

厚壁圆筒蠕变损伤第一阶段 断裂时间两种解法

喻晓今

(建筑工程系)

摘 要

根据厚壁圆筒第一阶段断裂时间的全解耦求法,提出了在小损伤情况下所谓半解耦思路的解答,指出几种典型材料常数情形下两种解答的相对误差值及其变化趋势,并得出全解耦解偏向保守的结论。

关键词:蠕变损伤;解耦过程;断裂时间

1 厚壁圆筒蠕变损伤破坏时间两种解

书 [1] 中对厚壁圆筒外表面开始起裂情况 (图 1) 的第一阶段断裂时间有如下解法。应力 σ_r, σ_θ 和 σ_z (r, φ, Z 为柱坐标) 为 r 的函数。稳定蠕变时,在 a_0 和 b 处应力由公式

$$\sigma_r = s \left[1 - \left(\frac{b}{r} \right)^{2\mu} \right], \sigma_\theta = s \left[1 + (2\mu - 1) \left(\frac{b}{r} \right)^{2\mu} \right] \quad (1)$$

给出。式中: $s = s(\beta) = p(\beta^{2\mu} - 1)$, $\beta = b/a_0$, $\beta_0 = b_0/a_0$, $s_0 = s(\beta_0)$, $\mu = 1/m$ 。筒内外半径为 a_0, b_0 , m 为材料常数, p 为筒内不变的内压 (此时对应 $m > 2$)。

假定应力小于极限强度,根据损伤运动方程

$$\frac{d\psi}{dt} = - A \left(\frac{\sigma}{\psi} \right)^n, \quad (2)$$

式中 A, n 为材料常数, ψ 为连续因子, ($A \geq 0, n \geq 1$)。

考虑到脆性断裂时应变为小应变,这里取 $\sigma = \sigma_0$, σ_0 为未损伤时对应筒外表的 σ_θ 。

多数情况下 $m > 2$, 断裂按先外后内的次序发展 (见图 1), 故按此情况所得第一阶段断裂

本文于 1993 年 8 月 27 日收到

时间为

$$t_1 = [(n+1) \cdot A \cdot (2\mu \cdot s)^n]^{-1} \\ = \left\{ (n+1) \cdot A \cdot \left(2 \frac{p}{m}\right)^n \cdot \left[\left(\frac{b_0}{a_0}\right)^{\frac{2}{m}} - 1\right]^n \right\}^{-1} \quad (3)$$

书 [1] 中在求 t_1 时使用了 $\omega_c = 1$ 条件。

按照 [2] 文所建立的半解耦方法, 对同一问题求解如下。

根据半解耦思想, 小损伤情况下包含损伤效应的应力场由下式近似表示:

$$\sigma_{ij} = (1 - \omega)\sigma_{ij}^* \simeq (1 - \omega)\sigma_{ij}^0, \quad (4)$$

式中 σ_{ij}^0 为未损伤应力, σ_{ij}^* 为有效应力, ω 为损伤因子。

这就有 $\sigma = (1 - \omega)\sigma_0$ 为小应变时的对应筒外表的应力 σ_φ , 将其代入 (2) 有

$$\frac{d\psi}{dt} = -A \cdot \sigma_0^n \quad (5)$$

利用初始条件积分上式得

$$1 - \psi = A\sigma_0^n t, \quad (6)$$

令 $\omega = \omega_c$, 断裂时 $\omega_c < 1$ (见文 [2]), 又因为 $\psi = 1 - \omega$, 故 $\psi_c = 1 - \omega_c$, 代入上式得断裂时间为:

$$t_2 = \frac{\omega_c}{A\sigma_0^n} \quad (7)$$

再将 (1) 中的 σ_φ 代入上式, 则第一阶段断裂时间为:

$$t_2 = \omega_c / \left\{ A \cdot \left(2 \frac{p}{m}\right)^n \cdot \left[\left(\frac{b_0}{a_0}\right)^{\frac{2}{m}} - 1\right]^n \right\}, \quad (8)$$

小损伤条件有 $\omega < 0.25$, 这里取大多数塑性金属及合金损伤临界变量的接近值 $\omega_c = 0.25$, 故 (8) 式为

$$t_2 = 0.25 / \left\{ A \cdot \left(2 \frac{p}{m}\right)^n \cdot \left[\left(\frac{b_0}{a_0}\right)^{\frac{2}{m}} - 1\right]^n \right\}. \quad (9)$$

而 (3) 式变为

$$t_1 = (1 - 0.75^{n-1}) / \left\{ (n+1) \cdot A \cdot \left(2 \frac{p}{m}\right)^n \cdot \left[\left(\frac{b_0}{a_0}\right)^{\frac{2}{m}} - 1\right]^n \right\}. \quad (10)$$

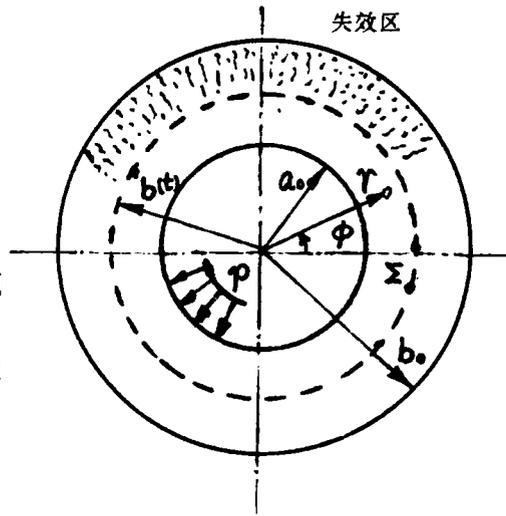


图 1

2 断裂时间——材料常数图表

为简明起见, 令参数 A 、 p 均为单位值, 并令 $\lambda = a_0/b_0$, $\alpha = n/m$, 则按全解耦法所得公式 (10) 为

$$t_1 = (1 - 0.75^{m+1}) / \left\{ (am + 1) \left(\frac{2}{m} \right)^m \cdot \left[\left(\frac{1}{\lambda} \right)^{\frac{2}{m}} - 1 \right]^{am} \right\}, \quad (11)$$

按半解耦法所得公式 (9) 为

$$t_2 = 0.25 / \left\{ \left(\frac{2}{m} \right)^m \cdot \left[\left(\frac{1}{\lambda} \right)^{\frac{2}{m}} - 1 \right]^{am} \right\}. \quad (12)$$

当 $\lambda = 0.8$ 时 (按壁厚与中径之比大于 0.1 时视为厚壁所取之值), 分别取: m 为 4, 5, 6, 7; α 为 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2 时, 可得一组 t_1 和 t_2 的值 (α 在常用值范围, 参阅文 [1]).

(1) 当 $\lambda = 0.8$, $m = 4$ 时, $t-\alpha$ 图如图 2 (时间轴采用对数坐标, 下同)

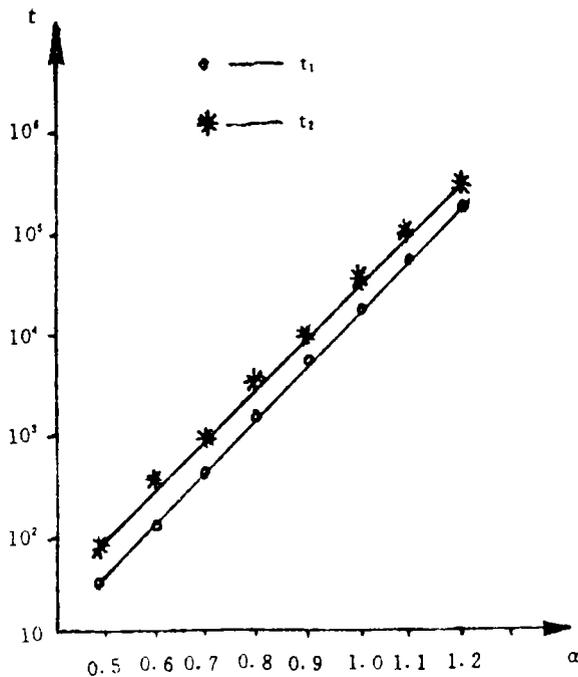


图 2

t_2 相对误差值 Δ 如表 1。

表 1 ($\lambda=0.8, m=4$)

α	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
Δ (%)	29.7	36.2	42.9	49.7	56.7	63.9	71.2	78.7

(2) 当 $\lambda=0.8, m=6$ 时, $t-\alpha$ 图如图 3。

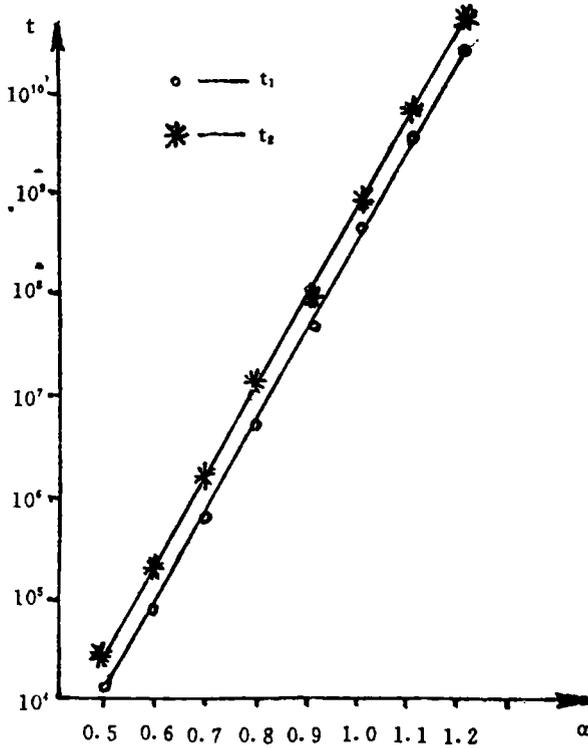


图 3

t_2 相对误差值 Δ 如表 2。

表 2 ($\lambda=0.8, m=6$)

α	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
Δ (%)	46.3	56.7	67.5	78.6	90.2	101.9	114	126.4

由表 1, 表 2 知, 随着 α 的增加, t_2 的 Δ 接近于线性增加。当 $m=6, \alpha=1.0$ 即 $m=n=16$ 时, t_2 的 Δ 为 101.9%。

(3) 当 $\lambda=0.8, \alpha=0.8$ 时, $t-m$ 图如图 4。

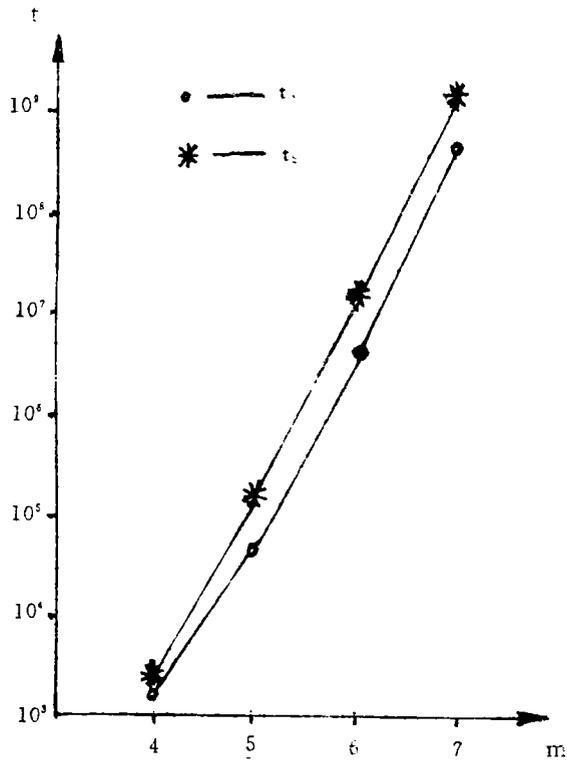


图 4

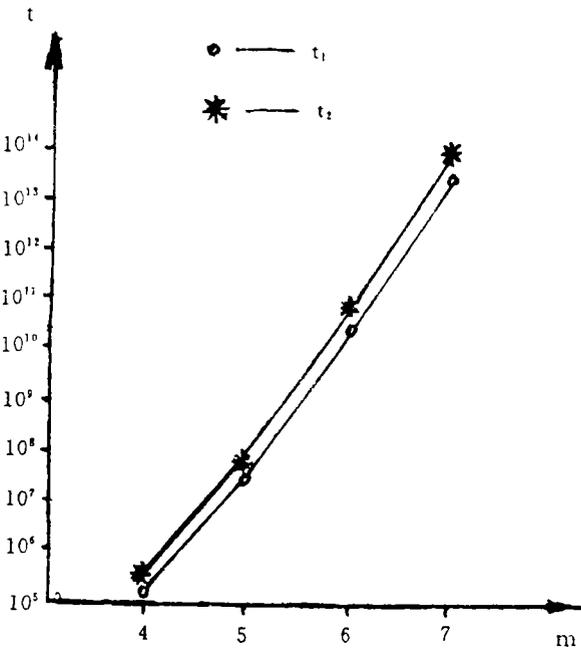


图 5

t_2 相对误差值 δ 如表 3。

表 3 ($\lambda=0.8, \alpha=0.8$)

m	4	5	6	7
δ (%)	49.7	63.9	78.6	94

(4) 当 $\lambda=0.8, \alpha=1.2$ 时, $t-m$ 图如图 5。

t_2 相对误差值 δ 如表 4。

表 4 ($\lambda=0.8, \alpha=1.2$)

m	4	5	6	7
δ (%)	78.7	102	126.4	151.9

由表 3、表 4 知, 随 m 的增加, t_2 的 δ 也接近于线性增加。当 $\alpha=1.2, m=5$ 时, t_2 的 δ 为 102%。

若再任取 $\lambda=0.5$ 进行计算, 得到完全类似的数据关系。

3 结 论

(1) 随着 n/m 的比值增大, 半解耦解的第一阶段断裂时间与全解耦的这个时间值的相对误差接近于线性增加, m 值越大, 其增加幅度越大, 一定条件下, 这个半解耦的断裂时间可越过一倍。

(2) 随着 m 的增大, 半解耦解的第一阶段断裂时间与全解耦的这个时间相对误差值亦接近于线性增加, n/m 值越大, 其增加幅度越大, 一定数量后, 断裂时间越过倍数。

(3) 若 $m>4, n>2$, 厚壁圆筒第一阶段断裂时间的全解耦解均偏于保守。

参 考 文 献

- [1] L. M. 卡恰诺夫著. 杜善义、王殿富译. 连续介质损伤力学引论. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1989. 25~65
- [2] Yu Shou-wen. The near tip fields and temperature distribution around a crack in a body of hardening material containing small damage, *Acta Mechanica sinica*. 1989, 5 (4); 343~352
- [3] J. Lemaitre. How to use damage Mechanics, *Nuclear Engineering and Design*. 1984, 80: 233~245
- [4] 徐乘业主编. 弹性与塑性力学 (例题和习题). 第二版. 北京: 机械工业出版社, 1991, 233~252
- [5] [日] 平 修二编. 郭延伟等译. 金属材料的高温强度理论·设计. 北京: 科学出版社, 1983, 398

The Critical Time of the First Stage in a Thick-walled Tube under Creep-Damage

Yu Xiaojin

ABSTRACT

In this paper, one new solution for the critical time of the first stage in a thick-walled tube under creep-damage has been deduced. That is one between the uncoupled and coupled methods. It gives a conclusion; the error the new one relative to the uncoupled one is increasing nearly linearly with m and n/m increasing. The time from the uncoupled one is conservative.

Key words: Small damage; Uncoupled procedure; Failure time