

机床设计动力学模型简化 的影响因子法

梁长青 龚事其

(机械工程系)

摘 要

本文提出一种简化机床设计动力学模型的方法——影响因子法。利用这种方法可以简化初步建立的机床动力学模型,求出主要的固有频率及振型,该法原理简单,计算量小,省机时,还可提出完善机床结构及动力学性能的方案。

关键词: 影响因子; 动力学模型; 固有频率; 振型; 模型简化

0 引 言

近三十年来,机床动态性能的研究,引起了国内外许多学者的关注,并取得了显著的成果。目前那种通过经验设计——样机试制——样机测试——改进设计——再试制——再测试的方法,其周期长,效果差。机床的动态优化设计,借助 CAD (计算机辅助设计) 和 CAG (计算机辅助绘图) 技术来完成结构设计工作,同时还可利用计算机工艺编程技术完成工艺设计。这样,结构设计、工艺设计与生产管理可以一气呵成。

但是,在机床设计的初期阶段,有时需要知道所设计的机床某一部分(例如:主轴传动系统)的低阶固有频率和振型,而不必求出系统的各阶动力学性能。此时,若仍用动态设计方法来进行计算,将使计算工作量增大,而且算出的高阶动力学性能又用不上。本文介绍的影响因子法对机床的初始动力学模型进行简化,可以减轻设计计算工作的劳动强度,也能保证适当的实际精度。

1 初步建立机床动力学模型

对机床整机作动态性能分析及优化设计之前,必需将系统离散成若干质量集中的子结构。子结构之间由等效弹簧和等效阻尼器联接起来,表示子结构之间的联结刚度和阻尼,构成一个动力学模型。

本文于 1993 年 3 月 15 日收到

初步建立机床动力学模型的过程是: 按实际结构情况, 设定模型的几何形态, 确定自由度数及座标分布, 从而推导运动微分方程, 建立数学模型。

例如, 图 1 所示为组合机床滑台的传动系统。该系统始端为工作电机轴, 末端为滑台, 属单支系统, 共 16 个元件, 其中以下元件需作特殊处理:

(1) 由于各齿轮啮合处的弹性变形很小, 啮合处的弹性元件可忽略, 所以相啮合的一对齿轮可以合并为一个等效惯性元件。

(2) 第 9 号轴是行星轮系的摆杆(行星轮轴), 振动时产生弯曲变形, 即横向振动。但列入扭转系统时, 按应变能相等的原则, 将其转换成绕蜗轮轴心线扭转的弹性元件, 算出其当量扭转刚度。

(3) 16 号元件是滑台, 按动能相等原则, 将其换算成绕丝杆轴线旋转的惯性元件。

除上述元件外, 其它各惯性元件和弹性元件均按常规方法(见资料 [1]) 确定其转动惯量和柔度。根据滑台的具体结构, 将所有各元件统一折算到第 15 号轴心线上, 结果得表 1 和表 2 (实测数据引自资料 [3])。

表 1 各惯性元件的转动惯量 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)

J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8
1550	83.1	20	14	360	95	990	1160

表 2 各弹性元件的柔度 ($\text{rad}/\text{N} \cdot \text{m}$)

e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
13	18	14	26	4.6	1.35	0.51

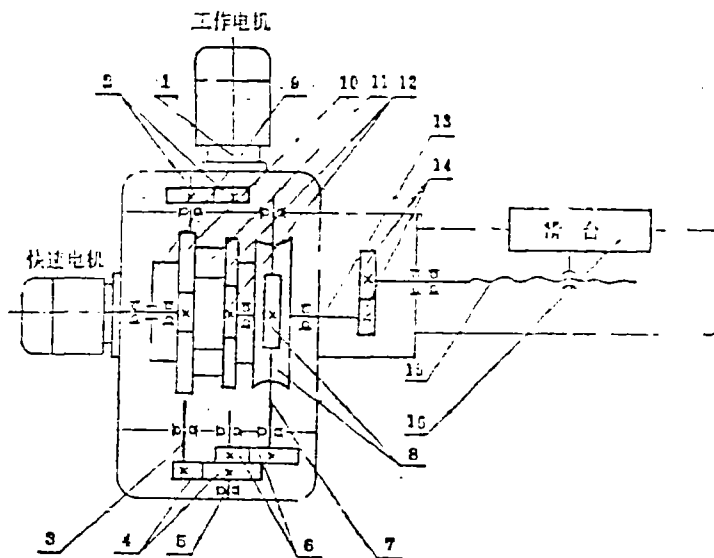


图 1 组合机床滑台传动系统图

经过处理,图1所示的传动系统便可精换成如图2所示的动力学模型。

2 影响因子法的理论基础

按影响因子法简化机床动力学模型的过程,要计算部分的固有频率、振型以及动力学特性。我们假设将初始具有 N 个自由度的模型(以后称为 N 模型)变换到具有 M 个自由度模型(以后称为 M 模型,且 $N > M$)。

我们能够保证 N 模型与 M 模型在简化的每一阶段动力学特性彼此接近,是因为在设计机床动力学特性时,对参数(即结构零件尺寸)的变化进行了分析。因此,不仅可以减少模型的自由度,减轻以后计算的工作量,而且也可彻底研究模型参数与机床动力学特性的关系。

首先区分主要参数(对输出特性起主要作用)和不重要参数(对输出特性没有明显影响),将它们按先后次序进行排列。其次,利用参数可能分散的性质,改变刚度、质量(或惯性矩)的分布,在必要的情况下,为了改善动力学特性,还要变动模型的阻尼系数和与之对应的零件尺寸。因此,简化模型与完善结构同时进行。

在变动模型所有的参数时,由参数变化所引起的机床动力学特性的变化可以用影响因子法来确定。采用这种算法,可以计算出由变量 X_i 引起的函数 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_i)$ 的变化增量 Δy ,而且 Δy 与 $\Delta X = X_i^1 - X_i^0$ 无关(式中 X_i^0 和 X_i^1 分别是变化的起始值和终了值)。可以认为 Δy 是影响因子的总和,而且影响因子的个数与参数个数相等。也就是说, $\sum_{i=1}^I A_{xi}$, 因此,根据影响因子的值就可估计到 ΔX_i 的变动对增量函数的影响(参数共同的影响不考虑)。

例如,对于图3所示的具有集中质量的动力学模型,其固有频率为:

$$\omega_1 = f(e_1, e_2, \dots, e_i, \dots, e_n, J_1, J_2, J_3, \dots, J_i, \dots, J_{n+1})$$

式中: n ——振动系统的自由度数;

e ——弹性环节的柔度;

J ——惯性元件的转动惯量;

柔度和惯性矩的变化引起的频率变化,可以写成如下的形式

$$\Delta \omega_1 = A_{\omega_1}^1 + A_{\omega_1}^2 + \dots + A_{\omega_1}^n + A_{\omega_1}^{n+1} + A_{\omega_1}^{n+2} + \dots + A_{\omega_1}^{n+1}$$

当函数变化增量的变动相当小时,所计算函数的影响因子总和就接近函数的全微分。即

$$A_{xi} = \int_{x_i^0}^{x_i^1} \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} dx_i \quad (1)$$

也就是说,这个值的计算结果是由沿着连接点 x_i^0 和 x_i^1 的截线的第二型曲线积分所决定的。

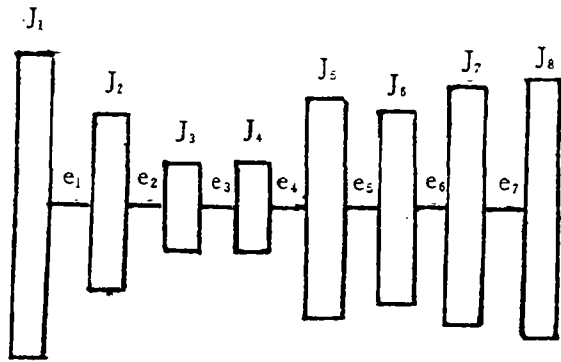


图2

式中

$$x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_l^0)$$

$$x^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_l^1)$$

影响因子 A_{zi}^* 叫做参数 x_i 变化对函数 $y = f(x)$ 变化的影响的定量评价, 当已知解析关系 $y = f(x_1, x_2, \dots, x_l)$ 时, 就可直接利用(1)式来求得。若解析关系未知或者相当复杂(机床动力学计算的特征), 影响因子必须根据近似公式来计算, 对于这段截线 C 的积分, 常用含座标 $x^0 + \alpha \Delta x$ 的点将其分成 m 段

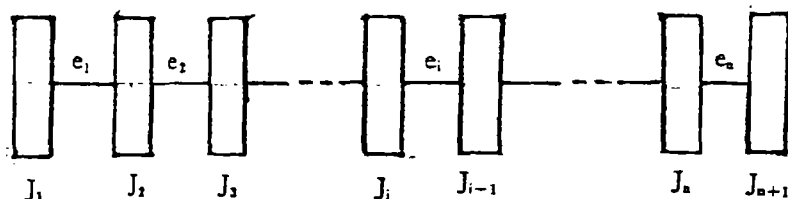


图 3

其中

$$\alpha = i/m, \quad i = 0, 1, \dots, m$$

$$\Delta x = x^1 - x^0$$

计算影响因子的近似关系是

$$A_{zi}^* \approx \frac{\Delta x}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{\partial f}{\partial x_i} (x^0 + \alpha \Delta x) \quad (2)$$

式中 x^0 —— 某一点

l —— 具有座标 $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_l^0)$ 的振动系统均匀的空间参数。

段数 m 的选取, 取决于变量的变动差值, 经验指出, 机床动力学计算 $m=20$ 时, 按公式(1)和(2)算出的影响因子值与实际情况相符。

3 影响因子法简化模型的计算机程序

根据影响因子的分析, 完成了具有集中参数和分散参数的分支键以及封闭键式的动力学模型的简化, 在作机床动力学实验时, 我们通常采用集中参数的链式动力学模型的简化方法来进行研究。

将 N 模型简化为 M 模型的程序框图如图 4 所示。

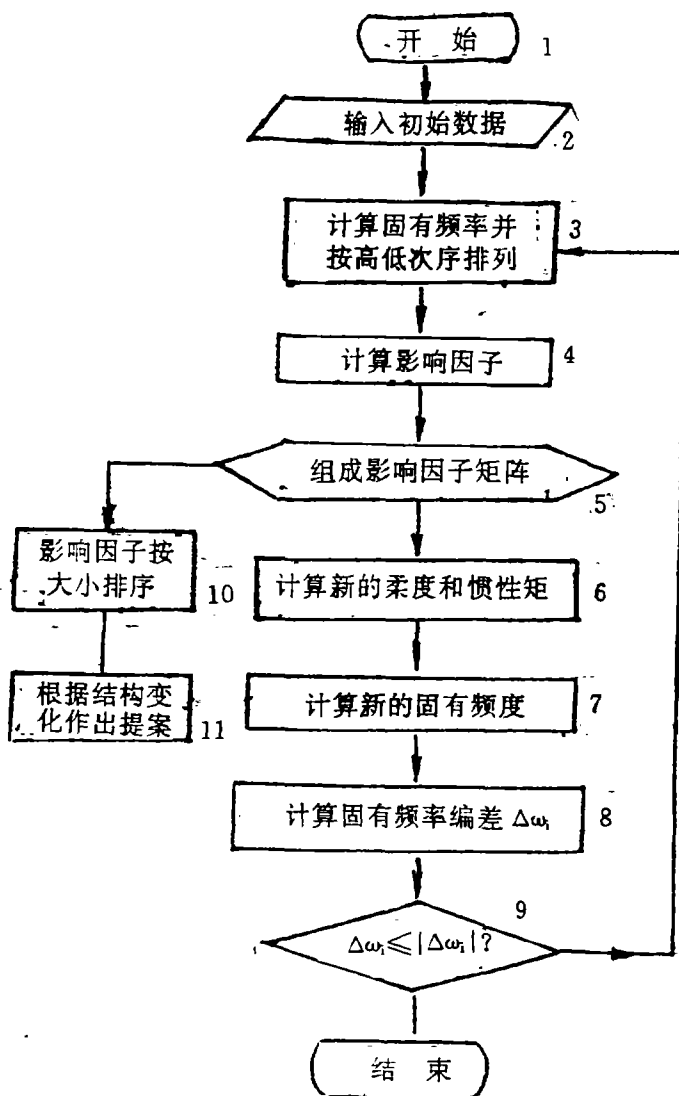


图 4

计算的主要步骤如下:

(1) 输入初始数据 (框 2)

$e_1, e_2, \dots, e_n; J_1, J_2, \dots, J_{n+1}, m$ 和频率间隔 $0 < \omega_i \leq \omega_{\max}$ 内机床结构所限制的频率最大值 $\omega_{\max}$, 该间隔内固有频率的许用偏差 $|\Delta\omega_i|$ 。

(2) 组成刚度矩阵和惯量矩阵, 并解频率方程, 确定固有频率, 并按增长次序排列 (框 3)

$$\omega_1^0 < \omega_2^0 < \dots < \omega_n^0$$

(3) 传送 e_i 和 J_i , 增量 Δe_i 和 ΔJ_i , 并用有限差分法计算频率导数 $\frac{\partial f}{\partial e_i}$ 和 $\frac{\partial f}{\partial J_i}$ 在点 $(m-1) - l$ 的截线积分, 然后, 应用增量 $\Delta e_i, \Delta J_i$ 求影响因子 A_{ji}^m 和 A_{ji}^{m-1} (框 4)

(4) 组成对频率 ω_i 的影响因子矩阵 $|A_{ji}^m|$, 该矩阵的行数 $l = 2n + 1$, 列数等于固有频率的个数 (框 5)。

(5) 若最小的影响因子在矩阵的第一列, 则 N 模型的简化方法是将惯量分成两部分, 如图 5 所示。(框 6)

$$J_{i-1}' = J_{i-1} + KA_{ji-1}^{m-1}$$

$$J_i' = J_i + KA_{ji}^{m-1}$$

$$e_{i-1}' = e_{i-1} + e_i$$

式中

$$K = J_i / (A_{ji-1}^{m-1} + A_{ji}^{m-1})$$

如果在 $J = J_i$ 或 $J = J_{i+1}$ 时, A_{ji}^m 为最小, 就可忽略惯量 J_i 或 J_{i+1} , 柔度 e_i 或 e_{i+1} 的影响, 此时边上的惯量和相邻的惯量相加进行简化, 即

$$J' = J_1 + J_2$$

$$J_n' = J_n + J_{n-1}$$

如图 6 所示。

假如最小影响因子不在第一列, N 模型简化的方法是将柔度 e_i 分为两部分, 如图 7 所示:

示:

则:

$$e_{i-1}' = e_{i-1} + KA_{ji-1}^{m-1}$$

$$e_i' = e_{i+1} + KA_{ji+1}^{m-1}$$

$$J_i' = J_i + J_{i-1}$$

式中:

$$K = e_i / (A_{ji-1}^{m-1} + A_{ji+1}^{m-1})$$

(6) 组成新的刚度矩阵和带有校准后的

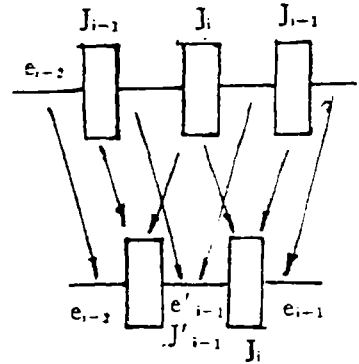


图 5

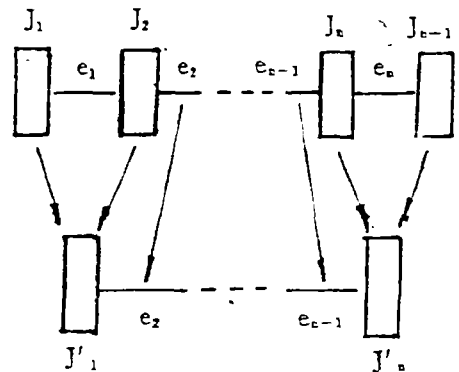


图 6

e_i 和 J_i 的惯量矩阵 (框 6), 并重新计算固有频率 ω_i (框 7)。

(7) 求频率偏差 $\Delta\omega_i = (\omega_i^1 - \omega_i^0)/\omega_i^0$

式中 ω_i^1 和 ω_i^0 分别为简化前后的固有频率。

(8) 若 $\Delta\omega_i \leq |\Delta\omega_i|$ (框 9), 则重复框 3 至框 7 步骤, 继续简化, 否则, 终止模型简化。

(9) 将 e_i 和 J_i 按影响因子排序, 并区分出主要参数与非主要参数 (框 10)。

(10) 改善所设计机床的动力学特性、用改变的动力学模型参数及与之对应的零件尺寸逐渐形成提案。

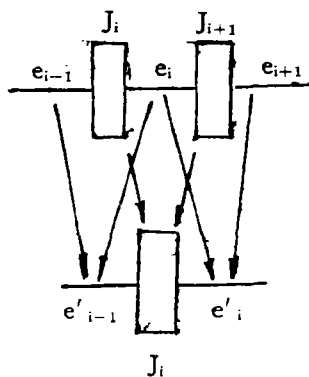


图 7

4 应用举例

现在利用上述介绍的影响因子法来对图 2 所示的动力学模型进行简化。该系统为 8 自由度链式动力学模型 ($N=8$), 当频率间隔在 $0 \sim 150\text{Hz}$, N 模型与 M 模型的频率偏差 $\Delta\omega_i > 7\%$, 简化终止。计算时选取 $\delta e_i = 10^{-3}e_i$; $\delta J_i = 5 \times 10^{-4}J_i$; $\Delta e_i = \pm 0.25e_i$; $\Delta J_i = \pm 0.1J_i$; $m=25$, 在 AST 286 机上耗时约 4 分钟。

计算结果列于表 3 和表 4:

表 3

i	$e_i \times 10^5$ 弧度/千米	$J_i \times 10^4$ 千克米	振 型 在频率 赫芝时		
			18.4	116.4	159.7
1	13	1550	1.00	1.00	1.00
2	18	83.1	0.73	-9.78	-19.29
3	14	20	0.34	-16.88	-18.33
4	26	14	0.04	-19.87	-12.41
5	4.6	360	-0.52	-21.57	3.13
6	1.35	95	-0.61	-2.77	0.66
7	0.51	990	-0.64	2.94	-0.15
8	—	1160	-0.64	4.30	-0.38

表 4

i	$e_i \times 10^5$ 弧度/千米	$J_i \times 10^4$ 千克米	振 型		
			在频率 赫芝时		
			18.4	108.9	154.2
1	13	1550	1.00	1.00	1.00
2	58	106.3	0.73	-8.43	-17.92
3	5.95	455.8	-0.53	-26.19	1.36
4	—	2160	-0.64	5.22	-0.12

由表3和表4可以看出,简化前后模型的1、2、3阶固有频率相差分别为0.02%,6.46%,和3.45%,而振型相差分别为:0.14%,2.14%和67.9%,简化前后模型的惯量总和是一样的,而柔度总和差为0.66%。由此可见,用影响因子法进行机床动力学模型简化是可行的,而且精度适当。必要时,通过两次或多次计算,确定对机械性能有共同影响的动力学模型参数的影响因子,可能还会提高精度。

在模型简化的每一阶段,可根据按优先次序排列的影响因子,分析和提出完善结构的要求,形成方案。例如,在简化的后阶段,确定最低固有频率 ω_1 变化的影响因子分别为:

$$A_{e1} = -2.33, A_{J1} = -10.97, A_{e3} = -0.81;$$

$$A_{J1} = -3.90, A_{J2} = -0.14, A_{J3} = 0.32, A_{J4} = -2.24$$

为了简明起见,右上方的指数标记省略不写。式中负号含义是:随着任何结构构件的柔度及惯量的降低,频率 ω_1 增加,但是柔度 e_2 和惯量 J_1 主要对这个频率的变化发生影响,而柔度 e_3 和惯量 J_2 则是最小。因此用变动柔度 e_2 和惯量 J_1 的办法,最有效地改变频率 ω_1 以及与之相关的其它一些机械性能,惯量 J_2 的影响则较小,必要时(例如:根据结构要注),可以变动对应于惯量 J_2 的零件尺寸,而不会对频率 ω_1 及与之相关的一些性能带来影响。

类似地变动其它参数,将改变在区间 $[0, \omega_{\max}]$ 内的其余固有频率,这对改变这些频率对应的振型,振幅及其它的机械性能也是有效的。

上述介绍的影响因子法,不仅对简化旋转运动模型适用,而且也适宜扩展到简化平移运动。此外,在构思机床动力学模型,选择机构和系统结构,找出最适宜的办法,或是解决机械设计的其它许多问题时,影响因子的分析也将是十分有效的。经验表明,显示优先地位的简单而有效的研究方法,综合起来在仿制模型方面的自动设计系统中,带有广泛的可能性。分析、综合机床系统各种不同的物理性能有可能充实以往介绍的论据和可靠性,因为在计算和设计阶段要求充分地考虑实际制造条件和运用的金属切削设备。

参 考 文 献

- [1] 诸乃雄. 机床动态设计原理与应用. 上海: 同济大学出版社, 1987
- [2] 李秀英等. 机床优化设计. 北京: 机械工业出版社
- [3] В. К. Купик, А. М. Педченко упрощение расчетных схем механизмов при проектировании станков • Станки и инструмент. 5. 1989

Affective—Seed Method on Dynamic

Model Simplizing

liang Changqing Gong Shiqi

ABSTRACT

This paper introduces the affective—seed method on machine dynamic model simplizing. The rough machine dynamic model can be simplified by using this method in order to find out the main frequencies and vibration models. This method has many advantages such as simple principle, less calculation and less computer working time. It can still provide proposals to improve the machine constructions and its dynamic properties.

Key words: Affective—seed; Dynamic model; Frequency; Vibration model; Model simplizing