## 混凝土强度对钢筋混凝土梁延性影响的分析

#### 陆亦庄

#### (土木工程系)

摘 要 以混凝土极限压应变为非常数的试验结果,通过计算得到混凝土强度与钢筋混 凝土梁延性比的关系曲线,并由此提出建立延性比设计界限及采取控制混凝土 强度最低设计值来确保梁延性的设计观点和方法.

关键词 混凝土强度;钢筋混凝土梁;延性;延性比;极限压应变;设计界限分类号 TU375.1

#### 0 引 言

在影响钢筋混凝土梁延性的诸多因素之中,混凝土强度是一项不可忽视的重要因素.以往的文献中<sup>(1~3)</sup>已经指出:"当梁的配筋率不变时,混凝土强度增大,梁的延性也随着增大".但是混凝土强度与梁的延性之间究竟是一种什么样的变化关系;混凝土强度对延性影响程度如何;理论分析与实际情况是否符合;这些问题都是值得进一步探讨的.

笔者曾于 1990 年~1991 年,对 C20~C80 钢筋混凝土简支梁进行了一系列的静载抗弯破坏试验(以下简称《试验》),测出了各种不同配筋,不同混凝土强度的梁的延性指标.本文以该《试验》结果为依据(见《C50~C80 高强混凝土梁受弯性能试验研究》1993.10),在确定梁截面延性比的计算方法的前提下,就单筋截面钢筋混凝土梁在单调荷载作用下,混凝土强度对梁的延性的影响问题进行分析,找出混凝土强度与截面延性比的变化规律,并从延性的角度,对混凝土强度的设计界限进行探讨.

### 1 梁截面延性比β的计算

#### 1.1 延性比计算公式

以单筋矩形截面为例,梁截面如图 1. 延性比  $\beta$  按下式计算:

$$\beta = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{\varepsilon_{cu}/K_u h_0}{\varepsilon_{cy}/K_y h_0} = \frac{\varepsilon_{cu}K_y}{\varepsilon_{cy}K_u} . \tag{1}$$

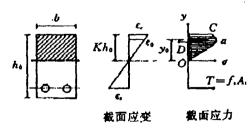


图 1

收稿日期:1995-06-21.

陆亦庄,男,1940年生,副教授。

#### 图 1 中及式(1)中

φ<sub>1</sub>, φ<sub>4</sub> — 钢筋屈服时或混凝土受压区破坏时,截面曲率;

K—— 混凝土截面中和轴相对高度. 钢筋屈服时为  $K_s$ , 混凝土受压区破坏时为  $K_s$ ;

 $\epsilon_{c}$ —— 混凝土截面边缘压应变. 钢筋屈服时为  $\epsilon_{cv}$ ,混凝土受压区破坏时为  $\epsilon_{cu}$ ;

ε, ---- 钢筋应变;

f,---钢筋强度;

E,----钢筋弹性模量;

A.——受拉钢筋面积.

混凝土截面压应力分布曲线为:

oc 段 
$$\sigma = f_c [1 - m(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1)].$$

式中 f.----混凝土轴心抗压强度;

ε。——混凝土应力应变曲线峰值应变.

式中系数 A=2, B=1,  $m=\frac{1}{6}$ . 当混凝土等级达到并超过 C50 时, A=1. 68, B=0. 66(《试验》中得出的回归分析值).

 $K_{y}$ 、 $K_{z}$  可分别由钢筋屈服及混凝土受压区破坏两种受力阶段,按截面内力平衡条件(钢筋拉力T 等于混凝土压应力合力D)求得.

钢筋开始屈服时:

当 ε<sub>cy</sub>≤ε₀

$$f_{y}A_{s} = \int_{0}^{\kappa_{y}h_{0}} f_{\varepsilon} \left[ A \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0}} - B(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0}})^{2} \right] b \, dy = \int_{0}^{\kappa_{y}h_{0}} f_{\varepsilon} \left[ A \frac{y}{y_{0}} - B(\frac{y}{y_{0}})^{2} \right] b \, dy. \tag{2}$$

式中

$$y_0 = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{cy}} K_y h_0, \qquad \epsilon_{cy} = \frac{f_y}{E_t} \cdot \frac{K_y}{(1 - K_y)} \quad .$$

得

$$\frac{f_{\iota}K_{\nu}^{2}}{E_{\iota}\varepsilon_{0}(1-K_{\nu})}\left[\frac{A}{2}-\frac{B}{3}\cdot\frac{f_{\nu}}{E_{\iota}\varepsilon_{0}}\cdot\frac{K_{\nu}}{(1-K_{\nu})}\right]=\rho. \tag{3}$$

ρ---截面配筋率

当 ε<sub>сy</sub>>ε<sub>0</sub>

$$f_{y}A_{s} = \int_{0}^{y_{0}} f_{\epsilon} \left[ A \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0}} - B(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0}})^{2} \right] b \, dy + \int_{y_{0}}^{K_{y}h_{0}} f_{\epsilon} \left[ 1 - m(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{0}} - 1) \right] b \, dy.$$

$$= \int_{0}^{y_{0}} f_{\epsilon} \left[ A \frac{y}{y_{0}} - B(\frac{y}{y_{0}})^{2} \right] b \, dy + \int_{y_{0}}^{K_{y}h_{0}} f_{\epsilon} \left[ 1 - m(\frac{y}{y_{0}} - 1) \right] b \, dy. \tag{4}$$

得 
$$f_{\epsilon}K_{\gamma}[1+m-(1+\frac{m}{2}-\frac{A}{2}+\frac{B}{3})\frac{\epsilon_{0}}{\frac{f_{y}}{E_{s}}\cdot\frac{K_{y}}{(1-K_{y})}}-\frac{m}{2}\cdot\frac{\frac{f_{y}}{E_{s}}\cdot\frac{K_{y}}{(1-K_{y})}}{\epsilon_{0}}]=f_{y}\rho.$$
 (5)

由公式(3)或(5)解得 K<sub>v</sub>.

混凝土受压区破坏时:平衡条件与公式(4)类同,只是式中 $y_0 = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{c..}} K_{\omega} h_0$ . 可由下式求得 $K_{\omega}$ .

$$K_{u} = \frac{f_{v}\rho}{f_{c}\left[1 + m - \left(1 + \frac{m}{2} - \frac{A}{2} + \frac{B}{3}\right)\frac{\epsilon_{o}}{\epsilon_{cu}} - \frac{m}{2} \cdot \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{o}}\right]} . \tag{6}$$

#### 1.2 混凝土的极限压应变

由以上计算可知,影响延性比  $\beta$  的四个量 K、K。、 $\epsilon_c$ ,、 $\epsilon_c$ ,中 K,及 K。 均与混凝土强度有关.  $\epsilon_c$ , $=\frac{K}{1-K}$ , f 。 f 。  $\epsilon_c$  。值即为混凝土极限压应变,按《混凝土设计规范》(GBJ 10 89)规定,统一取 0.0033. 这是一个由试验得到的统计平均值,由于它的取值大小对强度计算结果影响不大,故在截面强度计算时将其简化为常数,但实际上  $\epsilon_c$  ,并非常数,它与材料、截面形

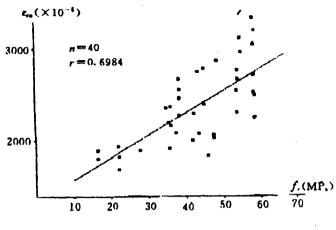


图 2 € ... 一 f. 试验曲线

状、试验方式等多种因素有关,特别是与混凝土强度密切相关. 据笔者的《试验》测得  $\epsilon_n$ 与  $f_c$ 之间有以下的试验关系(图 2).

$$\epsilon_{cu} = (1337.4 + 23.94 f_c) \times 10^{-6}.$$
 (7)

#### 1.3 延性比的两种计算结果

 $\epsilon_{\infty}$ 的取值对梁的延性计算结果、有着显著影响、若按公式(5)对  $\epsilon_{\infty}$ 取值,计算各种不同配筋率和混凝土强度时的  $\beta$  值(此计算方法简称为《A 法》,计算中  $\epsilon_{\infty}$  亦非常数, $\epsilon_{\infty}$ =(736.2+23.87 $f_{\infty}$ )×10 °. 见《试验》),点绘出  $\beta$  与  $f_{\infty}$ 的关系曲线,是非线性的;而如果  $\epsilon_{\infty}$ 取 0.0033 常数来计算  $\beta$  值(简称为《B 法》, $\epsilon_{\infty}$ =0.002),则  $\beta$  与  $f_{\infty}$  近似于线性关系,两种计算结果相差较大。 图 3 绘出  $\mathbb T$  级 钢筋,配筋率  $\rho$ =1%时,分别按《A 法》和《B 法》所计算的  $\beta$ - $f_{\infty}$ 关系曲线。 由图可看出, $\epsilon_{\infty}$ 值的大小和取值方法,对延性比  $\beta$  的影响是十分明显的.

究竟哪种方法的计算结果符合实际情况呢?下而就这两种计算结果与《试验》所实测的截面延性比进行比较.表1列出了《试验》中16组试件的试验与计算结果的对比.从中可以看出,用《A法》计算的β值与实测值比较接近,而《B法》计算结果则与实测相差较大,特别是对于配筋率较低或混凝土强度较高的梁. 因此、延性比β的计算应采用《A法》、即 ε...采取随着混凝土强度而变化的量来计算β,才比较符合实际情况.

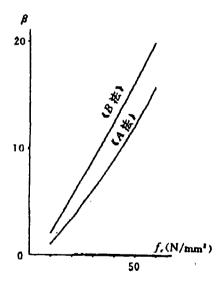


图 3  $\rho = 1\%$   $\rho = 1\%$   $\rho = -f$ . 关系曲线

表 1 β 值计算与实测结果比较													
试件	项目	Κ,	Κ.	ε <sub>cy</sub> (×10	ε <sub>α</sub> , (×10 <sup>6</sup> )	β	试件	项目	Κ,	K.	ε <sub>cy</sub> (×10 <sup>-6</sup> )	ε <sub>α</sub> (×10 <sup>6</sup> )	β
	实测	0. 336	0.158	757	2366	6. 65		实测	0.362	0.212	1276	2449	3. 28
4012	A 法	0.308	0.134	583	2168	8.54	7016	A 法	0.361	0.211	1221	2731	3.82
	B 法	0.338	0.129	669	3300	12.87		B法	0.350	0.194	1168	3300	5- 09
	实测	0.317	0.104	634	2282	10. 97		实测	0. 437	0.394	1694	2100	1.37
5012	A 法	0.304	0.108	572	2343	11.52	4020	A 法	0.466	0.437	1791	2182	1.30
	B 法	0.321	0.102	619	3300	16.68		B法	0.486	0.412	1948	3300	2.00
	实测	0.308	0.085	590	1974	12.12		实测	0.492	0.344	1892	2494 .	1.89
6012	A 法	0.300	0.098	562	2494	13.58	5020	A 法	0.470	0.431	1822	2254	1.35
	B法	0.307	0.092	581	3300	18. 88		<b>B</b> 法	0.497	0.415	2030	3300	1.95
	实测	0.304	0.083	656	2528	14. 11		实测	0.446	0.349	1635	2385	1.86
7012	A 法	0.293	0.088	544	2621	16.06	6020	A 法	0.451	0.383	1691	2372	1.65
	B法	0. 292	0.082	542	3300	21. 58		<b>B</b> 法	0.467	0.362	1806	3300	2.36
	实测	0.335	0.096	608	2512	14. 42		实测	0.462	0.314	1691	3034	2.64
8012	A 法	0.283	0.078	519	2728	19, 15	7020	A 法	0.428	0.309	1537	2652	2.39
	B 法	0. 277	0.073	501	3300	25. 03		B法	0.424	0.290	1517	3300	3.19
	实测	0.401	0.336	1346	2040	1.81		实测	0.405	0.292	1637	2720	2.31
4016	A 法	0.385	0.310	1358	2228	2.04	8020	A 法	0.424	0.295	1517	2735	2.59
	B法	0.411	0.299	1511	3300	3.00		B法	0.413	0. 271	1445	3300	3. 47
	实测	0.353	0. 297	1410	1964	1.66		实测	0.520	0.444	2097	2878	1.61
5016	A 法	0.380	0.275	1327	2331	2.42	7025	A 法	0.519	0.468	2092	2628	1.39
	B 法	0.399	0.262	1440	3300	3.50		B 法	0.516	0.435	2064	3300	1. 89.
	实测	0.341	0.215	1176	2048	2.76		实测	0.490	0.358	1755	2753	<b>2.</b> 15

#### $\beta - f_c$ 变化规律 2

6016 A法 0.377 0.257 1309

B法 0.394 0.255 1412

对不同钢筋级别,不同配筋率及不同混凝土强度的单筋矩形截面梁的延性比β进行一系 列的计算,绘出  $\beta$ —f, 曲线,可了解  $\beta$  与 f, 之间的变化规律。图 4 为采用《A 法》计算的 I、I 级钢筋  $\rho=0.2\%\sim4\%$  的一簇  $\beta-f$  关系曲线图.

2465

3300

3.62

2.76 8025 A法 0.516 0.449

B法 0.509 0,423

2066

2010

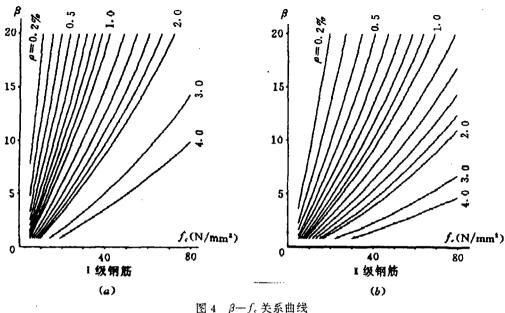
2735

3300

1.52

1.98

由曲线形态清楚地表明, B 是随着 f. 的增大而增大的,而且呈非线性变化, 当配筋率愈小 时, $\beta$ 的变化幅度就愈大;随着钢筋强度提高, $\beta$ 的变化幅度有所减小,如I级钢筋的 $\beta$ 值比I级钢筋对应值要小.



#### 梁截面设计的延性界限 $\beta_b$ 及混凝土强度的最低设计值 $[f_{cu}]$ 3

#### 3.1 适筋梁与超筋梁的界限

钢筋混凝土梁截面设计时,往往以截面受压区相对高度的控制条件 € ≤ € 。来限定最大配 筋率,以确保梁的延性,防止设计成超筋梁形成脆性破坏. 受压区相对高度 6 的大小既与配筋 率有关,也与混凝土强度有关.  $\xi=\xi_{\lambda}$  为适筋梁与超筋梁之间的界限,这界限可以在  $\rho-f_{ca}$ 坐标

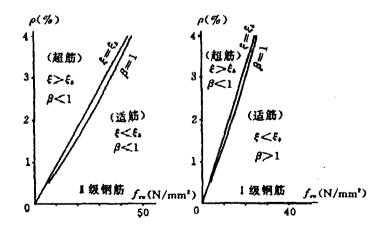


图 5 适筋梁与超筋梁界限图

图中表示出来,见图 5. 当  $\epsilon_{u}$ 取成常数时,界限为一条直线;如果设计的混凝土强度较小,超出 了这条界限,就会成为超筋梁. 这个适超筋的界限,实际上也正好是梁截面延性比  $\beta=1$  的情 况. 当  $\beta$ <1 时,为超筋梁;当  $\beta$ >1 时,为适筋梁. 因此,在  $\rho$ —f<sub>cu</sub>坐标图中,也可画出  $\beta$ =1 的界限. 用《A 法》计算所得到的是一条略呈弧形的曲线,见图 5. 它与  $\xi$ = $\xi$ <sub>c</sub> 的界限比较接近,表明采用本文《A 法》计算梁的延性与目前设计中(按材料设计强度)所判定适筋范围的结果基本上是相一致的.

#### 3.2 适筋梁范围内不同混凝土强度的计算延性比

当截面设计满足  $\xi < \xi$ 。的条件,进入图 5 中界限的右侧,为适筋梁,其  $\beta$  已大于 1,但比 1 大多少呢?仅从  $\xi$  本身的大小是无法判断的,因为  $\xi$  与  $\beta$  间的计算关系并不明确. 因此,若要知道所设计的梁延性状态,必须按本文所推导的公式计算截面实际延性比.

			衣乙	5 与 10 的对。	祝 <i>て</i> て		
混凝土	项目		1 级钢筋	■级钢筋			
等级_	^% FI	$\rho = 0.01$	$\rho = 0.02$	$\rho = 0.03$	$\rho = 0.01$	$\rho = 0.02$	$\rho = 0.03$
C7. 5	Ę	0.512			0.756	_	
	ß	1.08					
C10	ŧ	0.382	0.764		0. 564		
	β	1.77			0.658		
C15	ŧ	0. 247	0.494	0.741	0.365	0.730	
	β	3.18	1.44		1.42		
C20	ξ	0.191	0.382	0.573	0. 282	0.564	0.846
	β	4.73	1.88	0.93	2. 17	0.73	
C25	ŧ	0.156	0.312	0.468	0. 230	0.460	0.690
	β	6.44	2.64	1.45	2. 98	1. 15	
C30	ŧ	0.127	0. 254	. 0. 381	0. 188	0. 376	0.564
	β	8. 29	3. 47	1.98	3.86	1.56	0. 789
C35	ŧ	0.111	0. 221	0. 333	0.163	0. 326	0. 489
	β	10.28	4.36	2.53	4.80	1.99	1.09
C40	ξ	0.098	0.195	0. 294	0.144	0. 288	0.432
C40	β	12.41	5. 32	3.11	5.810	2.45	1. 39
C45	ŧ	0.089	0.179	0.268	0.132	0.264	0.396
C40	β	14.68	6. 33	3.74	6.88	2. 93	1. 69
C50	Ę	0.081	0.162	0.242	0.119	0. 238	0.357
0.00	β	17.09	7.41	4.40	8.01	3. 45	2. 01
C55	Ę		0.153	0.229	0.113	0. 225	0. 339
	β		8. 56	5.11	9. 21	3. 99	2. 35
C60	ŧ		0.145	0. 217	0.107	0. 214	0. 321
COU	β		9.76	5. 85	10.48	4.56	2.70
ξ,			0. 614			0. 544	

表 2 E与 B的对照表

现将《混凝土设计规范》中所规定的 C7.5~C60 各混凝土强度等级,按配筋率分别为 1%、2%、3%(I、I 级钢筋)的各种情况,计算出  $\epsilon$  值和  $\beta$  值,列于表 2 中进行比较. 从表中可以看出,有相当一部分适筋梁其延性比  $\beta$  仍是比较接近于 1 的. 如  $\rho$ =2%(I 级钢筋)时,若混凝土采用 C20,则  $\epsilon$ =0.382,距界限值  $\epsilon$ <sub> $\delta$ </sub>=0.614 已较远, $\rho$ <sub>max</sub>=3.2%,但其  $\beta$  仅 1.88;又如  $\rho$ =2%(I 级钢筋)时,若混凝土采用 C30, $\epsilon$ =0.376,也比  $\epsilon$ <sub> $\delta$ </sub>=0.544 小很多, $\rho$ <sub>max</sub>=2.9%,但  $\beta$  也仅

1.56. 由此可见,在截面设计已符合适筋梁条件、 $\xi < \xi_b$  和  $\rho < \rho_{max}$ 的情况中,尚有相当一部分梁的  $\beta$  仅略大于 1,其延性并不好,这样的设计不能认为是安全的.

#### 3.3 延性设计界限

通过计算比较、暴露出目前钢筋混凝土梁截面设计方法上所存在的问题,即仅由  $\xi \leq \xi$ 。的条件控制截面的最大配筋率,并不能确保梁具有足够的延性。 笔者认为、为了保证梁有一定的延性、设计时应对截 面延性提出具体要求,即确定延性比的安全指标  $\beta$ 。 ( $\beta$ 。 究竟取多少为合理,另文探讨),并在强度计算的同时,计算所设计截面的延性比  $\beta$ ,使其满足  $\beta \geqslant \beta$ 。 的条件,这才是正确而全面的设计方法。

图 6 中所绘的  $\beta = \beta_0$  曲线,为梁截面设计的延性安全界限,只有在这个界限以右(延性安全区)所设计的梁,破坏前才具有足够的延性,设计才安全,

#### 3.4 混凝土强度的最低设计值

对于任一配筋率 ρ. 都能由延性界限得到所对应

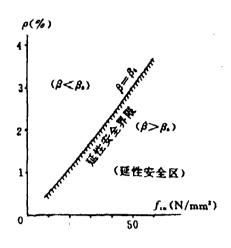


图 6 梁截面设计延性安全界限

的混凝土强度,即在此配筋条件下混凝强度的最低设计值[ $f_{\alpha}$ ]。[ $f_{\alpha}$ ]是随着 $\rho$ 的增大而增大的,不同的 $\rho$ 对应着不同的[ $f_{\alpha}$ ]值。只要建立了 $f_{\alpha}$ — $\rho$ 坐标的延性安全界限曲线(图 6),实际上,梁截面设计时并不需要专门去计算延性比(此项计算比较麻烦),而只须根据由截面强度计算确定的配筋率 $\rho$ ,在图 6 曲线中,找出对应的[ $f_{\alpha}$ ],检查一下所设计的混凝土强度等级是否满足 $f_{\alpha}$  $\geqslant$ [ $f_{\alpha}$ ]条件,若满足,则此构件设计符合延性要求;若不满足,则提高混凝土设计强度,取[ $f_{\alpha}$ ]为设计强度即可,因此,这种设计方法乃是十分简便的。

#### 4 小 结

- (1) 当截面配筋率  $\rho$  不变时,梁的延性比  $\beta$  随着混凝土强度的增大而增大,且呈非线性关系.
- (2) 试验表明,不同强度的混凝土,其极限压应变是不同的。混凝土极限压应变对延性比计算影响较大。
  - (3)  $\beta=1$  是适筋梁与超筋梁界限:  $\beta=\beta_0$  是梁截面延性的安全设计界限.
- (4) 钢筋混凝土梁的延性应满足  $\beta > \beta$ 。的要求,由  $\beta = \beta$ 。界限所对应的混凝土强度,为容许的最低设计强度[ $f_{**}$ ]. 不同的配筋情况,[ $f_{**}$ ]值是不同的。设计时,截面延性由  $f_{**} > [f_{**}]$ 条件来控制。
  - (5) 如何正确地确定  $\epsilon_{i,k}$  及  $\beta_{i,k}$  值,有待于今后进一步研究.

#### 参考文献

- 1 王传志,滕智明主编. 钢筋混凝土结构理论. 北京:中国建筑工业出版社,1985. 386
- 2 陈肇元,朱金铨,吴佩刚,高强混凝土及其应用,北京,清华大学出版社,1992,141
- 3 郑廷连译. 1500 号超高强混凝土的设计及其特性,云南公路科技,1982,(2)

# Analysis of Concrete Strength's Influence on Ductility of Reinforced Concrete Beam

#### Lu Yizhuang

#### Abstract

In this paper, the limit compressive strain of concrete is regarded as non-constant, and the experiment result is based on this, and the relative curve of concrete strength to reinforced concrete beam's ductility ratio is obtain by calculating. Therefore, design viewpoint and method of building the design limit of ductility ratio and controlling the lowest design value of concrete strength to ensure beam's ductility is presented.

#### Key words

Concrete strength; Reinforced concrete beam; Ductility; Ductility ratio; Limit compressive strain; Design limit