

轮轨局部接触应力分析*

雷晓燕

管天保

(土木工程系)

(上海铁路局)

摘 要 运用接触摩擦单元理论,在文献〔1〕工作的基础上,对轮轨局部接触应力进行了有限元分析.文章考虑了无纵向力和由于牵引力和制动力引起纵向力时轮轨相互作用两种情况.计算中,将列车轴重分别取为210、230、250和300kN,作用在单轮上的纵向力分为10、15、20、25和30kN五种工况.由计算得到了轮轨局部法向接触应力和切向接触应力分布规律及主应力和变形,据此,文章进行了讨论并提出了结论.

关键词 接触应力;轮轨相互作用;有限元

分类号 U211.5

0 引 言

轮轨局部接触问题是铁道工程中一个古老而又复杂的难题,对该课题的探索从未停止过.早期的研究工作大多基于弹性理论中的赫兹公式,六七十年代随着计算力学的发展和计算机的出现,人们开始将有限元法运用该课题的研究,并取得了一些成果.这一阶段的研究主要集中在弹性、弹塑性及损伤断裂方面^{〔3~8〕}.1994年文献〔1〕把接触摩擦理论和有限元技术结合起来,用之于轮轨局部接触应力分析中,并指出常规的不考虑接触摩擦作用的有限元计算是不合理的,接触点处的变形会出现互相嵌入现象,这是与实际情况相违背的.但文献〔1〕只进行了定性分析,单元也过于粗糙,同时欠缺大量的对比计算.本文运用接触摩擦单元理论,在文献〔1〕工作的基础上,对轮轨局部接触应力进行了定量分析.通过大量的对比计算,得到了轮轨间局部法向接触应力和切向接触应力分布规律及主应力和变形,据此,我们进行了讨论并提出了结论,使文献〔1〕的工作前进了一步.

1 接触摩擦单元理论

图1为一典型的两物体接触问题.在进行数值计算时,对A、B两物体用常规的有限

收稿日期:1994-10-28.

雷晓燕,男,1956年生,教授.

* 铁道部科技计划发展项目

元进行网格划分, 而对两物体的交界面则必须采用特殊单元——接触摩擦单元处理。

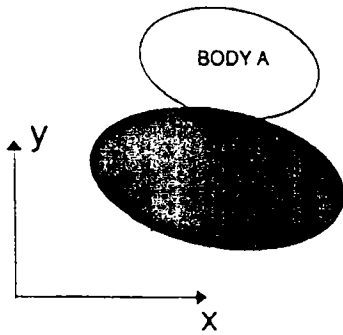


图1 两物体 A、B 接触问题

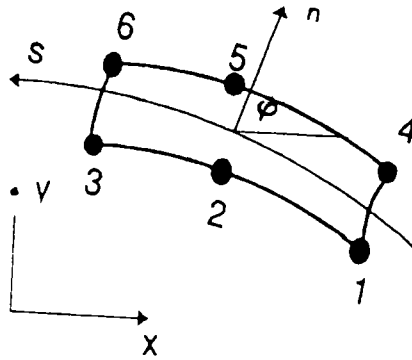


图2 接触摩擦单元

文献〔1〕定义的接触摩擦单元如图2所示, 该单元由6个结点组成, 6个结点构成3个节点对, 分别为(1,4)、(2,5)、(3,6). 单元的结点未知数由两部分组成, 一部分为结点位移 $\{a\}$, 另一部分为结点对接触应力 $\{\sigma\}$, 即

$$\{a\} = \{u_1 v_1 u_2 v_2 \cdots u_6 v_6\}^T, \quad (1)$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_1 \tau_1 \sigma_2 \tau_2 \sigma_3 \tau_3\}^T. \quad (2)$$

其中, $\{a\}$ 为整体坐标系 x, y 中的结点位移矢量, $\{\sigma\}$ 为局部坐标系中的结点对接触应力矢量。

接触摩擦单元可模拟三类接触状态, 分别为固定、滑动和张开。固定是指节点对无相对位移, 始终保持原接触状态; 滑动是指节点对在法线方向仍保持接触, 但在切线方向剪应力超过了允许剪应力, 节点对产生相对位移; 张开指节点对脱离接触。

运用虚功方程和考虑节点对需满足的约束条件, 可得到接触摩擦单元的等效有限元方程为^{〔1,2〕}

$$\begin{bmatrix} O & C^T S \\ D & R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ \sigma \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} O \\ \hat{a} \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

其中 C 为坐标转换矩阵

$$C = \begin{bmatrix} -L_1 & O & O & L_1 & O & O \\ O & -L_2 & O & O & L_2 & O \\ O & O & -L_3 & O & O & L_3 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$L_i = \begin{pmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5)$$

S 为插值函数矩阵

$$\underline{S} = \int_{\underline{r}} \underline{N}^T \underline{N} \, d\underline{r} \quad (6)$$

$\underline{D}$ 与 $\underline{R}$ 为与约束条件有关的转换矩阵和对角矩阵, 单元各节点对处在不同的接触状态时, $\underline{D}$ 、 $\underline{R}$ 具有不同的形式, 详见文献[1, 2].

$\underline{a}$ 为给定的结点约束位移或约束应力, 也与接触状态有关.

通过形成如下所示的刚度—约束矩阵 $[K_c]$ 和荷载矢量 $\{F_c\}$, 这种接触单元可在单元水平上进行刚度和荷载的组装

$$[K_c] = \begin{bmatrix} \underline{O} & \underline{C}^T \underline{S} \\ \underline{D} & \underline{R} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\{F_c\} = \begin{Bmatrix} \underline{O} \\ \underline{a} \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

其中 $[K_c]$ 和 $\{F_c\}$ 可用标准的有限元集成方法迭加到有限元总刚度矩阵和总荷载向量中.

接触问题需经多次迭代才能获得正确解. 计算时, 首先假设单元处于某种接触状态(固定、滑动、张开), 按照假定的状态, 分别计算等效单元刚度—约束矩阵 $[K_c]$ 和荷载向量 $\{F_c\}$, 解有限元方程后, 得到一组试验解, 将试验解进行接触状态检查, 看其是否与原假设状态相同. 若相同, 说明原假设接触状态正确, 相应的解即为正确解, 计算结束; 若不同, 则选取试验解为新的假设状态, 并修改荷载向量, 进行新一轮迭代, 直到收敛.

2 轮轨局部接触应力分析

根据上述理论, 作者编制了计算程序, 并进行了考题计算. 作为实际应用的例子, 我们对轮轨局部接触应力进行了分析. 为了简化计算, 将轮轨接触问题当作平面应力问题处理, 其几何尺寸如图3所示. 其中车轮直径为100cm, 相对于机车轮, 钢轨高为17.6cm 相对于50kg/m 轨, 轮轨平均计算厚度为2cm, 钢轨计算长度为200cm.

列车垂直荷载作用于车轮中心, 用 P 表示, 而由于牵引力和制动力产生的纵向力则作用于轮轨接触点处, 并用 Q 表示. 本文考虑无纵向力和有纵向力时轮轨相互作用两种情况, 其中

情况一(无纵向力): 考虑作用在单轮上的荷载 $Q = 0$, $P = 105\text{kN}$ 、 115kN 、 125kN 、 150kN 四种工况, 分别对应列车轴重 21、23、25 和 30T 四种情形;

情况二(有纵向力): 作用在单轮上的荷载为 $P = 125\text{kN}$, $Q = 10\text{kN}$ 、 15kN 、 20kN 、 25kN 、 30kN 五种工况.

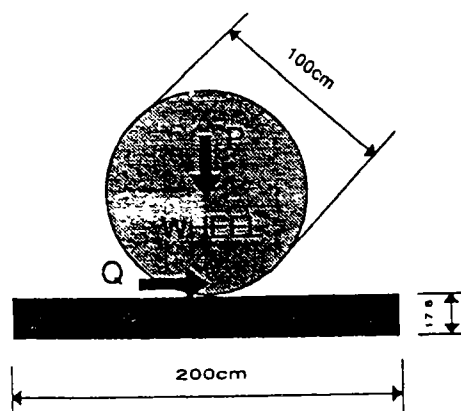


图3 轮轨接触应力分析模型

钢轨的弹性模量 $E = 20.6 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, 泊松比 $\nu = 0.3$, 轮轨间摩擦系数 $\mu = 0.25$.

在轮轨局部接触应力分析中, 钢轨纵向容许接触剪应力为 $[\tau] = \mu\sigma$, 其中 σ 为法向接触应力, 一旦作用在钢轨表面上的切向剪应力大于容许值 $[\tau]$ 时, 即产生滑动现象. 轮轨接触应力分析有限元网格布置见图4, 单元总数为308个六节点三角形等参元, 节点总数为668个, 轮轨间接触边界布置了10个接触摩擦单元. 为了反映轮轨间局部接触作用, 在接触处布置了密集的单元, 其中单元沿纵向边长仅为5mm.

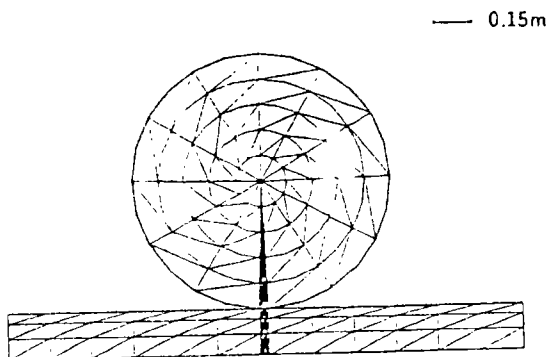


图4 轮轨接触应力分析有限元网格

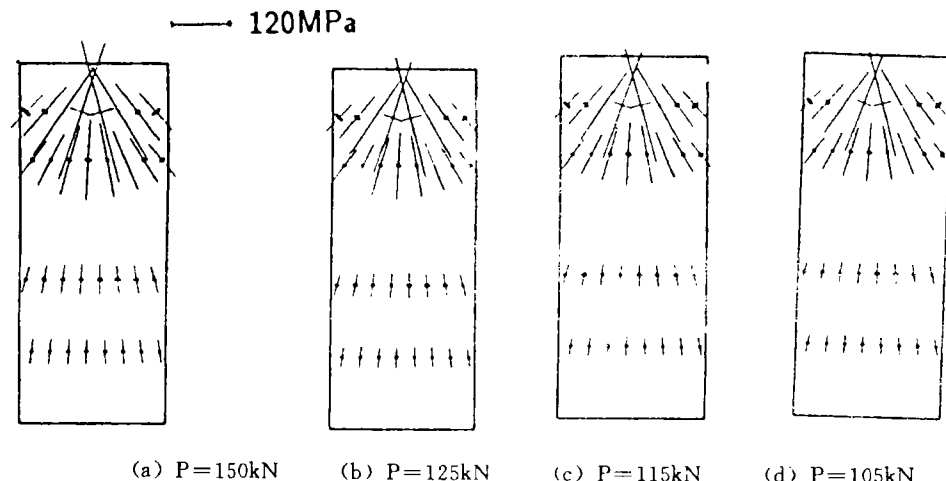


图5 情况一 钢轨局部接触主应力

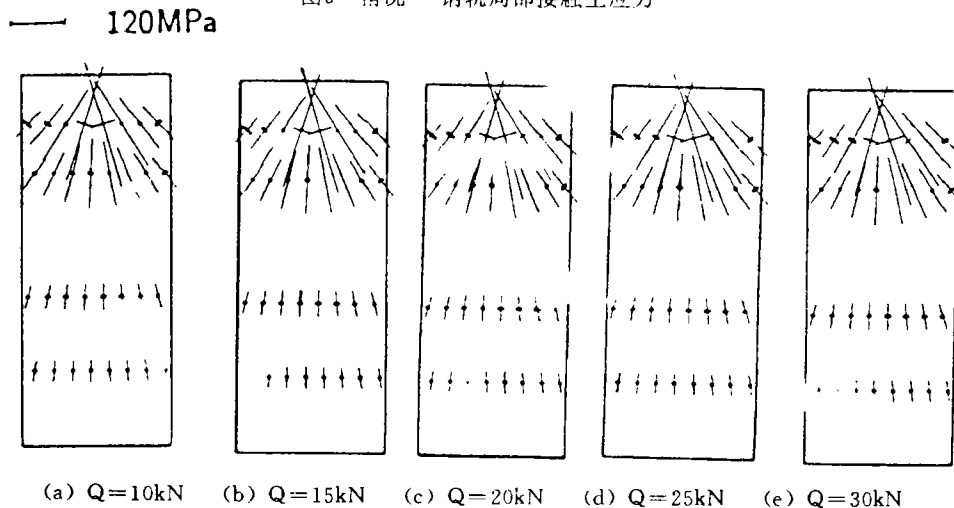


图6 情况二 钢轨局部接触主应力 ($P = 125 \text{ kN}$)

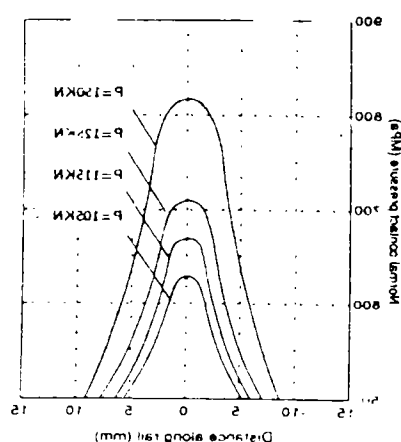


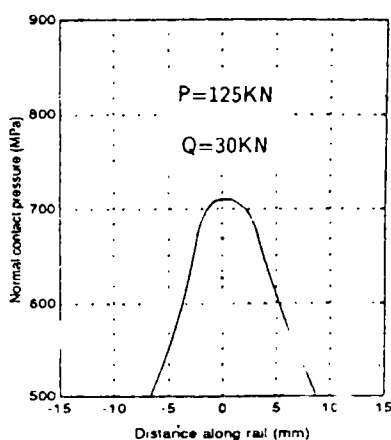
图7 情况一 轮轨法向接触应力曲线

其中图5为无纵向力作用时四种荷载工况下钢轨接触处局部主应力分布图；图7为轮轨接触处法向接触应力分布曲线，图中横坐标的O点为轮轨接触中心，切向接触应力数值较小，可忽略不计其影响。图6为有纵向力时五种荷载工况下钢轨接触处局部主应力分布图；图8(a)、(b)分别为轮轨接触处的法向和切向接触应力曲线。

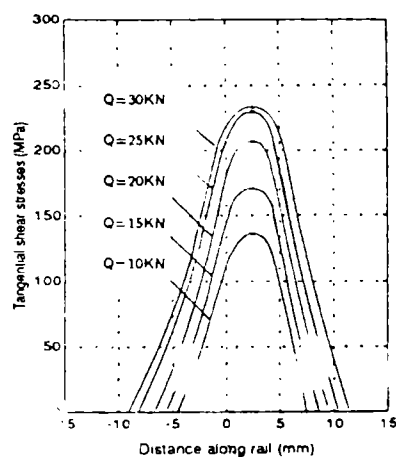
作为对比，我们对上述问题采用不考虑接触摩擦影响的普通有限元法重新进行了计算，当 $Q=0$, $P=125\text{kN}$ 时，轮轨间是点—点接触，其法向接触应力为 3750MPa ；当有纵向力存在时，即 $Q=30\text{kN}$, $P=125\text{kN}$ 时，切向接触剪应力为 900MPa ，法向接触应力仍为 3750MPa 。

从上述计算结果，可以得到以下几点结论：

(1) 常规有限元计算导致轮轨间局部法向、切向接触应力高达 3750MPa 和 900MPa ，这一数值大大超过钢轨的强度极限 $[\sigma]=883\text{MPa}$ ($U_{71}\text{Mn}$ 钢)，即使考虑钢轨的塑性流动，也会得到钢轨顶面有大范围塑性屈服的结论，这与实际情况是不符合的。事实上，钢轨在外荷载的作用下，轮轨间接触处将产生弹性变形，由初始点—点接触状态进入面—面接触，因而使接触应力减小。从图8可以看出，当列车轴重为 25T 时($P=125\text{kN}$)，最大法向接触应力位于轮轨接触中心，其值为 710MPa ，小于钢轨的强度极限，仍在弹性范围内。当轴重增加到 30T ($P=150\text{kN}$)时，法向接触应力为 816MPa ，对 $U_{71}\text{Mn}$ 钢而言，仍未超过其强度极限($U_{71}\text{Cu}$ 钢强



(a)



(b)

图8 (a) 情况二轮轨法向接触应力曲线

(b) 情况二 切向接触应力曲线

度极限为 785MPa)。对于干线上经常使用的轴重为 21T 和 23T 的机车,即使考虑 1.2 倍的动力因素,钢轨仍在弹性区域内工作。因此,引起钢轨表面损伤的主要原因是在交变荷载作用下的疲劳损伤,并非接触应力超过材料强度极限所致。

(2) 当有纵向力存在时,轮轨接触应力最大值发生在偏离接触中心 2.5mm 的地方,随着纵向力的增加,接触剪应力也随之增加。但当纵向力 $Q > 30\text{kN}$ 时,轮轨间将产生滑动,这将引起钢轨表面磨损加剧,在列车运营中,这是应极力避免的。

(3) 从图 7 可见,钢轨局部接触处的主应力均在弹性范围内,其中无纵向力存在时,主要为压应力;当有纵向力时,主应力方向沿荷载作用方向倾斜,且在钢轨顶部的一侧出现拉应力(图中的细实线为压应力,粗实线为拉应力),其范围在 20~50MPa 之内,从强度观点看是满足要求的。

综上所述,现行的 50kg/m U₇₁Mn 钢轨从强度角度看,是能够满足轴重 23T 以下机车正常运营的。但在接头处,由于 P_1 、 P_2 冲击荷载的出现,使得轮轨接触处的接触应力超过钢轨的强度极限,导致钢轨接头处容易产生损伤。对轴重超过 23T 以上的重载列车,在正常动力荷载作用下,钢轨也处于接近材料强度极限状态下工作,接头处的情况更加恶化。因此对重载列车而言,应采用 60kg/m 以上的高强度钢轨,以减小钢轨的接触应力,使其在强度极限内工作。

参 考 文 献

- 1 雷晓燕. 轮轨相互作用有限元分析. 铁道学报, 1994, 16 (1)
- 2 雷晓燕. 接触摩擦单元在模拟隧道开挖中的应用. 华东交通大学学报, 1993, 10 (1)
- 3 Kerr A D. 轨道力学及轨道工程 (中译本). 北京: 中国铁道出版社, 1983
- 4 董大坝主编. 铁路轨道. 北京: 中国铁道出版社, 1990
- 5 谢天辅. 铁路轨道结构静力计算问题. 北京: 中国铁道出版社, 1979
- 6 Fastenrath F. Railroad Track Theory and Practice (英译本), 1981
- 7 佐藤裕. 轨道力学 (中译本). 北京: 中国铁道出版社, 1981
- 8 上海铁道学院主编. 铁路轨道及路基 (上册). 北京: 中国铁道出版社, 1979

Analyses of Wheel/rail Local Contact Stress

Lei Xiaoyan Gun Tianbao

Abstract Based on the reference [1], the Finite Element analyses of wheel/rail local contact stress are performed by using contact friction theory in the paper. The two conditions of wheel/rail interaction with and without longitudinal forces caused by draw forces and brake forces are considered here. In computation, the train loads per shaft are taken as 210, 230, 250, 300kN respectively and the longitudinal forces applied on single wheel are classified as five load cases of 10, 15, 20, 25, 30kN. From the computation, the distribution of the local normal and tangential contact stresses between wheel and rail and the principle stresses as well as the deformation nets are obtained. Finally, the discussion and the conclusion are presented.

Key words Contact stress; Wheel/rail interaction; Finite Element