

广义机构综合法在微机上的实现

肖文林 徐尤南

(机械工程系)

摘要 介绍了广义四杆机构综合法综合平面四连杆机构在微型计算机上算法与程序的实现。用该法,可获得平面连杆机构运动综合的三类基本问题、精确综合与近似综合、最小二乘偏差意义下加权平均与非加权平均三者方法上的统一。文中,同时用各种实例说明了广义机构综合法求解的方便性、正确性与实用性。

关键词 平面四连杆机构;机构综合;机构运动综合;广义平面四连杆机构;广义平面四连杆机构运动综合

分类号 TH122

0 引言

应用广义四杆机构综合法可将各类平面机构的综合问题转化为对应的广义四杆机构综合的问题。

虽然可用优化方法对广义四杆机构运动的综合进行求解,但这样便体现不出广义机构综合法的优点和方便性,且不一定能求出全部的可行解,甚至可能得不到正确解。本文介绍的方法,是传统的精确的解析法,它可得到原问题所有的可行解。

本文的算法,已在平面四连杆机构综合的CAD中得到了具体实现。本文的实例均由该程序实现。为加深理解,本文附有部分中间结果(广义四杆机构综合的结果与简图)。

1 数学模型的建立

我们将平面四连杆机构的运动综合问题,转化为广义四杆机构的综合问题。从而使平面四杆机构综合的三类基本问题得到了方法上的统一。对于铰链四杆机构的运动综合,转换成广义铰链四杆机构的综合后,得到的方程式如(1)所示。相应地,对于曲柄滑块机构,我们可以得到式(2)、式(3)。

收稿日期:1995-03-27.

肖文林,男,1936年生,副教授.

$$\begin{aligned}
 b^2 = & a^2 + c^2 + d_i^2 - 2a \cdot c \cdot \cos[\psi_i + \psi_o - (\varphi_i + \varphi_o)] \\
 & - 2a \cdot d_i \cos(\varphi_i + \varphi_o - \delta_i) + 2c \cdot d_i \cos(\psi_i + \psi_o - \delta_i), \\
 & (i = 1, 2, \dots, m) \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b^2 = & a^2 + e^2 + (S_i + S_o)^2 + 2a \cdot e \cdot \sin(\varphi_i + \varphi_o - \psi_o) \\
 & - 2a(S_i + S_o) \cos(\varphi_i + \varphi_o - \psi_i), \\
 & (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b \cdot \cos(\varphi_i + \varphi_o + 90^\circ - \psi_o) + a_i \cos(a_i + 90^\circ - \psi_o) = e \quad . \\
 (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3)
 \end{aligned}$$

式(1)中

i 表示位置编号, m 表示机构综合位置数;

d_i, δ_i 表示广义机架的位置, 其值已知;

φ_i 表示广义曲柄的转角, 其值已知;

ψ_i 表示广义连架杆或广义连杆所对应的角位移, 其值已知;

φ_o 表示广义曲柄的起始位置;

ψ_o 表示广义连架杆或广义连杆的起始位置;

a, b, c 分别表示各广义杆的长度, 其值为未知量或用户给定的已知量。

式(2)、(3)中, 各符号意义如上。

可见, 平面连杆机构的综合的关键是对上述三组方程的求解。此三组方程解法上有类似性, 其中式(1)的解法是关键, 因为无论何种机构综合问题都离不开解式(1)。以下所讨论的解法只限于该式(m 个 n 维的非线性方程组)。

2 设计方程的标准化

式(1)是一个非线性方程组, 直接求解较为困难。用优化方法求解虽然实现方便, 但又难以得到全部的可行解。为此, 可将它做一变换, 然后用后面所说的方法求解。设计方程的变换即是对其进行标准化处理, 使其成为式(4)所示的标准形式, 它与设计参量有关。现对各种主要情况分别讨论如下:

$$[G]^T \{K\} = [H]^T \{\Lambda\} + \{B\} \quad . \quad (4)$$

其中 $\{K\} = \{k_1, \dots, k_n\}^T$ 是 n 个独立的变量, 它们是 n 个设计变量的非线性组合;

$\{\Lambda\} = \{\lambda_1, \dots, \lambda_p\}^T$ 是 p 个非独立变量, 它们是 n 个独立变量的非线性组合;

$$[G] = \begin{bmatrix} g_{11}, \dots, g_{1m} \\ \dots, \dots, \dots \\ g_{n1}, \dots, g_{nm} \end{bmatrix} \quad \text{是与位置相关的已知参量组成的矩阵;}$$

$$[H] = \begin{bmatrix} h_{11}, \dots, h_{1m} \\ \dots, \dots, \dots \\ h_{n1}, \dots, h_{nm} \end{bmatrix} \quad \text{是与位置相关的已知参量组成的矩阵;}$$

$$\{B\} = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}^T \quad \text{是与位置相关的已知的列向量。}$$

2.1 综合全部五个参量

五个参量的综合问题,是用人工最难解决的问题之一. 这五个设计参量是 $a, b, c, \varphi_0, \psi_0$. 此时可取

$$\begin{aligned}\{G_i\} &= \{d_i \cos(\varphi_i - \delta_i), d_i \sin(\varphi_i - \delta_i), d_i \cos(\psi_i - \delta_i), d_i \sin(\psi_i - \delta_i), 1\}^T; \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{K\} &= \{a \cdot \cos \varphi_0, -a \cdot \sin \varphi_0, -c \cdot \cos \psi_0, c \cdot \sin \psi_0, (b^2 - a^2 - c^2)/2\}^T; \\ b_i &= d_i^2/2; \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{H_i\} &= \{\cos(\psi_i - \varphi_i), \sin(\psi_i - \varphi_i)\}^T; \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{\Lambda\} &= \{k_1 \cdot k_3 + k_2 \cdot k_4, k_1 \cdot k_4 - k_2 \cdot k_3\}^T.\end{aligned}\quad (5)$$

式中 $\{G_i\}, \{H_i\}$ 分别表示矩阵 $[G], [H]$ 的第 i 列.

2.2 给定某一角度 φ_0 或 ψ_0

对于已知 φ_0 时可取

$$\begin{aligned}\{G_i\} &= \{d_i \cos(\psi_i - \delta_i), d_i \sin(\psi_i - \delta_i), d_i \sin(\varphi_i + \varphi_0 - \delta_i), 1\}^T; \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{K\} &= \{-c \cdot \cos \psi_0, c \cdot \sin \psi_0, a, (b^2 - a^2 - c^2)/2\}^T; \\ b_i &= d_i^2/2; \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{H_i\} &= \{\cos(\psi_i - \varphi_i - \varphi_0), \sin(\psi_i - \varphi_i - \varphi_0)\}^T; \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{\Lambda\} &= \{k_1 \cdot k_3, k_2 \cdot k_3\}^T.\end{aligned}\quad (6)$$

对于已知 ψ_0 时的方程, 只须将上式中 a, φ, φ_0 与 c, ψ, ψ_0 的位置适当对换便可.

2.3 已知两个角度 φ_0 或 ψ_0

$$\begin{aligned}\{G_i\} &= \{d_i \cos(\varphi_i + \varphi_0 - \delta_i), d_i \sin(\psi_i + \psi_0 - \delta_i), 1\}^T; \\ &\quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{K\} &= \{a, -c, (b^2 - a^2 - c^2)/2\}^T; \\ b_i &= d_i^2/2; \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{h_i\} &= \cos((\psi_i + \psi_0) - (\varphi_i + \varphi_0)); \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \lambda &= k_1 \cdot k_2.\end{aligned}\quad (7)$$

2.4 已知 (a, φ_0) 或 (c, ψ_0)

对于已知前者, 可取

$$\begin{aligned}\{G_i\} &= \{a \cdot \cos(\psi_i - \varphi_i - \varphi_0) - d_i \cos(\psi_i - \delta_i) - a \cdot \sin(\psi_i - \varphi_i - \varphi_0) \\ &\quad + d_i \sin(\psi_i - \delta_i), 1\}^T; \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{K\} &= \{c \cdot \cos \psi_0, c \cdot \sin \psi_0, (b^2 - c^2)/2\}^T; \\ b_i &= (a^2 + d_i^2 - 2a \cdot d_i \cos(\varphi_i + \varphi_0 - \delta_i))/2; \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \{H\} &\equiv [0].\end{aligned}\quad (8)$$

对于已知后者, 只须将上式中 a, φ, φ_0 与 c, ψ, ψ_0 的位置对换便可.

2.5 综述

经过以上处理, 解方程(1), 通过式(5)~(8)的变换, 便变成为标准方程式(4). 方程式(4)中, 包括线性项和非线性项, 通常可用所谓的线性叠加原理求解.

3 用线性叠加原理对标准综合方程式的进一步处理

令

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{11}, \dots, m_{1p} \\ \dots, \dots, \dots \\ m_{m1}, \dots, m_{mp} \end{bmatrix} \quad \text{是 } m \text{ 行 } p \text{ 列的未知矩阵.}$$

$$\{L\} = \{l_1, l_2, \dots, l_m\}^T \quad \text{是 } m \text{ 元未知的列向量.}$$

$$\{K\} = [M]\{A\} + \{L\} \quad (9)$$

方程式(9)便是用线性叠加原理得到的兼容方程. 将式(9)代入式(4), 我们有

$$[G]^T[M, L] = \{H^T, B\} \quad (10)$$

方程式(10)是一组线性方程, 当未知量与设计位置数相等时, 可直接求解. 在近似设计法中, 位置数多于设计变量数, 故上式只能求出在某种平均意义下误差最小的近似解. 在这类方法中, 应用最广、最方便的便是最小二乘法. 用最小二乘法解出 $[M]$ 、 $[L]$ 后代入式(9)解出兼容方程后再回代, 即完成了原综合方程式(1)的求解过程.

4 最小二乘法与高斯-牛顿法对方程式的进一步处理

对于一般的非线性方程组

$$f_j(X) = 0, (j = 1, \dots, m), \{X\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, m \geq n \quad (11)$$

在最小二乘偏差意义下, 可转化为下列无约束目标优化问题

$$\min F(X) = \sum_{j=1}^m f_j(X), \{X\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, m \geq n \quad (12)$$

对于上式用高斯-牛顿法迭代求解, 可得

$$[G][G]^T[M, L] = [G][H^T, B] \quad (13)$$

式(13)即是式(10)用最小二乘法转化后得到的一组线性方程组, 可用计算机直接求解, 该式中的系数阵是对称的, 它也可用于 $m=n$ 的情形. 这样, 通过该式便得到精确综合与近似综合的统一.

对于近似法求解, 若引入加权系数的概念, 则可在方程式(10)被转换前, 每个方程乘上相应位置的加权系数. 即可实现在最小二乘偏差意义下加权平均和非加权平均方法的统一. 具体方法请参阅本文的程序示例.

5 兼容方程的解法

将兼容方程式(9)展开, 根据设计参数的多少, 兼容方程有下面三种型式, 现分别讨论如下:

(1) 设计变量数 $n=3$, 非线性项数 $p=1$, $\lambda=k_1, k_2$, 此时兼容方程为

$$\begin{cases} k_i = m_i \cdot \lambda + l_i, & (i = 1, 2, 3) \\ \lambda = k_1 \cdot k_2 \end{cases} \quad (14)$$

将前两式代入最后一式,得关于 λ 的一元二次方程,可解得 λ 最多两个实根,将此根回代到式(14),即可获得原问题最多的两组解.

(2) 设计变量数 $n=4$,非线性项数 $p=2$, $\lambda_1=k_1 \cdot k_3$, $\lambda_2=k_2 \cdot k_3$,此时兼容方程为

$$\begin{cases} k_i = m_{i1} \cdot \lambda_1 + m_{i2} \cdot \lambda_2 + l_i, & (i=1,2,3,4) \\ \lambda_1 = k_1 \cdot k_3, \\ \lambda_2 = k_2 \cdot k_3, \end{cases} \quad (15)$$

将前三式代入后两式,得关于 λ_1, λ_2 的二元二次方程组,可解得它们最多四组实根,将此根回代到式(15),即可获得原问题最多的四组解.

(3) 设计变量数 $n=5$,非线性项数 $p=2$,此时兼容方程为

$$\begin{cases} k_i = m_{i1} \cdot \lambda_1 + m_{i2} \cdot \lambda_2 + l_i, & (i=1, \dots, 5) \\ \lambda_1 = k_1 \cdot k_3 + k_2 \cdot k_4, \\ \lambda_2 = k_1 \cdot k_4 - k_2 \cdot k_3. \end{cases} \quad (16)$$

将前四式代入后两式,得关于 λ_1, λ_2 的二元二次方程组,可解得它们最多四组实根,将此根回代到式(16),即可获得原问题最多的四组解.

寻求二元二次方程组的精确解析法及其解法的关键和思路是:

(1) 消去两方程中其一的常数项,从此式中,解出 $1/\lambda_1$ 的代数式.

(2) 将 $1/\lambda_1$ 代入另一式消元,可得关于 λ_2/λ_1 的一元四次方程.在消元过程中,二元二次方程若是退化的则应用一般方法解之,否则要用下法解之.

(3) 令 $x=\lambda_2/\lambda_1$ 作变元替换,将上述一元四次方程组变换为一个等价的一元四次方程.或是一元三次方程(若方程是退化的),然后解之.

(4) 将一元三次方程作参数变换化为 $x^3+px+q=0$ 的标准型,然后用文献[7]的卡尔丹公式解之.

(5) 一元四次方程,可用文献[7]中的一元四次求根公式解之.它的解法由一元三次方程及一元二次方程的求根公式导出.

兼容方程解毕,即可将结果回代到式(5~8)中求出其它设计参数.

6 实现函数问题的广义机构综合程序设计

下面以式(5)的程序设计方法为例,说明如何编写程序来解广义四杆机构的运动综合方程.此程序是用面向对象的程序设计语言C++编程,此处省去了相关的头文件.对于只有三个或四个综合参数的情形,可仿此结构编写.

为方便应用,笔者用C++程序设计语言建立了矩阵和向量运算的数学库,并利用它面向对象的特性和运算符重载函数,定义了矩阵运算的各种方法.运算符分别定义和说明如下:

“+”、“-”: 矩阵和矩阵、向量和向量的加法、减法运算;

“*” : 矩阵乘以矩阵、矩阵乘以向量、矩阵或向量乘以常数运算;

“++” : 矩阵的转置、向量的转置(行向量与列向量的变换);

“-” : 矩阵的逆运算.

void Designpara::function() { // 全参数综合, Designpara 是记录和处理设计参数的类

//本模块中,凡未定义的参数均定义在Designpara中.

//(1) 求已知矩阵 $[G]$ 、 $[H]$ 及向量 $\{B\}$

```
Mat2 G(5,m);           //矩阵[G]的说明,m表示位置数
Mat2 G(2,m);           //矩阵[H]的说明
Mat1 B(m);             //向量[B]的说明
for(int j=0;j<m;j++){   //j表示位置编号,j=0,1,...,m-1
    G[0,j]=W*D*cos(F-T); //D=d[j]      表示广义机架的长度d,
    G[1,j]=W*D*sin(F-T); //T=delta[j]  表示广义机架的方向δ,
    G[2,j]=W*D*cos(K-T); //F=fai[j]    表示广义连架杆的转角φ,
    G[3,j]=W*D*sin(K-T); //K=kai[j]    表示广义连架杆的转角ψ,
    G[4,j]=W;           //W=w[j]      表示加权系数W,
    H[0,j]=W*cos(K-F);  H[1,j]=W*sin(K-F);
    B[j]=W*D*D*0.5;
}
```

//(2) 求线性变换时的待定系数矩阵 $[M]$ 待定系数向量 $\{L\}$

//此处 $[M]$ 、 $\{L\}$ 即是兼容方程 $\{K\}=[M]\{\lambda\}+\{L\}$ 中的待定系数

```
Mat2 GGT=G*G++;        //矩阵[GGT]=[G][G]T,G++返回[G]的转置阵
Mat2 GHT=G*H++;        //矩阵[GHT]=[G][H]T,H++返回[H]的转置阵
Mat1 GB=G*B;           //向量{GB}=[G]{B}
Mat2 M=--GGT*GHT;      //解线性方程组[GGT][M]=[GHT],--GGT表示
                        // [GGT]的逆
Mat1 L=--GGT*GB;       //解线性方程组[GGT]{L}={GB}
```

//(3) 求解兼容方程

//现将二元二次方程各系数用 $ai[]$ 、 $bi[]$ 表示如下:

//式中:符号M32表示 $M[2,1]$ 、符号L3表示 $L[2]$,余次类推

double ai[6]={//第一个二元二次方程的系数

```
M11*M31+M21*M41,M11*M32+M12*M31+M21*M42+M22*M41,M12*M32+M22*M42,
M11*L3+L1*M31+M21*L4+L2*M41-1.0,M12*L3+L1*M32+M22*L4+L2*M42,L1*L3+L2*L4
};
```

double bi[6]={//第二个二元二次方程的系数

```
M11*M41-M21*M31,M11*M42+M12*M41-M21*M32-M22*M31,M12*M42-M22*M32,
M11*L4+L1*M41-M21*L3-L2*M31,M12*L4+L1*M42-M22*L3-L2*M32-1.0,L1*L4-L2*L3
};
```

//对应的未知量是 λ_1^2 $\lambda_1\lambda_2$ λ_2^2 λ_1 λ_2 常数项

```
Result r=equal22(ai[0],ai[1],ai[2],ai[3],ai[4],ai[5]
                bi[0],bi[1],bi[2],bi[3],bi[4],bi[5])
```

); //解二元二次方程组,结果在结构 Result r 中

//(4) 回代求原设计参量

```
for(i=0;i<r.n;i++){ //此处,i 表示解序号,r.n 是二元二次方程的解数
    Mat1 V(2); //向量{V}表示{A}
    V[0]=r.x[i]; //V[0]= $\lambda_1$  是二元二次方程的第一个变量  $r.x[i]$ 
    V[1]=r.y[i]; //V[1]= $\lambda_2$  是二元二次方程的第二个变量  $r.y[i]$ 
    Mat1 K=M*V+L; //符号 K2 表示 K[1],余类推
    A=sqrt(K1*K1+K2*K2); //A=a[i] 表示广义连架杆的长度
    C=sqrt(K3*K3+K4*K4); //B=b[i] 表示广义连杆的长度
    B=sqrt(2.0*K5+A*A+C*C);
    //C=c[i] 表示广义连架杆的长度
    F0=atan2(-K2,K1); //F0=fai0[i] 表示广义连架杆的初始位置  $\varphi_0[i]$ 
    K0=atan2(K4,-K3); //K0=kai0[i] 表示广义连架杆的初始位置  $\psi_0[i]$ 
}
n=r.n; //原问题的解数  $n$  与二元二次方程的解数  $r.n$  相等
}
```

7 实 例

下面举例仅限于全参数(共有 5 个参数)综合,亦即用手工作法最难解决的情形.关于绘图方法、机构动态模拟及连杆轨迹曲线的绘制^[10]、解析解的正确性判别问题在此不作讨论.

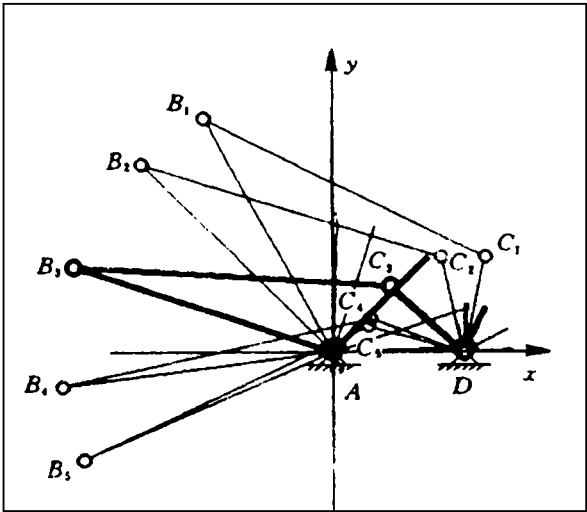
7.1 五个精确点函数发生机构的综合示例

已知铰链四杆机构中,两连架杆的对应位置(第一个连架杆的角度 φ ,第二个连架杆的对应角度 ψ),现在要求综合一铰链四杆机构.此问题即是实现函数的问题的机构综合.

以表 1 的综合要求为例,该问题要求实现两连架杆对应的 5 组位置,现设机架的长 $d=200.0\text{mm}$,该机构转换成广义铰链四杆机构后,只有一解.经验证,该解即是原问题的解.该问题的综合结果如图 1 所示.

表 1 实现函数问题的位置参数

位置号	输入杆角度 φ°	输出杆角度 ψ°
1	2.20246	3.45876
2	18.5497	28.6314
3	45.0000	63.6396
4	71.4504	83.3244
5	87.7976	89.9335



综合问题：实现函数
机构类型：双摇杆机械
解 序 号：1-1
绘图比例： $\mu_1=10$
简图参数：
 $a=\overline{AB}=415.04\text{mm}$
 $b=\overline{BC}=482.13\text{mm}$
 $c=\overline{CD}=151.33\text{mm}$
 $d=\overline{AD}=200.00\text{mm}$
 $\varphi_0=116.24^\circ$
 $\psi_0=74.04^\circ$

图 1 实现函数问题综合结果
(图中，粗实线所示机构简图对应于位置 3 下同)

7.2 五位置刚体导引机构的综合示例

已知铰链四杆机构中，连杆要求按顺序通过的若干位置，现要求设计一铰链四杆机构，此问题即是刚体导引问题的铰链四杆机构综合。

以表 2 所示的综合要求为例，表中连杆 PQ 的位置由 P 点的坐标与 PQ 两点的方向(用它与水平轴的夹角表示)确定。

本例转化后得到的广义铰链四杆机构，共有 2 组解，其中第一解(如图 2(a)所示)对应于第一个导引杆综合的结果，第二解(如图 2(b)所示)对应于第二个导引杆综合的结果，两个解合成后，只有一解(如图 2(c)所示)。

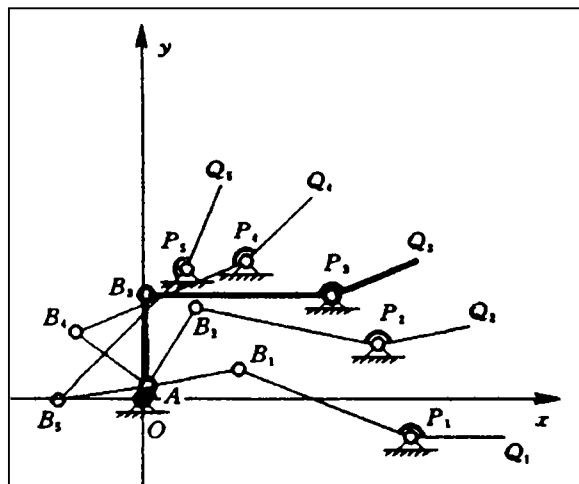
7.3 五个精确点的计时轨迹发生机构的综合示例

已知铰链四杆机构中，曲柄的转角(φ)与对应的连杆上某点 P 的位置(P_x, P_y)，现要求设计一铰链四杆机构，此问题即是实现轨迹问题的铰链四杆机构的综合，该种机构亦称计时轨迹发生机构。

以表 3 所示的综合要求为例，该表中要求实

表 2 刚体导引问题的位置参数			
位置号	P 点横坐标 $P_x(\text{cm})$	P 点纵坐标 $P_y(\text{cm})$	PQ 方向 ψ°
1	20.4	-3	0.60
2	17.92	4.29	10.96
3	14.4	8	22
4	7.89	10.63	44.67
5	3.4	10	68

表 3 实现轨迹问题的位置参数			
位置号	输入角度 φ°	P 点横坐标 $P_x(\text{cm})$	P 点纵坐标 $P_y(\text{cm})$
1	40.0	25.6876	48.4566
2	120.0	-9.5957	49.5347
3	190.0	-24.987	8.4014
4	250.0	-4.1536	-24.908
5	320.0	19.9487	-5.2146



(a)

综合问题:刚体导引-I

机构类型:广义四杆机构

解序号:2-1

绘图比例: $\mu_1=5$

简图参数:

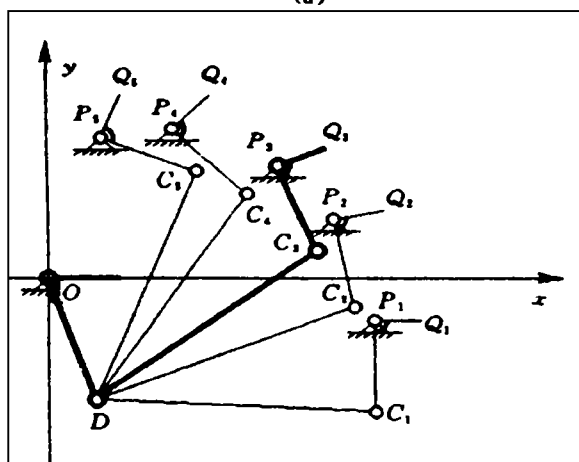
$$a=\overline{OA}=11.57\text{mm}$$

$$b=\overline{AB}=70.00\text{mm}$$

$$c=\overline{BP}=141.05\text{mm}$$

$$\varphi=\angle AOX=66.47^\circ$$

$$\psi=\angle BPQ=157.76^\circ$$



(b)

综合问题:刚体导引-I

机构类型:广义四杆机构

解序号:2-2

绘图比例: $\mu_1=4$

简图参数:

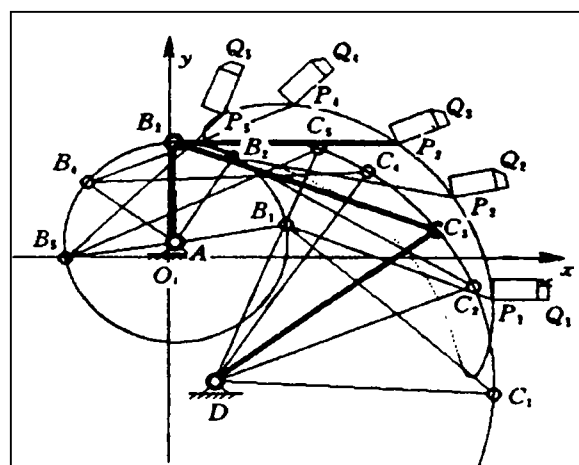
$$a=\overline{OD}=91.28\text{mm}$$

$$b=\overline{CD}=174.61\text{mm}$$

$$c=\overline{CP}=65.03\text{mm}$$

$$\varphi=\angle DOX=-70.66^\circ$$

$$\psi=\angle CPQ=-89.46^\circ$$



(c)

综合问题:刚体导引-II

机构类型:曲柄摇杆机构

解序号:1-1

绘图比例: $\mu_1=4$

简图参数:

$$a=\overline{AB}=70.00\text{mm}$$

$$b=\overline{BC}=176.71\text{mm}$$

$$c=\overline{CD}=174.61\text{mm}$$

$$d=\overline{AD}=100.07\text{mm}$$

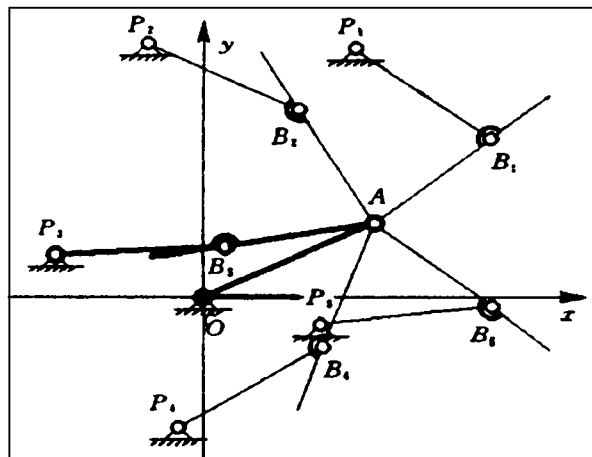
$$r=\overline{BP}=141.05\text{mm}$$

$$\gamma=\angle PBC=19.83^\circ$$

$$A=(4.62, 10.61)$$

$$B=(30.23, -86.14)$$

图2 刚体导引问题的机构综合



(a)

综合问题: 实现轨迹-I

机构类型: 广义四杆机构

解序号: 4-4

绘图比例: $\mu_1 = 14$

简图参数:

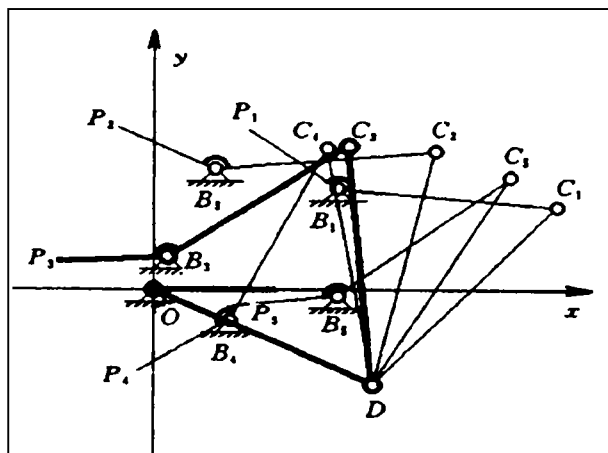
$$a = \overline{OA} = 324.21\text{mm}$$

$$b = \overline{BP} = 288.36\text{mm}$$

$$c = \overline{AB} = 255.86\text{mm}$$

$$\varphi_0 = \angle AOX = 26.57^\circ$$

$$\psi_0 = -180.0^\circ$$



(b)

综合问题: 实现轨迹-II

机构类型: 广义四杆机构

解序号: 4-4-3

绘图比例: $\mu_1 = 17$

简图参数:

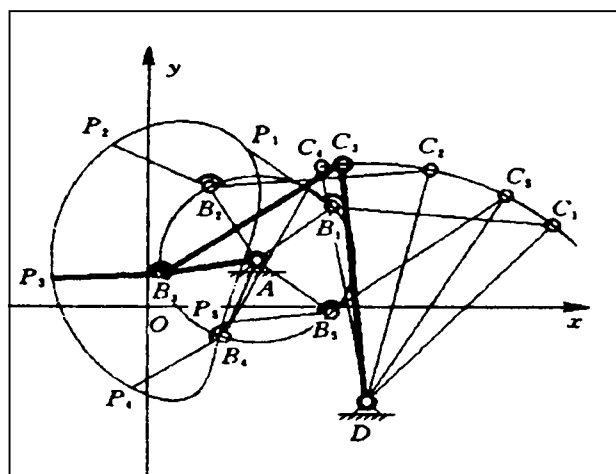
$$a = \overline{OD} = 640.31\text{mm}$$

$$b = \overline{CD} = 728.35\text{mm}$$

$$c = \overline{BC} = 582.79\text{mm}$$

$$\varphi_0 = \angle DOX = -26.51^\circ$$

$$\psi_0 = \angle CBP = -148.1^\circ$$



(c)

图3 实现轨迹问题的机构综合

综合问题: 实现轨迹

机构类型: 曲柄摇杆机构

解序号: 12-4

绘图比例: $\mu_1 = 17$

简图参数:

$$a = \overline{AB} = 255.86\text{mm}$$

$$b = \overline{BC} = 582.79\text{mm}$$

$$c = \overline{CD} = 728.36\text{mm}$$

$$d = \overline{AD} = 522.35\text{mm}$$

$$r = \overline{BP} = 288.36\text{mm}$$

$$\varphi_0 = 0.00^\circ$$

$$\gamma = \angle CBP = -148.1^\circ$$

$$A = (289.99, 145.00)$$

$$B = (591.05, -251.63)$$

现对应的 5 组位置.

本例用广义机构转换后,第一个导引杆有四解. 对应于第一个导引杆的每一解,第二个导引杆均有 3 解. 于是我们共可得到 12 组解,其中正确的有实用价值的 4 组. 在图 3(a)中,所示的是第一个导引杆的第 4 解. 图 3(b)中所示的是,对应于第一个导引杆的第 4 组解的第二个导引杆的第 2 解. 图 3(c)中所示的是对应于以上两解的综合结果(第 12 组解,亦即第 4 组可行解). 下表 4 中,列出该机构综合时的全部可行解的情形,以供参考.

表 4 实现轨迹问题的全部可行解 (机构类型:曲柄摇杆)

序号	$a(\text{mm})$	$b(\text{mm})$	$c(\text{mm})$	$d(\text{mm})$	A 点位置坐标	D 点位置坐标
6	377.09	967.51	820.86	733.89	(254.00, 400.28)	(591.05, -251.63)
9	369.48	1051.8	841.59	754.31	(281.46, 403.31)	(580.17, -289.33)
11	225.86	556.96	656.46	497.95	(289.99, 145.00)	(591.05, -251.63)
12	255.86	582.79	728.36	522.35	(289.99, 145.00)	(580.17, -289.33)

参 考 文 献

- 1 李振格编译. Borland C++ 3.0 & Turbo C++ 3.0 for Windows 程序号手册. 北京:北京航空航天大学出版社,1992
- 2 邓华铎等编著. Borland C++ 2.0 程序员指南. 北京:电子工业出版社,1992
- 3 梁崇高,陈海宗编. 平面连杆机构的计算设计. 北京:高等教育出版社,1988
- 4 楼洪棟,邹慧君主编. 高等机械原理. 北京:高等教育出版社,1990
- 5 曹惟庆. 平面连杆机构分析与综合. 北京:科学出版社,1989
- 6 席少林,赵凤治编著. 最优化计算方法. 上海:上海科学技术出版社,1983
- 7 《数学手册》编写组编. 数学手册. 北京:人民教育出版社,1979
- 8 武汉大学数学系数学组编. 线性代数. 北京:人民教育出版社,1980
- 9 葛文杰. 平面连杆机构的 CAD 及动态模拟. 机械科学与技术,1994(3)

Microcomputerized Realization of the Generalized Mechanism Synthesis Method

Xiao Wenlin Xu Younan

Abstract What is introduced in this paper is focused upon the microcomputerized realization of a newly-designed algorithm and a creatively-compiled program. With which the planar four-bar linkage synthesis can be accomplished by the generalized mechanism transfer method. With the application of both the generalized mechanism transfer method and the presented algorithm, the three basic problems pertaining to the kinematic synthesis of the planar linkage can be unified methodically. Among such problems are the precise and the approximate synthesis, the weighted and the non-weighted average in a sense of the least square deviation. Several examples are given and the results indicate that it is not only convenient and exact, but also practical to make solutions by combining the generalized mechanism transfer method with the method derived by the author.

Key words The planar four-bar linkage; Mechanism synthesis; Kinematic synthesis of the mechanism; The generalized planar four-bar linkage; Kinematic synthesis of the generalized planar four-bar linkage.

(上接第25页)

The Experimental Investigation on Directional Crystals of Heavy Magnetic Steel Parts

Xiong Chao

Abstract Through the 200mm columnar crystal is formed after cooling by putting the combined moulds into a carbon sand box in which two-electrodes are inserted, and then carefully controlling the temperature, an investigation of this new process is discussed. And the low-temperature thermomagnetic treatment to heavy magnetic steel parts is also discussed. Using this process, the qualified products are raised up to above 90%.

Key words Directional crystals; Columnar crystal; Low-temperature thermomagnetic treatment