

疲劳失效的连续损伤力学估算方法

张安哥 谢 敏

(工程力学研究室)

摘 要 在连续损伤概念的基础上给出了疲劳失效寿命估算的一种工程实用方法,该方法可以计算多级疲劳载荷谱作用下的疲劳寿命,也可以用于估算不同温度和应变速率作用下的疲劳寿命。计算结果与实验数据的比较表明,该方法是切实可行的。

关键词 连续损伤;疲劳;寿命估算

分类号 O346

0 引 言

近年来连续损伤力学发展很快并已进入到工程实用阶段,国内外杂志上也发表了不少建立在不可逆热力学基础上的连续损伤本构模型。按照不可逆流变量演变运动定率,损伤演变方程依赖于表达成相关变量函数的耗散势形式^[1],但目前的困难在于:各种载荷作用下的耗散势无法确定,包括简单加载情况。故在疲劳、塑性、弹塑性、蠕变等损伤研究中一般均采用先设定耗散势函数然后导出损伤本构关系的办法,有一定的随意性。此外,计算模型中还不可避免地带有必须由实验确定的材料常数,因此,尽管其理论基础是严密的,这些模型在一定程度上依然是经验性的,且由于公式冗繁,往往不便于工程应用。

70年代初,文献[2]在研究高温低周疲劳现象时给出了一个连续损伤模型。该模型最初用于应力控制条件下的疲劳寿命估算,随后逐步发展到应变控制条件下疲劳、蠕变以及两者交互作用时的寿命估算,解决了不少工程实际问题^[3,4]。但在估算多级疲劳载荷作用下的材料寿命时该模型遇到了困难,载荷变化时损伤变量值不连续且估算值与实际情况出入较大。

作者曾在该模型的基础上,导出了新的损伤演变方程和寿命分数函数,解决了多级载荷作用下的疲劳寿命估算问题。此后,又通过理论和实验分析,将原单变量(载荷)寿命估算公式扩充为载荷、温度和应变速率三变量公式^[5,6]。扩充后的公式可以用于不同温度和应变速率下的疲劳寿命估算,使该连续损伤法则更加完善且更具有系统性。本文对该方法进行了扼要介绍,并给出了理论计算与实验数据的比较结果^[7,8,9]。分析结果表明,本文的方法不仅简便易行,且具有一定的工程精度。

收稿日期:1994-09-09.

张安哥,男,1951年生,副教授。

1 计算模型

1.1 损伤演变方程和寿命分数函数

在理论和实验分析的基础上,文献[2]认为材料无量纲瞬时疲劳强度 γ 随材料性能的劣化而下降,并在损伤增量 ΔD 与材料无量纲瞬时疲劳强度增量 $\Delta\gamma$ 之间存在线性关系假设的基础上导出材料的损伤演变方程,结果在估算多级载荷作用下的疲劳寿命时遇到了困难,在载荷变化时,损伤值不连续,且计算值与实验值相去甚远.经分析,作者认为问题出在线性假设上,有鉴于此,本文从更加精确、合理,同时又方便实用的角度出发,提出了幂函数增量关系假设:

$$\Delta D = \mu \Delta(\gamma_{\infty} - \gamma_r)^{a'}, \quad (1)$$

$$\gamma_r = 1 + \ln(\Delta\epsilon_r/\Delta\epsilon_0).$$

式中 D 是损伤变量, $\Delta\epsilon_r$ 和 $\Delta\epsilon_0$ 分别是应变控制条件下对称循环时的材料瞬时疲劳强度及无损材料的疲劳强度, $\Delta\epsilon_r = \Delta\epsilon_0$ 时, $\gamma_r = 1 = \gamma_{\infty}$, γ_{∞} 是 γ_r 的初值, μ 是非负的比例常数, a' 是依赖于载荷水平的材料参数.

由边界条件 $D=0$ 时, $\gamma_r=1$; $D=1$ 时, $\gamma_r=\gamma_{\infty}$ (γ_{∞} 是材料损伤时的 γ_r 值), 则有

$$D = \mu(1 - \gamma_r)^{a'}, \quad (2)$$

$$\mu = (1 - \gamma_{\infty})^{-a'},$$

$$D = [(1 - \gamma_r)/(1 - \gamma_{\infty})]^{a'} \quad (3)$$

而 γ_r 与无量纲载荷水平之间存在如下关系:

$$\frac{d\gamma_r}{dn} = -\frac{\gamma^d}{k}(\gamma - \gamma_r)^2, \quad \gamma > 1, \quad (4)$$

$$\gamma = 1 + \ln(\Delta\epsilon/\Delta\epsilon_0).$$

式中 n 是循环周次, k, d 是依赖于应变速率和温度的材料参数, $\Delta\epsilon$ 是全应变方程.

由边界条件: $n=0$ (或 $D=0$) 时, $\gamma_r=1$;

$n=N$ (或 $D=1$) 时, $\gamma_r=\gamma_{\infty}$.

其中 N, γ_{∞} 分别是材料破坏时的循环数和 γ_r 值, 积分得

$$n = \frac{k}{\gamma^d} \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma_r - 1} \right), \quad (5)$$

$$N = \frac{k}{\gamma^d} \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma_{\infty} - 1} \right), \quad (6)$$

得寿命分数函数

$$B = \frac{n}{N} = \frac{\gamma - \gamma_{\infty}}{D \cdot (\gamma - 1) + (1 - \gamma_{\infty})}, \quad (7)$$

以及损伤演变方程

$$D = [1 + (\frac{1}{B} - 1)(\frac{\gamma - \gamma_c}{\gamma - 1})]^{-1/a}. \quad (8)$$

式(7), (8)中 $a^{-1} = a'$, 特别地当 $a=1$ 即得到文献[2]给出的线性表达式. a 与载荷之间有如下线性关系:

$$a = c_1(\gamma_* - \gamma) + c_2. \quad (9)$$

式中 $\gamma_* = 1 + \ln(2\epsilon_*/\Delta\epsilon_*)$, ϵ_* 是拉伸应变强度, c_1 和 c_2 是待定常数, 而公式(6)中的 $\gamma_c = (\gamma/\gamma_*)^8$. 见文献[2])

1.2 寿命估算公式

前面式(6)是不同载荷水平下的疲劳寿命表达式, 实际上应变速率和温度也是影响疲劳寿命的重要因素, 式(6)中这两个因素是作为参量来考虑的. 疲劳寿命估算时不考虑应变速率和温度的影响将极大的限制公式的应用范围.

1.2.1 考虑应变速率的影响

疲劳载荷频率 γ 与应变速率 $\dot{\epsilon}$ 的关系为 $\dot{\epsilon} = 2\gamma\Delta\epsilon$, 故二者对疲劳寿命的影响是等效的. 但从疲劳损伤机理角度来看, 应变速率的影响要更直接且更有意义一些, 因此, 本文采用了应变速率作为影响因素. 一般来说, 降低应变速率会减少沿晶断裂, 增加晶间断裂比例, 提高裂纹扩展速率. 大量实验表明, 对给定的温度 T 和 $\Delta\epsilon$, 应变速率与疲劳寿命之间有如下关系(如有名的 Coffin 公式):

$$N = f(\gamma, T)\dot{\epsilon}^c. \quad (10)$$

式中 f 是 T 和 $\Delta\epsilon$ 的函数, c 是材料常数. 在进行疲劳损伤研究时, 我们有理由认为应变速率对疲劳损伤寿命的影响也具有相同的函数形式, 为了便于实验验证, 可将上式正则化:

$$N/N_0 = (\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0)^c \quad (11)$$

其中 N_0 是应变速率为某一特定值 $\dot{\epsilon}_0$ 时的疲劳寿命. 图1是式(11)与 AISI304 不锈钢实验数据的比较结果. 实验证明, 上述假设是合理的.

1.2.2 考虑温度的影响

温度对疲劳寿命的影响是非常复杂的. 严格说来应变速率的作用也与温度有关, 随着温度的增加, 应变速率的影响会减弱. 但对 AISI 不锈钢实验数据的分析表明, 在很宽的温度范围内(实验数据为 430~816℃)其交互作用不是很明显. 因此, 可设温度为独立变量. 鉴于材料疲劳寿命数据有较大的分散性, 且幂函数有较好的拟合性的实用性, 温度对疲劳寿命的影响可采用如下的函数关系:

$$N = g(\gamma, \dot{\epsilon})[1 - \frac{T}{T_m}]^b. \quad (12)$$

其中 b 是材料常数, T_m 是熔点, T/T_m 是无量纲温度, g 是 γ 和 $\dot{\epsilon}$ 的函数. 上式意味着: 当 T 趋于 T_m 时, N 趋于零, 即温度接近熔点时材料失去抗力, 完全失效. 同样, 上式经无量纲处理可得到

$$\frac{N}{N_0} = [\frac{1 - T/T_m}{1 - T_0/T_m}]^b. \quad (13)$$

其中 N_0 是应变变程和应变速率不变且参考温度为 T_0 时的疲劳寿命. 上式表明: 在双对数坐

标中,无量纲疲劳寿命 N/ϵ_m 与无量纲温度 $(1-T/T_m)/(1-T_0/T_m)$ 成线性关系,斜率为 b ,图2的实验结果表明,以上的分析是合理的。

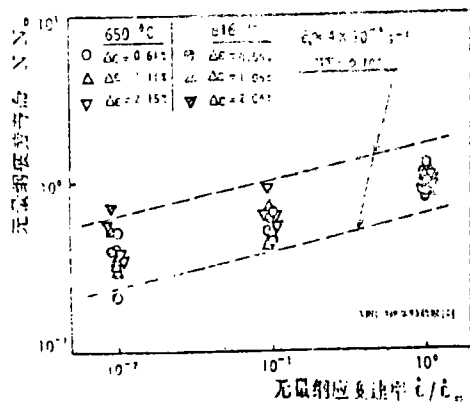


图 1

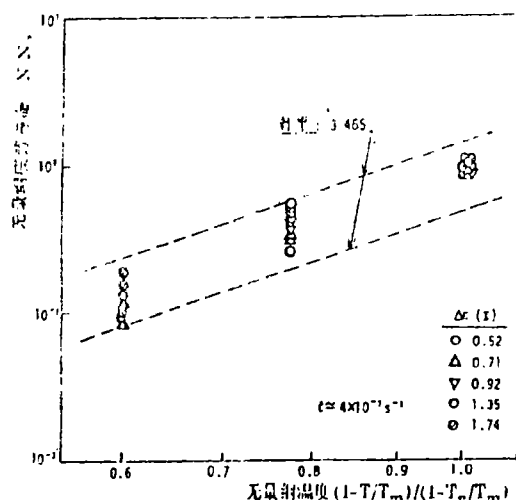


图 2

1.2.3 三变量寿命估算公式

由前面的分析可知,材料的疲劳损伤寿命在温度和应变速率的影响下应同时具有式(10)和式(12)的函数形式,故式(6)可扩充为如下的载荷、应变速率和温度三变量的疲劳寿命公式:

$$N = \frac{k\epsilon'}{\gamma^d} (1 - T/T_m)^b \left[\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma_\infty - 1} \right]. \quad (14)$$

上式中 k, b, c, d 为材料常数,由实验测出。一般来说,考虑到材料的疲劳实验数据有较大的分散性,应该有足够数量的实验数据并通过三变量线性回归法来求得这些材料常数。但从理论上来说,若忽略数据的分散性,则有四组不同载荷、应变速率和温度实验条件下的测试数据就可定出这些材料常数。

通常疲劳寿命估算多般将应变变程分为弹性和塑性应变变程两部分,这对塑性应变比较明显的工程实际问题是适宜的,比如低周疲劳情况,但有不少热疲劳情况,如核电站、发电机、内燃机等,其元件需要在高温条件下长期服役,弹性应变成为主要控制因素,此时采用将应变变程划分为弹性、塑性分量的办法是困难的。本文采用全应变变程进行疲劳寿命分析不仅适宜上述两种工况且作用上也比较方便。

2 计算模型与实验数据比较

疲劳实验数据的测试要耗费大量的人力物力,尤其是在不同工况下(包括载荷、温度和应变速率)的疲劳数据的获取更加困难。文献[7,9,10]提供的大量不锈钢疲劳实验数据解决了这一难题。本文以下采用的实验数据均取自文献[7,9,10]。

2.1 多级疲劳载荷谱工况

设有 m 级疲劳载荷, 用 $\gamma_i (i=1, 2, \dots, m)$ 表示相应的各级载荷, 则与 γ_i 相对应的损伤与寿命分数为

$$D_i = [1 + (\frac{1}{B_i} - 1)(\frac{\gamma_i - \gamma_\infty}{\gamma_i - 1})]^{-1/a_i}, \quad (15)$$

$$B_i = \frac{\gamma_i - \gamma_\infty}{D_i^{-a_i}(\gamma_i - 1) + (1 - \gamma_\infty)}. \quad (16)$$

其中 $a_i = c_1(\gamma_\infty - \gamma_i) + c_2$, 对 304 不锈钢得 $c_1 = -0.4, c_2 = 3.0$. 用 N_i 和 n_i 分别表示在 γ_i 作用下的疲劳寿命和实验载荷循环数, 用 $D_{i,o}, B_{i,o}$ 和 $D_{i,t}, B_{i,t}$ 分别表示在 γ_i 作用前或作用后的损伤度和寿命分数, 则在 γ_m 作用前的累积损伤为 $D_{m-1,t}$, 在 γ_m 作用下的残余寿命 N_r 可由下式求得

$$D_{i,o} = D_{i-1,t}, \quad B_{i,o} = B(\gamma_i, D_{i,o})$$

$$B_{i,t} = B_{i,o} + n_i/N_i, \quad D_{i,t} = D(\gamma_i, B_{i,t}),$$

$$B_{i+1,o} = B(\gamma_{i+1}, D_{i,t}).$$

则

$$D_{i+1,t} = D_{m,o} = D(\gamma_m, B_{m-1,t}),$$

$$B_{m,o} = B(\gamma_m, D_{m-1,t}).$$

残余寿命分数 B_r 为

$$B_r = 1 - B_{m,o},$$

故

$$N_r = N_m \times B_r.$$

304 不锈钢实验条件为常温, 载荷为应变控制下的对称疲劳循环共 6 种工况, 即二级、三级及五级增载和减载情况. 二级增载为 $\Delta\epsilon_1 = 0.5\%, \Delta\epsilon_2 = 1.5\%$; 二级减载为 $\Delta\epsilon_1 = 1.5\%, \Delta\epsilon_2 = 0.5\%$; 三级增载为 $\Delta\epsilon_1 = 0.5\%, \Delta\epsilon_2 = 1.0\%, \Delta\epsilon_3 = 1.5\%$; 三级减载为 $\Delta\epsilon_1 = 1.5\%, \Delta\epsilon_2 = 1.0\%, \Delta\epsilon_3 = 0.5\%$; 五级增载为 $\Delta\epsilon_1 = 0.5\%, \Delta\epsilon_2 = 0.8\%, \Delta\epsilon_3 = 1.0\%, \Delta\epsilon_4 = 1.2\%, \Delta\epsilon_5 = 1.5\%$; 五级减载为 $\Delta\epsilon_1 = 1.5\%, \Delta\epsilon_2 = 1.2\%, \Delta\epsilon_3 = 1.0\%, \Delta\epsilon_4 = 0.8\%, \Delta\epsilon_5 = 0.5\%$.

材料的对称疲劳循环耐久极限 $\Delta\epsilon_o$ 可按如下简化公式求得^[8]

$$\Delta\epsilon_o = 0.72 \frac{\sigma_u}{E} \left\{ \frac{T_m - T}{T_m} \right\}^{1/8}.$$

其中 σ_u 和 E 分别是材料的强度极限和弹性模量.

按以上方法计算的寿命分数和 $\sum B = \sum (n_i/N_i)$ 及残余寿命 N_r 与实验结果的比较分别见图 3、图 4.

以二级载荷为例, 损伤度 D 随寿命分数 B 而变化的直观过程见图 5、图 6. 两图分别为二级减载、加载情况. 图中虚线按式(8)绘出, 实线分别表示 310 和 333 试样的损伤度 D 随寿命

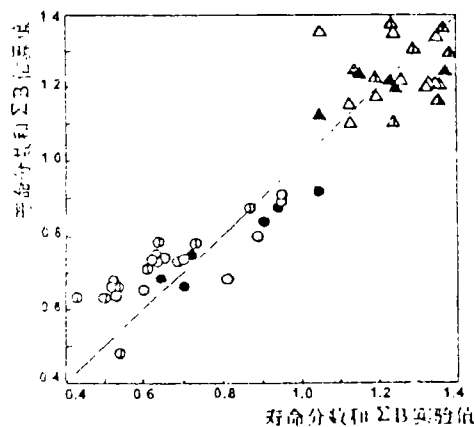


图 3

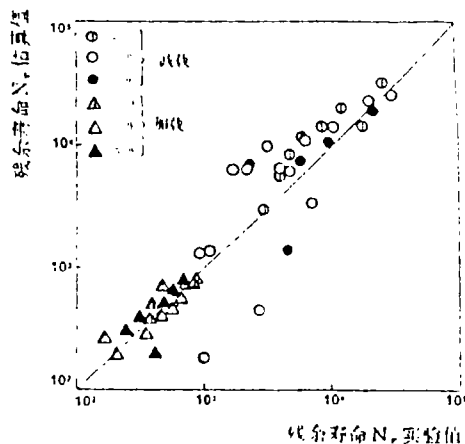


图 4

分数 B 的演变途径(如箭头表示). 当 γ_1 作用结束时, 损伤度为 $D_{1.0}$, $D-B$ 曲线走到 A_1 点. 当载荷由 γ_1 变成 γ_2 时, 由图中可见, 损伤度亦可用 $D_{2.0}$ 表示(即图中 A_2 点的纵坐标), 且 $D_{2.0} = D_{1.0}$, 即材料的损伤不变, 损伤是连续的, 此后试样在次级载荷 γ_2 的作用下材料的损伤度 D 又继续沿曲线 A_2A_3 变化, 其剩余寿命分数如图中线段 B_2 所示.

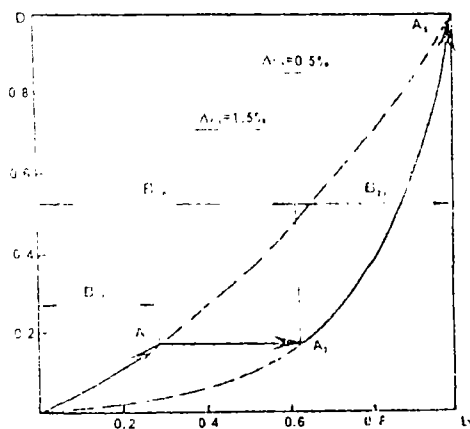


图 5

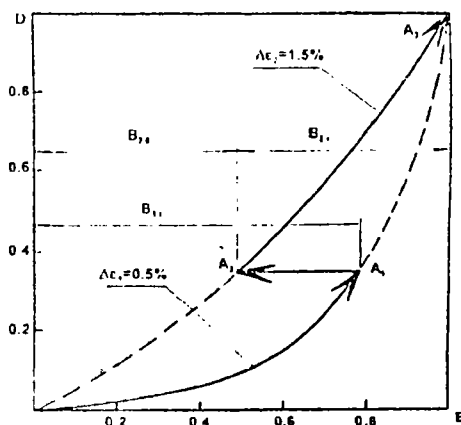


图 6

对所有六种工况按新模型计算出的寿命分数和 $\sum B$ 在多级减载情况下其值范围在 0.48~0.93 之间(实验数据为 0.43~0.95), 对多级增载情况其值范围在 1.10~1.37 之间(实验数据为 1.20~1.39). 也就是说, 对减载系列 $\sum B$ 小于 1, 对增载系列 $\sum B$ 大于 1, 这与近年来观察到的疲劳现象是一致的. 与工程中常用的寿命总和法相比, 本文的方法显然要更加合理.

2.2 不同温度和应变速率下的寿命估算

为了考察式(14)的有效性,本文对文献[9]提供的大量 AISI348 不锈钢疲劳测试数据进行了计算和比较. 式(14)中的待定常数可通过三变量线性回归法得到. 图 7 是温度值固定时不同应变速率下 348 不锈钢寿命的计算值与实验结果的比较. 图 8 是应变速率值固定时不同温度下 348 不锈钢疲劳寿命的计算值与实验结果的比较. 上述数据的应变变程范围为 0.2%~3.4%, 应变速率范围为 $(4 \times 10^{-5} \sim 4 \times 10^{-3})/\text{s}$, 温度范围为 $(430 \sim 816)^\circ\text{C}$.

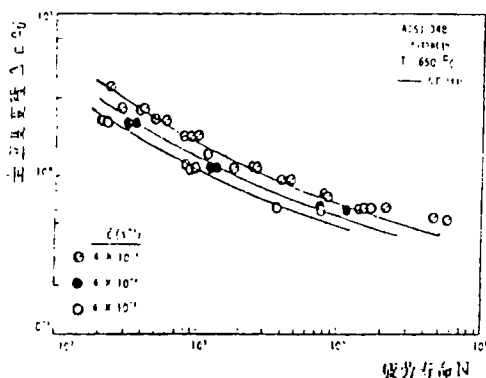


图 7

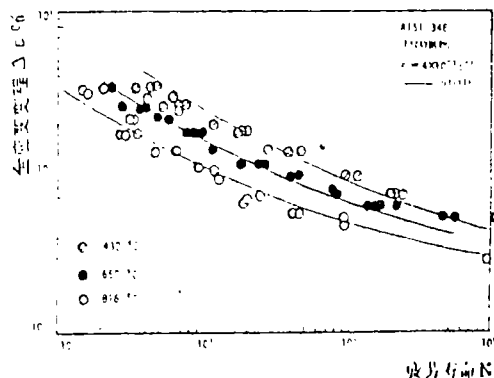


图 8

文献[10]给出一个十分复杂的三变量疲劳寿命估算公式如下:

$$(\log N)^{-1/2} = \sum \sum \sum A_{ijk} T^i (\log \epsilon)^j (\log \Delta \epsilon)^k \quad (17)$$

上式能较好的拟合实验数据,但待定常数较多,且需要有大量的实验数据来确定这些待定常数,使用起来不太方便. 图 9 为 JIS SUS316、321、304 不锈钢的实验数据^[10],图中实线按式(14)绘制,虚线按式(17)绘出. 图中可见本文提供的方法不仅简便易行,计算精度也不亚于式(17).

3 结 论

(1) 基于材料的疲劳性能随材料损伤演变而劣化,且材料瞬时疲劳强度与损伤变量之间存在非线性增量关系的假设,给出了如下损伤演变方程

$$D = [1 + (\frac{1}{B} - 1)(\frac{\gamma - \gamma_{ec}}{\gamma - 1})]^{-1/a},$$

该方程可用于多级载荷谱下的寿命估算.

本文用 304 不锈钢在二级、三级、五级减载和加载六种工况下的实验数据与计算值进行了比

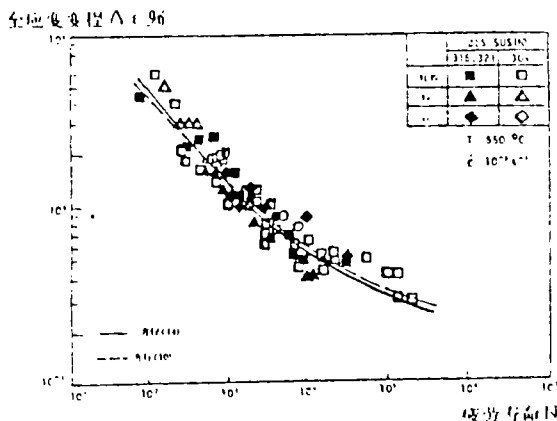


图 9

较,结果是合理的;

(2) 在理论和实验分析的基础上,给出了载荷、应变速率和温度三变量寿命估算公式

$$N = \frac{k\epsilon^c}{\gamma^d} (1 - T/T_m)^b \left[\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma_{\infty} - 1} \right].$$

若不考虑数据的分散性,仅采用四种不同载荷、应变速率、温度条件下的实验数据便可定出公式中的待定常数. 该公式可用来估算不同载荷、应变速率和温度下的疲劳寿命. 文中对 AISI 304、316 和 348 不锈钢的实验数据进行了计算和比较,还对文献[10]提供的方法及 JIS SUS 304、316、321 不锈钢实验数据进行了比较,结果表明,本文提供的方法是简便可行的.

参 考 文 献

- [1] 张安哥. 应变控制条件下蠕变损伤演变方程的探讨. 华东交通大学学报, 1988, 5(1): 9~16
- [2] Bui-Quoc T. Cumulative Fatigue Damage under Stress Controlled Conditions. ASME Journal of Basic Engineering, 1971, 93
- [3] Bui-Quoc T. High Temperature Creep Fatigue Damage Evaluations. 5th International Conference on Experimental Mechanics, SESA Montreal, Canada, 1984
- [4] Bui-Quoc T. Elevated Temperature Fatigue Creep Behavior of Nickel-base Superalloy. IN625, ASTM STP 942, 1988
- [5] 张安哥. 多级载荷谱下低周疲劳损伤演变方程及寿命估算. 西南交通大学学报, 1989, 24(3): 92~100
- [6] 张安哥, Bui-Quoc T., Comuc R. A Procedure for LCF Prediction for Various Temperatures & Strain Rates. ASME Journal of Engng. Materials & Technology, 1990, 112: 428~442
- [7] Chartoire J L., Bui-Quoc T. Etude du Comportment en Dommage Cumulatif a Plusieurs Niveaux de L'acier Inoxydable Type 304, Report Tech. Ep 79-R-2, 1978
- [8] Bui-Quoc T., An Engineering Approach for Cumulative Damage in Metal under Creep Loading. ASME Journal of Engng. Mat. & Tech, 1979, 101: 337~343
- [9] Conway J B., Stentz R H., Berling J T., Fatigue, Tensile and Relaxation of Stainless Steels. Technical Information Center, USAEC, Oak Ridge, 1975
- [10] Wada Y., Kawakami Y., Aoto K. A Statistical Approach to Fatigue Life Prediction for SUS 304, 316 & 321 Austenitic Stainless Steels. ASME PVP-123, 1987: 43~48

A Continuum Damage Approach for Fatigue Life Prediction

Zhang Ange Xie Min

Abstract This paper gives a general view of the approach based on the works the author did recently. It permits the calculation of the fatigue life under multi-step loading conditions as well as the life over a wide range of temperatures and strain rates. The approach seems practicable by comparison the analysis results with the experimental data of stainless steels.

Key words Continuum damage; Fatigue; Life prediction