

# 圆柱直齿齿轮模具的计辅编程

蒋先刚

(基础课部)

## 摘 要

本文介绍了用计算机辅助编制圆柱直齿齿轮模具线切割程序的一般方法与技巧,着重介绍齿轮模具计辅编程的主要步骤。

关键词: 模具; 编程; 图形检验

## 0 概 述

圆柱直齿齿轮的应用非常广泛,可以用插齿机、磨齿机、滚齿机对齿轮进行有切屑的加工。而无切屑加工齿轮近年来得到了很快的发展,在大批量生产的情况下,利用模具制造一般精度的齿轮,特别是小模数齿轮,可以大大提高生产效率,节省原材料。常用的无屑加工模具有:粉末冶金齿轮的成形模,塑料齿轮的注塑模,仪器仪表齿轮的冲压模,齿轮的压铸模以及锻钢齿轮的锻模。这些模具大都是在数控线切割机床、数控铣床及激光工作台上加工。齿轮的渐开线齿形复杂,且齿轮模具的加工精度要求比较高,这就要求高效而又可靠的编程系统。传统的人工编程方法主要依靠人工计算、推理、编程,这种传统方法编程效率低,误差大,可靠性差,又不易于进行加工前的编程检验。而采用计算机辅助编制线切割机床的加工程序,编程效率高,可靠性好,且由于数控机床不能作渐开线插补,必须采用圆弧插补来代替,而圆弧样条的拟合,通过计算机的编程很容易达到,因而渐开线圆柱齿轮模具的计辅编程的优越性就更加明显。通过采用图形工作方式可以使齿轮模具的编程在一种交互式窗口下进行,对编程者无需很高的技术要求,并且还可通过图形显示的方式对齿轮的加工误差进行图形检验,由计算机进行模拟加工,省去零件加工的试车检验,节约了加工成本。

我们采用的齿轮模具计辅编程系统的硬件环境是 IBMPC/AT286 与 AUTOCAD 绘图软件适配的打印机 LQ-1600K,绘图仪 HP7475 和 MOUSE SYSTEM 鼠标器。软件支撑为高级语言 BASICA 与 AUTOCAD 绘图软件。

该系统的工作原理框图如图 1 所示。

本文于 1993 年 12 月 17 日收到

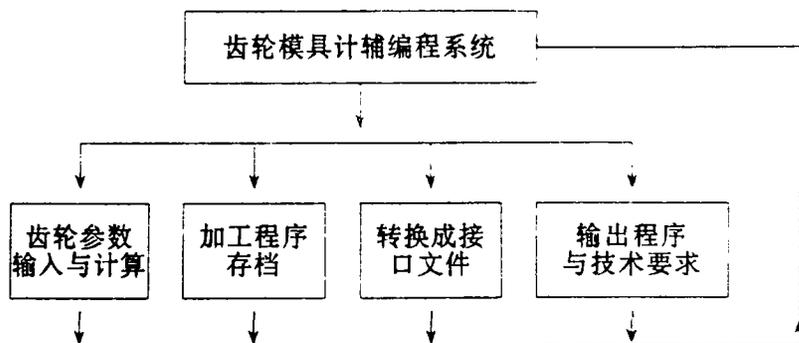


图 1

### 1 齿轮线切割加工计辅编程的一般步骤

齿轮线切割加工计辅编程的一般步骤与人工编制线切割加工程序类似。我们首先应输入齿轮副参数：齿数  $Z_1$ 、 $Z_2$ ，变位系数  $X_1$ 、 $X_2$ ，齿轮模数  $M$ ，压力角  $\alpha$ 。根据公式按标准齿轮副计算出中心距  $A$ ，齿顶圆直径  $D_a$ ，齿根圆直径  $D_f$ ，分度圆直径  $D$ 。渐开线的参数方程是：

$$X = rb (\cos\varphi + \varphi\sin\varphi),$$

$$Y = rb (\sin\varphi - \varphi\cos\varphi).$$

其中  $rb$  是基圆半径， $\varphi$  是展开角。如图 2 所示，计算出渐开线的起点  $N$  和终点  $M$ ，并把  $MN$  分成  $n$  段，即拟合渐开线的圆弧数，它视迭代精度  $EPS$  而定， $EPS$  精度高，圆弧数就多，先进行估算圆弧数，然后通过圆弧样条内部精度控制程序自动调整。程序将计算出  $MN$  内  $n$  个渐开线齿廓的型值点。  $MS$  段是齿根过渡曲线， $M$  是渐开线齿廓与过渡曲线的交点， $S$  是齿根圆与过渡曲线的交点。为了计算数控加工齿轮的齿根过渡曲线  $MS$ ，以插齿刀加工齿轮的齿根曲线代替，它是一段延伸外摆线过渡曲线。依据延伸外摆线的计算公式我们求出  $MS$  段上  $K+1$  个型值点。

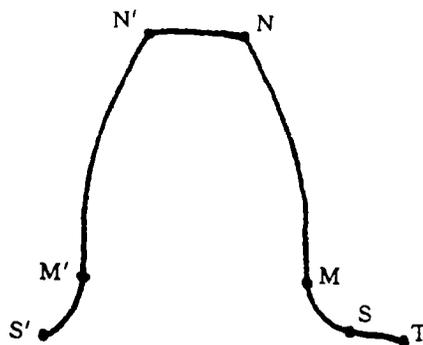


图 2

这样在曲线  $NMS$  共有  $n+k+2$  个型值点，由于线切割机只有直线和圆弧的加工指令，我们需要用圆弧样条拟合这些型值点。所谓圆弧样条曲线就是模拟样条分段描述、整体求解的思路，构成一阶连续的由许多圆弧连接而成的曲线。应用圆弧样条拟合可直接采用圆弧插补器进行数控加工，且曲线的光顺性好，没有尖角过渡处理问题，提高了程序的效率。圆弧样条曲线采用的是分段局部坐标，每段圆弧的圆心和半径是几何不变值，可以处理大挠度的

列表曲线；具有一阶导数无穷大、含有直线段和封闭的列表曲线。当列表曲线由  $n$  个型值点给出时，其方程组的矩阵形式是：

$$A_n = B + G.$$

由于它不是线性方程组，解方程组时有非线性部分，需采用迭代法和追赶法求解，其公式为：

$$A_n^k = B + G_n^{k-1}, \quad K=2, 3, \dots$$

当迭代运算直至

$$\text{MAX} |\alpha_j^{K+1} - \alpha_j^K| < \text{EPS} \quad K=1, 2, \dots$$

为止，其中 EPS 为给定的迭代误差，一般取  $\text{EPS} = 1E-5 \sim 1E-8$  为佳。在圆弧样条拟合时，为了防止拟合曲线出现拐点，则限制  $\alpha_j$  和  $\beta_{j+1}$  的比值为：

$$1/3 \leq (\alpha_j / \beta_{j+1}) \leq 3.$$

如果曲线的型值点超出上述规定，就在  $P_j$  和  $P_{j+1}$  之间插入一个新点  $P_j'$ ，然后重新进行新序列的列表曲线拟合。由于圆弧样条程序是一个比较成熟的程序，它的一些基本理论与编程方法在此不重述了。这里着重叙述一下始端和终端弦切角及曲率半径的输入问题。

样条曲线的拟合一般都有一个边界条件的输入问题。通过实验，我们发现圆弧样条的拟合效果主要取决于边界条件的输入，特别是渐开线齿轮模具这些加工精度要求很高的轮廓曲线拟合。不合适的边界条件的输入往往会带来预想不到的曲线拐点等拟合效果，而正确的边界条件的输入使曲线拟合的速度和精度大大提高。我们采用计算机辅助计算与人工相结合的方法得到了较好的效果。

如果通过始端相邻三点  $P_1 (X_1, Y_1)$ 、 $P_2 (X_2, Y_2)$ 、 $P_3 (X_3, Y_3)$  作圆，则圆的方程的行列式表示为：

$$\begin{vmatrix} X^2 + Y^2 & X & Y & 1 \\ X_1^2 + Y_1^2 & X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2^2 + Y_2^2 & X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3^2 + Y_3^2 & X_3 & Y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

上式写成标准形式：

$$X^2 + Y^2 + DX + EY + F = 0,$$

则圆心坐标：

$$X_0 = -D/2; \quad Y_0 = -E/2,$$

圆的半径：

$$R = 1/2 \sqrt{D^2 + E^2 - 4F}.$$

由此还可求出始点的切线斜率及弦切角。终端的圆心坐标、圆的半径、切线斜率及弦切角可由同样的方法求出。这些边界条件是由计算机程序自动计算出来的。它直接代入圆弧样条拟合程序就可得出比较满意的拟合圆弧曲线。为了达到最满意的效果，可由计算机反复在计算出来的边界条件的数值左右取不同值，再代入拟合方程，并显示和打印拟合曲线数值，由人工判断而得到一个最为满意的圆弧曲线。IBMPC/AT286 的运算速度已很高，进行一次圆弧曲线拟合一般只要一分钟左右。这样曲线的多次拟合并不影响该编程系统的时效性，却大大

提高了圆弧样条拟合曲线的质量和效率。

通过圆弧样条的拟合，我们得到了  $NMS$  段上各个圆弧的圆心坐标、半径及切点坐标，然后将它们转变成总体坐标系下的数据。

$TS$  是齿根圆弧， $NN'$  是齿顶圆弧，这样通过整理和排序，可以得到齿轮上一个齿的完整的齿廓曲线  $TSMNN'M'S'$  的圆心坐标、半径及切点坐标。通过旋转变换我们可以得到齿轮上其余各齿齿廓的圆心坐标、半径及切点坐标。

得到了各齿的齿廓曲线的几何数据后，下一步就是如何将这些几何数据转变成线切割机床的加工指令。

线切割机床的 3B 程序格式为：BXBYBJGZ，而它的 4B 格式为：LRBXBYBJGZ。3B 格式与 4B 格式的区别在于 4B 格式是在 3B 格式的基础上加入了等效修正圆弧参数。下面是一段 4B 格式的加工指令：

```
L338750B7718B37973B079483GXNR1
L4808B5735B38323B000385GXSR1
L42056B431B685B00559GYSR3
L45300B1982B551B014745GYSR3
L330792B5290B337B72124GYNR2
:
```

由于钼丝半径和放电间隙的影响，需要由理论轮廓曲线计算出实际钼丝运动的轮廓轨迹，这就要求进行修正计算。由于齿轮轮廓都是由圆弧组成的，而等效圆弧的半径就是该段圆弧的半径，加之采用 4B 格式编制的齿轮模具的程序对于凸模和凹模同样适应，减少了程序的工作量，凸模和凹模的配合性好，因此我们采用 4B 格式编制程序。

在 4B 格式的程序 LRBXBYBJGZ 中， $LR$  表示修正计算中的等效圆弧的半径，其值等于被编程的该段圆弧的半径，而相应圆弧段的凸凹取值，即取  $L3$  还是取  $L4$  则由圆弧半径的正负而定。由于圆弧样条拟合时，圆弧半径带有正负号，即表示圆弧是顺时针画圆还是逆时针画圆，加之线切割过程是一连续走向相同的图形加工过程，所以表示圆弧凸凹取值的  $L3$  或  $L4$  可由圆弧半径  $R$  的正负来取值。 $BX$  表示圆弧起点坐标  $X$ ， $BY$  是圆弧的起点坐标  $Y$ 。 $X$ ， $Y$  是相对于该段圆弧的圆心坐标为坐标原点而计算得到的，其值总是正。 $BJ$  是计数长度，是以加工起点至终点，沿某个方向进给的总长度， $G$  是计算方向，分别以  $GX$ 、 $GY$  表示计  $X$ 、计  $Y$ 。而  $Z$  是加工指令，分为  $SR1 \sim SR4$  与  $NR1 \sim NR4$  共八种。

对于每段圆弧来说，通过坐标系的转换，我们知道它的圆弧坐标、圆弧起点以及带有正负号的半径值。根据圆弧起点的  $XF$ 、 $YF$  和圆弧终点  $XE$ 、 $YE$  就可知道圆弧起点与终点所在象限以及它们与圆心连接而成的径矢与  $X$  轴的夹角，通过半径值符号的选取，我们可以知道该圆弧是顺时针圆还是逆时针圆，从而确定圆弧起点与终点的矢径所夹的角，即线切割钼丝切割该段圆弧所经过的圆心角，也是计算  $BJ$  所需的参数。由于有时圆弧起点或终点就在  $X$ 、 $Y$  轴上，加工轨迹的  $X$  步数与  $Y$  步数的累计计算要由计算机反复地加以判别而得到，这样减慢了程序进行的速度。为了减少这种逻辑判断工作，我们采用参数公式：

$$\begin{aligned} X &= R * \cos(\text{ANG}), \\ Y &= R * \sin(\text{ANG}). \end{aligned}$$

从圆弧的起点计算到圆弧的终点,如果圆弧的新点  $X$  与前一点  $X$  的乘积或者圆弧上的新点  $Y$  与前一点  $Y$  的乘积在符号上发生变化的话,则圆弧上的点在此处开始转向一新的象限,这时我们应在相应的  $X$  或  $Y$  步数计数器上加半径值  $R$ ,即:

$$BJX = M * R + |FX \pm EX|,$$

$$BJY = N * R + |FY \pm EY|.$$

$M, N$  表示圆弧上的点越象限时,  $X$  和  $Y$  响应计  $R$  值的次数,  $FX, FY, EX, EY$  表示圆弧起点与圆弧终点的坐标.  $BJX, BJY$  就是沿  $X, Y$  向进给的总长度. 即取  $BJ = BJX$  或  $BJ = BJY$ . 这取决于计算方向  $G$ , 而  $G$  取决于终点坐标  $XE, YE$  的比值,  $YE > XE$  的话, 取  $G = GX$ , 反之取  $G = GY$ . 一当我们取  $G = GX$ , 则  $BJ = BJX$ . 考虑到一些特殊情况, 程序应有处理圆弧始点在  $X$  或  $Y$  轴上为顺时针圆或逆时针圆加工的分析判断.

根据实验表明, 该编程系统的主要运行时间花费在上述加工指令输出上, 它一般要用 10 到 15 分钟. 而加工指令的输出实际是进行逻辑判断、数字转换及字符串的处理, 因而指令输出模块的程序代码优化显得特别重要.

如果齿轮的一个齿廓曲线由 20 个圆弧组成, 一个齿的加工指令就有 20 条, 40 个齿的齿轮就有 800 条指令, 因此在加工指令输出模块中一些常量运算需放在模块外完成, 并要尽量减少不必要的逻辑判断, 用比较好的算法取代一些速度慢的算法, 同时考虑到线切割机一般具有旋转加工指令, 它可将加工形状旋转 90 度, 180 度, 270 度, 然后按原有形状加工, 所以, 对于齿轮的齿数能被 4 整除的齿轮, 我们只需输出四分之一齿数的加工指令, 而对于齿轮的齿数能被 2 整除的齿轮, 我们只需输出它的二分之一齿数的加工指令. 当然通过特殊的数据处理方法, 我们可以对任意齿轮都只输出四分之一的齿的加工指令, 但这对编程和加工操作有更高的要求.

加工指令是一有序的字符串, 我们得到加工指令后, 可以将它显示在屏幕上, 也可以将它打印出来, 还可以将它存入到文件中, 作为技术文件保存, 以便修改.

程序打印模块是技术文件输出的一个硬拷贝, 它输出的内容是有关齿轮的一些输入参数、齿轮的几何尺寸、渐开线与过渡曲线上的型值点、拟合圆弧的几何参数、线切割机加工程序清单及线切割机操作的一些要求等.

## 2 图形检验与图形输出

通过圆弧样条拟合列表曲线, 我们可以得到拟合圆弧的一些几何参数. 依据显示成打印方式, 我们可以知道曲线拟合的正确性. 但由于齿轮加工要求较高的精度, 光靠打印的数据, 不能知道齿形的拟合效果, 我们可以用图形显示和图形硬拷贝来检验. 将得到的圆弧样条数据直接送入到 AUTOCAD 的绘图系统中去, 是一个比较好的图形检验方法. 图 3 是该系统与 AUTOCAD 的图形接口文件的程序框图.

由于 AUTOCAD 的硬件配置广泛, 它的图形显示和硬拷贝完全满足我们对图形的尺寸精度要求. 所以, 圆弧样条拟合是否正确, 列表型值点是否在样条曲线上, 以及它们的误差大小, 曲线的凹凸变化, 不管曲线有多么微小的变化, 即使是一个  $R = 1E - 4$  拐点都能被图形放大功能显示出来, 这个图形检验过程对前述的圆弧样条拟合的边界条件输入的优化也提供

了一个图形效果图供以参考。

同时取不同的变位系数，齿廓的曲线变化程度，齿顶变尖情况及与无变位系数齿轮齿廓曲线的比较。钼丝直径和放电间隙对凹凸模具的影响都可在显示屏上或绘图机上表现出来。

由于该系统加以修改就可适应于任意直线与曲线组合的模具线切割编程，绘图机的尺寸精度一般可以达到 0.04~0.01 毫米，因而绘图机绘出的图形光片可用于精度要求不高的模具下料和检验。

加工指令的输出模块主要用于将计算数据变成线切割机床能识别的字符串，而这些字符串的正确与否由程序代码的正确与否来决定。加工指令一般需在线切割机上用试车的方法加以校验。输出加工指令是一字符串组合过程，而试车过程是一字符串分解过程，对于字符串的分解，我们用计算机仿真线切割机的解析过程，逐个字符串加以分析，并去执行这个字符串，即在屏幕上或绘图机上显示钼丝运动情况，从而达到加工过程的图形检验。它是加工指令输出的一个逆过程，其理论和方法在此不重述。

### 参 考 文 献

- [1] 张福炎，蒋新儿. 微型计算机 IBMPC 原理与应用. 南京：南京大学出版社，1988
- [2] 李元奇. 计算机辅助机床设计. 北京：国防工业出版社，1978
- [3] 孙家广，许隆文. 计算机图形学. 北京：清华大学出版社，1986
- [4] 齐占庆. 机床电气自动控制. 北京：机械工业出版社，1980
- [5] 宋建川. 数字程序控制线切割机程序编制方法. 南京：江苏科学出版社，1978
- [6] 《电子计算机和数控技术在飞机制造中的应用》编写组. 电子计算机和数控技术在飞机制造中的应用. 北京：国防工业出版社，1978

## Programming CAD of the Mould of Cylinder Gear

Jiang Xiangang

### ABSTRACT

This paper introduces the general methods and techniques of programming CAD of the mould of cylinder gear. It focus on the key steps of programming CAD of the mould of cylinder gear.

**Key Words:** Mould; Programming; Graphics testing

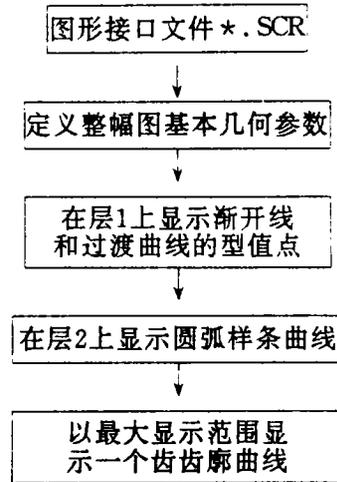


图 3