第11卷 第1期 华东交通大学学报 Vol. 11 No. 1
1994年 3月 Journal of East China Jiaotong University Mar. 1994

仿S-闭空间的一个注记

汪火云

（基础课部）

摘　要

弱T_2空间X是仿S－闭的当且仅当X是仿近似紧的与极不连通的；正则T_1的且满足第二可数公理的局部S－闭空间是仿S－闭空间。

关键词：仿S－闭；仿近似紧；极不连通

先介绍有关术语。

空间X是仿S－闭的[1]，若对X的每一个正则闭复盖都存在局部有限的正则闭加细复盖X。

空间X是仿近似紧的[2]，若对X的每一个正则开复盖都存在局部有限的正则开加细复盖X。

空间X是局部S－闭的[3]，如果$\forall x\in X$，存在点x的开邻域U_x，U_x作为X的子空间是S－闭的。

空间X称为弱T_2的[3]，如果$\forall a, b\in X$，$a\neq b$，a有正则开邻域不包含b。易知$T_2\Rightarrow$弱T_2的，弱T_2空间亦称$T_{1\frac{1}{2}}$-空间、T_1^*空间。

空间X是几乎正则的[4]。如果$\forall x\in X$及x的每一正则开邻域G，存在开集H使$x\in H\subset\overline{H}\subset G$。正则$\Rightarrow$几乎正则。

定理1　设X是一个弱T_2拓扑空间，下面条件等价：

（Ⅰ）X是仿S-闭的，

（Ⅱ）对X的每一个正则闭复盖，都存在一个既开又闭的加细复盖X。

证　由［1］中定理3知，弱T_2的仿S－闭空间是极不连通的，故定理成立是显然的。

定理2　设X是几乎正则的，则下面条件等价：

（Ⅰ）X是仿S-闭的，

（Ⅱ）X是仿近似紧和极不连通的。

证　（Ⅰ）⇒（Ⅱ）设X是仿S-闭的。由［1］中定理6推论2知X是极不连通的。在极不连通空间中“正则闭集”与“正则开集”等价，故（Ⅱ）成立。（Ⅱ）⇒（Ⅰ）是显然的。

定理3　设X是弱T_2空间，下面条件等价：

本文于1993年6月17日收到

（Ⅰ）X是仿S-闭的，

（Ⅱ）X是仿近似紧的和极不连通的。

证　（Ⅰ）⇒（Ⅱ），设X是仿S-闭的，由于X是弱T_2空间，由［1］中定理3知X是极不连通的，从而X是仿近似紧的。（Ⅱ）⇒（Ⅰ）显然。

定理4　正则T_1的且满足第二可数性公理的局部S-闭空间是仿S-闭空间。

证　由于X是局部S-闭的，则$\forall x\in X$，存在点x的开邻域U_x，使U_x是S-闭子空间。由正则空间的遗传性知U_x是正则的，因而由［5］中定理5推论知U_x是紧子空间，因而X是局部紧的。再由［6］中6·11定理知X是仿紧空间。由［3］中定理3.2知X还是极不连通的，再由［1］中定理7知X是仿S-闭空间。（注：正则$T_1\Rightarrow T_2$）

最后作为仿S-闭空间的推广，我们引进仿S-集的概念。

定义1　设X是拓扑空间，$A\subset X$，若对X中任一复盖A的正则闭集簇，都存在局部有限的正则闭加细复盖A，则称A是仿S-集。

当A为X时，为仿S-闭空间。

显然：S-集⇒仿S-集，但反之不成立。具有无限个点的离散拓扑空间是仿S-集，但不是S-集。

定理5　T_2空间的任一仿S-集都是闭集。

证　设P是T_2空间的任一仿S-集，$\forall y\in X\sim P$。由于$X\in T_2$，故$\forall x\in P$，都存在开集U_x，使$x\in\overline{U}_x$。但$y\in\overline{U}_x$，于是$H=\{\overline{U}_x: x\in P\}$是X中复盖$P$的正则闭集簇。因而存在局部有限的正则闭加细$\{V_\alpha: \alpha\in A\}$，使$\bigcup\{V_\alpha: \alpha\in A\}\supset P$。故有

$$X\sim P\supset X\sim\bigcup\{V_\alpha:\alpha\in A\}\supset X\sim\bigcup H。$$

显然$y\in X\sim\bigcup H\subset X\sim\bigcup\{V_\alpha: \alpha\in A\}\subset X\sim P$。由于$\{V_\alpha: \alpha\in A\}$是局部有限的闭集簇，故是闭包保持的。因而$X\sim\bigcup\{V_\alpha: \alpha\in A\}$开于X。从而$X\sim P$是开集。从而$P$是闭集。

推论　T_2空间的任一S-集都是闭集。

仿S－闭空间的积不一定是仿S-闭的。如：$\beta N\times\beta N$。

βN是紧致的Tychnoff空间且是极不连通的，因而βN是S-闭的，仿S-闭的。当然$\beta N\times\beta N$亦是紧致的Tychnoff空间，由［7］中问题6.3.21知$\beta N\times\beta N$是非极不连通的，因此$\beta N\times\beta N$不是S-闭的，不是仿S-闭的。

定理6　仿S-闭空间对既开又闭的子空间遗传。

证　设M是X中开且闭集，X是仿S-闭的，$H=\{H_\alpha: \alpha\in A\}$是子空间$M$的正则闭复盖。显然$H\bigcup\{X\sim M\}$亦是X的正则闭复盖。因而存在局部有限的正则闭加细$\{V_\beta: \beta\in B\}$复盖X。显然$\{V_\beta\bigcap M: \beta\in B\}$是$M$中的正则闭集簇加细$H$且复盖$M$。因而$M$是仿S-闭空间。

参 考 文 献

[1] 陈必胜. 仿 S-闭空间. 数学研究与评论，1985,(3)：1～5

[2] 陈清煊 · 仿近似紧空间 · 江西师大学报，1987,(2)：16～19

[3] T. Noiri. A note on extremally disconnected spaces, Proc. Amer. Math. Soc. 79 (1980): 327～330

[4] Cameron, D. E., Properties of S-closed spaces, ibid, 72 (1978): 581～586

[5] 王国俊 · S-闭空间性质 · 数学学报，1981，(24)：55～63

[6] 熊金城 · 点集拓扑讲义 · 北京：高等教育出版社，1981

[7] R. Engelking. General Topology. Warszawa: polish Scientific publishers, 1977

A Note on Para-s-closed Spaces

Wang Huoyun

ABSTRACT

A Weakly T_2 space is para-s-closed if and only if it is para-nearly compact and extremally disconnected; A T_1 regular and second countable locally S-closed space is para-s-closed.

Key words: Para-s-closed; Para-nearly compact; Extremally disconnected