

# 面向结构图数字仿真方法的分析

卢宝光

(电气工程系)

**摘要** 对面向结构图的数字仿真方法进行了探讨,着重分析该法的状态方程建立与求解条件,得到有实用价值的新结论.

**关键词** 面向系统结构图;数字仿真;状态方程

**分类号** TP15

## 0 引言

在控制系统仿真技术中,面向系统结构图的仿真方法得到了广泛应用,其主要原因是:复杂系统内部环节(部件)的参数值改变时,对系统及各环节(部件)输出响应产生的影响,它能方便地确定;非线性系统的仿真,它能有效处理.

面向结构图仿真方法的关键,是建立能直接反映环节参数及环节连接方式的系统状态方程.一种广为流行的方法<sup>[1]</sup>,建立的状态方程具有外部输入的导数项,附加不符合实际条件,给仿真结果的正确性带来影响.本文分析了其原因,建议采用建立没有外输入导数项状态方程的方法,并且对此法建立的状态方程求解条件作了进一步讨论,得到有实用价值的新结论.

## 1 具有外输入导数项状态方程建立方法分析

面向结构图仿真方法,建立系统状态方程的步骤有三:一是确定典型环节;二是建立连接矩阵;三是推导出状态方程.为讨论方便,以图1所示系统为例来说明(环节数  $n=5$ ).

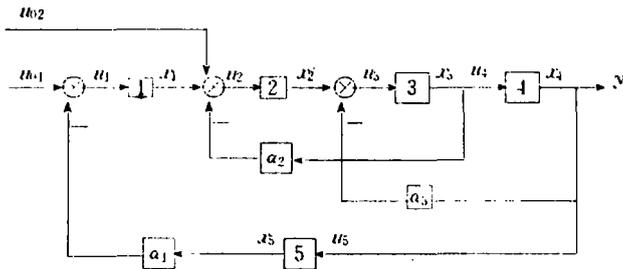


图1 双输入单输出系统结构图

收稿日期:1995-06-28.

卢宝光,男,1937年生,副教授.

典型环节 在数字仿真中一般选择其传递函数为

$$x_i(s)/u_i(s) = (C_i + D_i s)/(A_i + B_i s). \quad (1)$$

连接矩阵 根据系统中每个环节的输入与其它环节的输出或外输入作用之关系,列写代数方程组,以矩阵形式表示为

$$U(s) = WX(s) + W_1 U_0(s). \quad (2)$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad U_0 = \begin{bmatrix} u_{01} \\ u_{02} \end{bmatrix},$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha_1 \\ 1 & 0 & -\alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad W_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$W$  称为环节连接矩阵,  $W_1$  称为输入连接矩阵.

状态方程 由典型环节式(1)改写成

$$(A_i + B_i s)x_i(s) = (C_i + D_i s)u_i(s) \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

将其写成矩阵形式

$$(A + Bs)X(s) = (C + Ds)U(s), \quad (3)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & & & \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 & & & \\ & B_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_n \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & & & \\ & C_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & C_n \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_1 & & & \\ & D_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & D_n \end{bmatrix}.$$

将式(2)代入式(3)得

$$(A + Bs)X(s) = (C + Ds)(WX + W_1 U_0),$$

整理得

$$Q\dot{X} = RX + V_1 U_0 + V_2 \dot{U}_0 \quad (4)$$

其中

$$Q = B - DW, R = CW - A, V_1 = CW_1, V_2 = DW_1.$$

若  $Q$  矩阵的逆存在, 式(4)可写成

$$\dot{X} = Q^{-1}RX + Q^{-1}V_1U_0 + Q^{-1}V_2\dot{U}_0, \tag{5}$$

即具有外输入导数项  $\dot{U}_0$  的状态方程.

从上推导可见: 这种方法的出发点是: 以典型环节的输出量定义为系统状态变量. 这里值得考虑的是: 式(1)样的典型环节输出量选作状态变量是否合理?

对于  $x_i(s)/u_i(s) = (C_i + D_i s)/(A_i + B_i s)$  结构的典型环节, 它不象积分环节、输出与输入只是积分关系, 因而取环节输出量作状态变量是不能完全反映环节内部信息; 同时, 由于典型环节中  $D_i$  的存在, 以环节输出作状态变量来建立状态方程, 必然地出现外作用函数的导数项. 因此, 当外输入为阶跃函数时, 为了使式(5)状态方程可解, 要求其直接作用的所有环节的  $D_i = 0$ , 显然这不是实际系统普遍情况.

## 2 无输入导数项状态方程建立及求解条件的讨论

假定系统结构和典型环节与上节相同, 并注意到状态方程为一阶微分方程组, 引入状态变量  $z_i$ , 令  $z_i = u_i/(A_i + B_i s)$ , 由式(1)可得

$$\left. \begin{aligned} (A_i + B_i s)z_i(s) &= u_i(s), \\ x_i(s) &= (C_i + D_i s)z_i(s). \end{aligned} \right\} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{6}$$

对式(6)取反拉氏变换, 并将系统的各环节方程表示为矩阵方程, 导出系统的状态方程

$$\dot{A} = \tilde{A}Z + \tilde{B}U_0, \tag{7}$$

$$X = \tilde{C}Z + DU_0, \tag{8}$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \tilde{A} &= (B - WD)^{-1}(WC - A), \\ \tilde{B} &= (B - WD)^{-1}W, \\ \tilde{C} &= C + D\tilde{A}, \\ \tilde{D} &= D\tilde{B}. \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

这种引入典型环节状态变量建立的系统状态方程(详见文献[2]), 既避免了对仿真的人为限制, 也能分析环节内部状态.

状态方程式(7)求解条件取决于矩阵  $(B - WD)$  的奇异性. 若矩阵  $(B - WD)$  为非奇异阵, 即其逆  $(B - WD)^{-1}$  存在, 式(7)有解. 有关面向结构图仿真方法的文献, 只简单地提到系统结构环节性质对矩阵  $(B - WD)$  奇异性的关系, 我们对此问题作进一步研究, 得到如下结果.

**定理 1** 若系统中不存在纯比例环节或纯微分环节, 则矩阵  $(B - WD)$  在结构上是非奇异的.

由  $(B - WD)$  结构直接可推出此结论.

**推论 1** 当系统中有纯比例环节时, 则矩阵  $(B - WD)$  是奇异的.

**定理 2** 若系统中有纯微分环节  $D_i s$ , 并且(1)  $D_i s$  无比例反馈; (2) 其它环节的  $D_j = 0$ , 则矩阵  $(B - WD)$  为奇异的.

因为  $B$  和  $D$  都是对角阵. 当第  $i$  环节为微分环节时,  $B$  阵的第  $i$  行、列全为零;  $D_i s$  无比例反

馈,  $W$  阵中的元素  $w_{ii} = 0$ ; 其它环节的  $D_j = 0$ ,  $D$  阵中除  $d_{ii} = D_i$  外全为零. 显然, 乘积阵  $WD$  第  $i$  行全为零, 故  $(B - WD)$  第  $i$  行全为零, 即奇异的. 这类系统仿真需要作结构变换, 详见文献 [1].

推论 2 当系统中有纯微分环节  $D_i s$ , 并且 (1) 它有比例反馈; (2) 或它与  $D_j \neq 0$  的环节有比例反馈 (或顺馈), 则矩阵  $(B - WD)$  在结构上是非奇异的.

例 系统结构图如图 2 所示

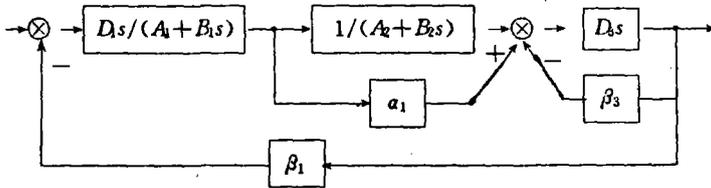


图2

$$\therefore B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_3 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\beta_1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & 1 & -\beta_3 \end{bmatrix},$$

$$\therefore (B - WD) = \begin{bmatrix} B_1 & & \\ & B_2 & \\ & & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\beta_1 \\ 1 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & 1 & -\beta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 & & \\ & 0 & \\ & & D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & 0 & \beta_1 D_1 \\ -D_1 & B_1 & 0 \\ -\alpha_1 D_1 & 0 & \beta_3 D_3 \end{bmatrix}.$$

可见,  $B - WD$  在结构上是非奇异的.

综上所述: 若系统中各环节的  $B_i \neq 0 (i = 1, 2, \dots, n)$  则矩阵  $(B - WD)$  为非奇异的; 若系统有纯比例环节则矩阵  $(B - WD)$  为奇异的. 对于有纯微分环节的系统, 矩阵  $(B - WD)$  是否奇异的, 需要把微分环节与其它环节的连接及参数值同时考虑, 才能得到正确的结论.

### 3 结束语

本文对面向结构图数字仿真方法进行了分析, 找出了带外输入导数项系统状态方程局限的原因; 对无外输入导数项状态方程求解条件作了较详细讨论, 得到在仿真中有指导作用的结论.

### 参 考 文 献

- 1 熊光楞. 控制系统的数字仿真. 北京: 清华大学出版社, 1982. 23~34
- 2 涂 健. 控制系统的数字仿真与计算机辅助设计. 武汉: 华中工学院出版社, 1985. 28~36
- 3 翁思义. 自动控制系统计算机仿真与辅助设计. 西安: 西安交通大学出版社, 1987

## Analysis of Digital Simulation Method for System Structural Diagram-oriented

Lu Baoguang

**Abstract** In this paper, digital simulation method for system structural diagram-oriented is discussed, and it emphasize analysis on the condition for establishing and solving the state equation. Useful results for digital simulation are obtained.

**Key words** System structural diagram-oriented; Digital simulation; State equation

---

(上接第40页)

## A Miniature Multipurpose Experiment of Substation Control and Measurement

Wang Xun

**Abstract** To be modelled on a typical primary circuit in a substation, to implement to supervise and measure a busbar voltage and to supervise the on or off state of a circuit breaker by a microcomputer, to operate manually or automatically the breaker, to implement the overcurrent protection, and to give out various signals constitute a miniature multipurpose experiment of the substation control and measurement. The experiment set is of a small size. It is used for the substation course teaching. And it has the functions of multipurpose and individual experiment.

**Key words** Substation; Secondary circuit; Experiment