值拟合法

王 全 金

(建筑工程系)

摘 要

本文提出了污水氧总转移系数的数值拟合法。该方法将 $\frac{dc}{dt} \sim c$ 直线方程离散化,根据实测数据 t_i, c_i ,运用最小二乘法,求得氧总转移系数。文中提出的方法克服了图解法在绘制 $c-t$ 曲线和 $\frac{dc}{dt} \sim c$ 曲线时引入的误差。与之相比,本方法具有精度较高,计算较简便的优点。

关键词:曝气充氧;总转移系数;数值拟合

0 引 言

在废水曝气生物处理工程中,曝气充氧的速率对有机物的降解有很大影响,氧的总转移系数是确定氧的转移速率的主要参数,因而是曝气生物处理厂设计和运行的一项重要指标。

污水中曝气充氧总转移系数的确定,传统的方法是根据实验数据,用图解法计算。该方法作图过程中产生误差较大。

本文提出一种氧总转移系数的数值拟合计算方法,该方法较简便,计算结果较精确。

1 污水氧总转移系数的数值拟合法

1.1 污水氧转移速率方程

曝气池混合液曝气充氧时,池内溶解氧存在如下关系式^[1]

$$\frac{dc}{dt} = K_{Lw}(C_w - C) - rx \quad (1)$$

式中: dc/dt ——曝气液体内溶解氧浓度的变化速率;

K_{Lw} ——污水中曝气充氧总转移系数;

C_w, C ——污水中氧饱和浓度及 t 时刻的氧浓度;

本文于1992年11月25日收到

r ——单位重量污泥耗氧速率;

x ——污泥浓度。

(1) 式可改写为如下所示的直线方程式, 即:

$$\frac{dc}{dt} = -K_{Lw}C + (K_{Lw}C_{\infty} - rx) \quad (2)$$

由上式可知, 当 $c \sim t$ 测定及 $\frac{dc}{dt} \sim C$ 获得后, 绘制的直线的斜率即为 K_{Lw} 值, 截距为 $(K_{Lw}C_{\infty} - rx)$ 。

传统的图解法是, 通过实测 t 、 C 值, 绘制 $C \sim t$ 曲线, (如图 1) 据以求出一组 t 、 $\frac{dc}{dt}$ 值, 并绘制 $\frac{dc}{dt} \sim C$ 曲线 (如图 2)。求出斜率, 即得 K_{Lw} 值。

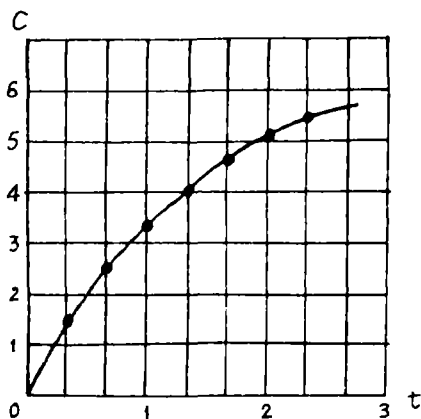


图 1 $c \sim t$ 关系图

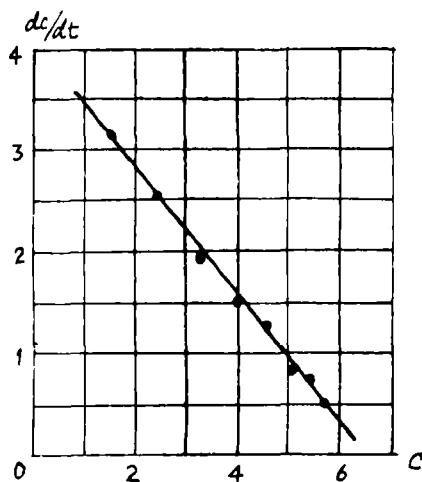


图 2 $dc/dt \sim c$ 关系图

一般来说, 由 t 、 C 值绘制 $C \sim t$ 图有一定误差, 在 $C \sim t$ 曲线上作切线求 t 、 $\frac{dc}{dt}$ 值更容易产生误差, 因此用图解法寻求总转移系数 K_{Lw} 是有较大误差的。

1. 污水氧总转移系数的数值拟合

在 (2) 式中, 作下列代换

$$a = -K_{Lw} \quad (3)$$

$$b = K_{Lw}C_{\infty} - rx \quad (4)$$

则 (2) 式可改写成

$$\frac{dc}{dt} = ac + b \quad (5)$$

求氧总转移系数 K_{Lw} 可归结为求满足下述微分方程中的 a 和 b , 即求解下列微分方程的反问题:

$$\begin{cases} \frac{dc}{dt} = ac + b \\ C(t_i) = c_i \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (6)$$

其中: n 为测定时刻的总数。

解微分方程的反问题 (6) 式通常是不容易的。本文采用数值模拟方法。为此将 $\frac{dc}{dt}$ 离散化

$$\left(\frac{dc}{dt}\right)_i \approx \frac{C_{i+1} - C_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (7)$$

于是 (b) 式近似地变成解下列方程

$$(C_{i+1} - C_{i-1}) - aC_i(t_{i+1} - t_{i-1}) - b(t_{i+1} - t_{i-1}) = 0 \quad i = 2, 3, 4, \dots, n-1 \quad (8)$$

上式是关于 a 、 b 的超定代数方程组, 用最小二乘法求解, 即求 a 、 b 使

$$I(a, b) = \sum_{i=2}^{n-1} \left[(C_{i+1} - C_{i-1}) - aC_i(t_{i+1} - t_{i-1}) - b(t_{i+1} - t_{i-1}) \right]^2 = \min \quad (9)$$

$$\text{令: } \frac{\partial I}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial b} = 0 \quad (10)$$

则得到:

$$\begin{cases} a \sum_{i=2}^{n-1} C_i^2(t_{i+1} - t_{i-1})^2 + b \sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})^2 = \sum_{i=2}^{n-1} C_i(C_{i+1} - C_{i-1})(t_{i+1} - t_{i-1}) \\ a \sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})^2 + b \sum_{i=2}^{n-1} (t_{i+1} - t_{i-1})^2 = \sum_{i=2}^{n-1} (C_{i+1} - C_{i-1})(t_{i+1} - t_{i-1}) \end{cases} \quad (11)$$

运用克莱姆法则^[3], 有

$$\begin{cases} a = \frac{\sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})(C_{i+1} - C_{i-1}) \cdot \sum_{i=2}^{n-1} (t_{i+1} - t_{i-1})^2 - \sum_{i=2}^{n-1} (C_{i+1} - C_{i-1})(t_{i+1} - t_{i-1}) \sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})^2}{\sum_{i=2}^{n-1} C_i^2(t_{i+1} - t_{i-1})^2 \cdot \sum_{i=2}^{n-1} (t_{i+1} - t_{i-1})^2 - \sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})^2 \cdot \sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})^2} \\ b = \frac{\sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})^2 \cdot \sum_{i=2}^{n-1} (C_{i+1} - C_{i-1})(t_{i+1} - t_{i-1}) - \sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})^2 \cdot \sum_{i=2}^{n-1} C_i(C_{i+1} - C_{i-1})(t_{i+1} - t_{i-1})}{\sum_{i=2}^{n-1} C_i^2(t_{i+1} - t_{i-1})^2 \cdot \sum_{i=2}^{n-1} (t_{i+1} - t_{i-1})^2 - \sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})^2 \cdot \sum_{i=2}^{n-1} C_i(t_{i+1} - t_{i-1})^2} \end{cases} \quad (12)$$

代入测试数据 t , C , 即可求得 a , b 值。运用 (3)、(4) 两式, 可得出 K_{Lw} 和 $K_{Lw}C_{iw} - rx$ 值。

2 算 例

本文以一组实测数据为例进行数值计算。当曝气池混合液温度为 27.5℃, 溶解氧饱和值 C_{∞} 为 7.0 (毫克/升) 时, 进行曝气充氧试验^[2]。曝气过程中各测定时刻 t 的溶氧测试数据见表 1。

表 1

时间 t (分钟)	0.33	0.67	1.00	1.33	1.67	2.00	2.33	2.67
溶氧浓度 C (毫克/升)	1.54	2.50	3.35	4.05	4.65	5.10	5.45	5.76

计算列表进行, 见表 2

表 2

i	t_i	C_i	$(t_{i+1}-t_{i-1})^2$	$C_i(t_{i+1}-t_{i-1})^2$	$C_i^2(t_{i+1}-t_{i-1})^2$	$\frac{(t_{i+1}-t_{i-1}) \cdot (C_{i+1}-C_{i-1})}{(C_{i+1}-C_{i-1})}$	$\frac{C_i(t_{i+1}-t_{i-1}) \cdot (C_{i+1}-C_{i-1})}{(C_{i+1}-C_{i-1})}$
1	0.33	1.54					
2	0.67	2.50	0.45	1.12	2.81	1.21	3.03
3	1.00	3.35	0.44	1.46	4.89	1.02	3.42
4	1.33	4.05	0.45	1.82	7.36	0.87	3.53
5	1.67	4.65	0.45	2.09	9.71	0.70	3.27
6	2.00	5.10	0.44	2.22	11.33	0.53	2.69
7	2.33	5.45	0.45	2.45	13.33	0.44	2.41
8	2.67	5.76					
$\sum_{i=1}^7$			2.67	11.15	49.42	4.78	18.36

将表 2 中数据代入(12)式中, 即得到

$$a = -0.59, \quad b = 4.27$$

由(3)、(4)可知

$$K_{L_{\infty}} = 0.59 \text{ 分钟}^{-1}, \quad K_{L_{\infty}} C_{\infty} - rx = 4.27 (\text{毫克/升} \cdot \text{分钟})$$

3 小 结

本文提出的污水氧总转移系数的数值拟合法具有精度较高, 计算较简便的优点, 它克服了图解法在绘制 $C-t$ 曲线, $dc/dt \sim C$ 曲线时引入的误差。可方便地用于实际工程中污水氧总转移系数的计算。

参 考 文 献

- [1] 哈尔滨建筑工程学院主编. 排水工程. 北京: 中国建筑工业出版社, 1987
- [2] 秦麟源. 废水生物处理. 上海: 同济大学出版社, 1989
- [3] 黄友谦主编. 数值试验. 北京: 高等教育出版社, 1989

Numerical Simulation to Total Transfer Coefficient of Aeration Oxygenation in Sewage

Wang Quanjin

ABSTRACT

A numerical simulation method to total transfer coefficient of aeration oxygenation in sewage is presented in this paper. Discretizing the linear equation $\frac{dc}{dt} \sim C$ and by using the test data't, C and least squares, the total transfer coefficient of aeration oxygenation can be directly obtained. The method presented herein can prevent the errors in plotting curves $C \sim t$ and $dc/dt \sim C$. Comparing with the plotting schemes, the method shows the advantage of high accuracy and simple operation.

Key words: Aeration Oxygenation; Total transfer coefficient; Numerical simulation