

近透明介质平板的热辐射特性

陈早生

(基础课部)

摘要 从比耳—朗伯定律出发,本文导出了近透明介质平板的法向视在发射率的计算公式,并将有关的实验与计算结果进行了比较.

关键词 介质;视在发射率;热辐射

分类号 O59

0 引言

不透明材料的发射率,是指材料表面的发射率,这个发射率只与材料表面的粗糙度、温度、表面材料属性等有关,而与材料的厚度无关.然而,对于近透明(又称透明)、半透明介质材料,其发射率值不仅与材料的表面状况有关,而且还与材料的厚度密切相关.本文找出了它的发射率值与材料板厚度、材料的吸收率 K_λ 、透射率 τ_λ (或折射率 n_λ)等的关系.然后与有关的实验曲线进行计算比较,最后给出了相应的结论.

1 理论基础

设介质中有一束单色光通过,在某点的光强度为 I_λ ,当它再传播一段直线距离 ds 后,由 Beer Lambert 定律, Kirchhoff 定律可得出,它的光强度增量为

$$dI_\lambda = [-K_\lambda I_\lambda + K_\lambda I_{b\lambda}(T)] ds. \quad (1)$$

式中 $I_{b\lambda}(T)$ ——真空中温度为 T 的黑体的辐射光强; K_λ ——单色吸收率.

式(1)的物理意义是很清楚的,右面第一项 $-K_\lambda I_\lambda ds$ 是 I_λ 传播 ds 距离后的减少量值;而第二项 $K_\lambda I_{b\lambda} ds$ 是 ds 这段距离中介质产生的辐射强度.因为本文研究的是介质向真空辐射能量,由菲涅耳定律^[1]可将介质的折射率 n_λ 用真空(空气)的折射率 1 取代,所以,式(1)没有 n_λ ,不影响发射率的计算.

2 介质板视在发射率的计算式

收稿日期:1995-07-20. 陈早生,男,1950年生,讲师.

计算用模型如图 1,这是一平行介质板,板厚为 L ,两平行表面分别设为表面 1 和表面 2, K_1 为该介质板的吸收率,注意吸收率与吸收比(本文用 α_1 表示)略有差别.

在此介质板中,任取一薄层微元,厚度为 dy ,它平行于板表面,因为板的面积相对板厚来讲可看成“无限大”,且两表面是光学表面,因此,表面上的任何一个面元 dA' (假定取为圆形)在表面法向上透过的光辐射能只是来自于垂直于介质板表面,底面积为 dA'' 的圆柱形介质的热辐射.

先取一微体积元 $dAdy$ 对 dA' 面元的法向照度为

$$d^2H_2 = dId\Omega e^{-K_1(L-y)}. \quad (2)$$

由式(1)知,这个微体积元的热辐射强度为

$$dI = K_1 I_{bl}(T) dy. \quad (3)$$

所以,若是一块厚为 L 的介质板,则 dA' 面所得到一次照度值为

$$dH_2 = \int dId\Omega e^{-K_1(L-y)} = K_1 I_{bl}(T) d\Omega \int_0^L e^{-K_1(L-y)} dy = I_{bl}(T) d\Omega (1 - e^{-K_1 L}). \quad (4)$$

同样,另一界面上的对应面元 dA'' (见图 1)所得到的一次照度值 dH' 也应是 $I_{bl}(T) d\Omega (1 - e^{-K_1 L})$. 也即 $dH' = dH_2$.

所以,第一次透过 dA' 面以单位时间计的辐射能为

$$\tau_{21} \cdot (dH_2 + dH' \rho_{11} e^{-K_1 L}) = \tau_{21} (1 + \rho_{11} e^{-K_1 L}) dH_2. \quad (5)$$

其中, $dH' \rho_{11} e^{-K_1 L}$ 是最初投在 dA'' 面元上的、且经界面 1 反射,再经 L 厚介质衰减而后到达 dA' 面元内侧的能量;而 dH_2 则是最初投在 dA' 面元内侧的能量.

将式(5)记为

$$\tau_{21} \cdot (dH_2 + dH' \rho_{11} e^{-K_1 L}) = \tau_{21} dH_0. \quad (6)$$

这里 dH_0 即是 $dH_2 + dH' \rho_{11} e^{-K_1 L}$,是第一次到达 dA' 面元内侧的全部能量. 这能量的一部分从界面 2 透射出去,其值为 $\tau_{21} dH_0$;而剩余部分再经界面 2 和界面 1 反射,两次穿过 L 厚介质(一个来回)而衰减,然后又回到 dA' 面元内侧.

所以,第二次到达 dA' 面元内侧的能量为 $dH_0 \rho_{21} \rho_{11} e^{-2K_1 L}$.

仿第二次的讨论,以后每次从 dA' 透出能量后,剩余的能量都经过界面 2 反射,经过 L 厚介质的衰减,再经界面 1 反射时,再经过 L 厚介质的衰减而回到 dA' 面元内侧这样一个重复的过程. 假设没透出 dA' 面元的光子每经历这个重复过程所花费的时间为 T_0 ,则在任一时刻 t 来考察到达 dA' 面元内侧的辐射能应包括: t 时刻介质辐射出来并到达 dA' 面内侧的能量 dH_0 ; $t - T_0$ 时刻介质辐射出来并在 t 时刻到达 dA' 面元内侧的能量 $dH_0 \rho_{21} \rho_{11} e^{-2K_1 L}$;
.....

$t - mT_0$ 时刻介质辐射出来并在 t 时刻到达 dA' 面元内侧的能量 $dH_0 (\rho_{21} \rho_{11} e^{-2K_1 L})^m$;

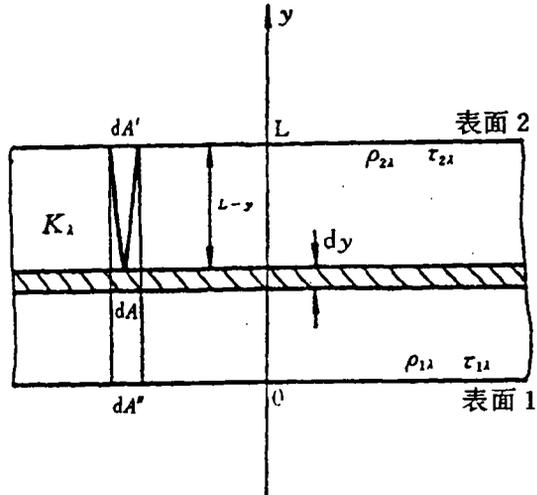


图 1 计算模型

所以 t 时刻透出 dA' 面元的总辐射能为

$$dH = \tau_{2\lambda} \left[\sum_{m=0}^{\infty} dH_0 (\rho_{2\lambda} \rho_{1\lambda} e^{-2K_\lambda L})^m \right] = \tau_{2\lambda} dH_0 \frac{1}{1 - \rho_{2\lambda} \rho_{1\lambda} e^{-2K_\lambda L}} \quad (7)$$

再由辐亮度定义:

$$L_\lambda = \frac{dP}{d\Omega dA \cos\theta} \quad (8)$$

$$dP = dH = \tau_{2\lambda} dH_0 \frac{1}{1 - \rho_{2\lambda} \rho_{1\lambda} e^{-2K_\lambda L}}$$

法向辐射 $\cos\theta = 1$.

可得
$$L_\lambda = \frac{dH}{d\Omega dA} = \frac{\tau_{2\lambda} dH_0}{d\Omega dA (1 - \rho_{2\lambda} \rho_{1\lambda} e^{-2K_\lambda L})} \quad (9)$$

利用式(4)、(5)、(6)找出 dH_0 的具体形式,然后再代入式(9),可得

$$L_\lambda = \frac{\tau_{2\lambda} (1 + \rho_{1\lambda} e^{-K_\lambda L}) I_{bl}(T) (1 - e^{-K_\lambda L})}{dA (1 - \rho_{1\lambda} \rho_{2\lambda} e^{-2K_\lambda L})} \quad (10)$$

L_λ 是从界面 2 外侧法向上所看到的表面 2 上任一面元 dA 上的单色辐亮度.

因为小面元的辐亮度与辐射强度关系为

$$I_\lambda = \frac{dP}{d\Omega} = L_\lambda \cos\theta \Delta A \quad (11)$$

其中 $\cos\theta = 1$; 面元 ΔA 为 dA' .

所以
$$L_\lambda = \frac{I_\lambda}{dA'} = \frac{I_\lambda(T)}{dA'} \quad (12)$$

对于黑体表面则有

$$L_{bl} = \frac{I_{bl}}{dA'} = \frac{I_{bl}(T)}{dA'} \quad (13)$$

由法向发射比定义

$$\epsilon_\lambda(\theta = 0^\circ, T) = \frac{L_\lambda(\theta = 0^\circ, T)}{L_{bl}(\theta = 0^\circ, T)} \quad (14)$$

$\theta = 0^\circ$ 表示法向,这里用 \vec{n} 表示,将式(10)、(13)代入式(14),可以得到

$$\epsilon_\lambda(T) = \frac{\tau_{2\lambda} (1 + \rho_{1\lambda} \cdot e^{-K_\lambda L}) \cdot (1 - e^{-K_\lambda L})}{1 - (1 - \tau_{2\lambda}) \cdot \rho_{1\lambda} \cdot e^{-2K_\lambda L}} \quad (15)$$

这里用的是光学表面,因而有 $1 - \tau_{2\lambda} = \rho_{2\lambda}$.

式(15)就是一块厚为 L 的近透明介质平板的法向光谱发射比.

当介质板两表面的特性完全相同时,则有

$$\rho_{2\lambda} = \rho_{1\lambda} = \rho_\lambda \quad (16)$$

$$\tau_{2\lambda} = 1 - \rho_\lambda \quad (17)$$

式(15)变为

$$\epsilon_\lambda = \epsilon_\lambda(K_\lambda) = \frac{(1 - \rho_\lambda) \cdot (1 + \rho_\lambda \cdot e^{-K_\lambda L}) \cdot (1 - e^{-K_\lambda L})}{1 - \rho_\lambda^2 e^{-2K_\lambda L}} \quad (18)$$

因为 $\rho_\lambda = \left(\frac{n_\lambda - 1}{n_\lambda + 1} \right)^2$, 所以 ϵ_λ 是 K_λ, n_λ, L 的多变量函数, K_λ, n_λ 是 T 的不规则函数,但 n_λ 随 T 的变化非常微弱,所以 ϵ_λ 随 T 的变化主要体现在 ϵ_λ 随 K_λ 的变化上. 故式(18)用 $\epsilon_\lambda(K_\lambda)$ 表

示,当 n_1, K_1 一定时,就可描出 $\epsilon_{\lambda} \sim L$ 曲线.

由于式(18)给出的发射比实质是整个介质板的热辐射在表面贡献的结果,因此,它又称为法向光谱视在发射率.

式(18)是容易理解的. 式 $\frac{1-\rho_1}{1-\rho_1^2 \cdot e^{-2K_1 \cdot L}}$ 是介质板整体的等效透射因子; $1-e^{-K_1 \cdot L}$ 是介质的发射率,所以,式(18)给出的发射率是介质板向前辐射和向后辐射的总效果在向前方向上被整体透射后的结果.

3 计算式的讨论与验证

(1) 当介质板厚度 $L \rightarrow \infty$, 则 $e^{-K_1 \cdot L} = 0$. 此时式(18)变为

$$\epsilon_{\lambda} = 1 - \rho_1 = 1 - \left(\frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \right)^2 = \frac{4n_1}{(n_1 + 1)^2}. \quad (19)$$

对于任何物质 $n_1 > 1$. 取 $n_1 = 1 + \Delta n_1$, 故有 $\frac{4n_1}{(n_1 + 1)^2} = \frac{4 + 4\Delta n_1}{4 + 4\Delta n_1 + \Delta n_1^2} < 1$.

自然界的一切实物介质材料,都是 $n_1 > 1$ 的.

所以,无论介质板多厚,它的法向发射比都是小于 1 的. 众所周知,理想黑体的发射率为 1,可是人们从来没有在自然界中发现发射率为 1 的物体,究其原因,本文式(19)恰好在近透明、半透明的物质领域中作出了理论解释. 由于式(19)是式(18)在 $L \rightarrow \infty$ 的极限式,所以,式(18)符合人们对自然界的观察结果.

(2) 式(18)可以简化为

$$\epsilon_{\lambda} = \frac{(1 - \rho_1)(1 - e^{-K_1 \cdot L})}{1 - \rho_1 \cdot e^{-K_1 \cdot L}}, \quad (20)$$

当 $\rho_1 = 0$ 或 $\rho_1 = 1$, 可得

$$\epsilon_{\lambda} = 1 - e^{-K_1 \cdot L}, \quad (\text{见文献[2]}) \quad (21)$$

这正是介质材料内部的发射率表达式,也是辐射性气体($\rho_1 = 0$)的发射率表达式.

对于不透明材料, $K_1 \rightarrow \infty$; $e^{-K_1 \cdot L} = 0$, 由式(20)可得到

$$\epsilon_{\lambda} = 1 - \rho_1. \quad (\text{见文献[3]}) \quad (22)$$

这正是不透明材料的表面发射率表达式.

(3) 在式(18)或式(20)中,如果 $K_1 = 0$ (真空情形),必然有 $(1 - e^{-K_1 \cdot L}) = 0$. 因此, $\epsilon_{\lambda}(T)$ 就自然变为 0 了. 真空本身是没有热辐射的.

4 计算结果以及与有关实验的计算比较

将 $\rho_1 = \left(\frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \right)^2$ 代入式(20), 则

$$\epsilon_{\lambda} = \frac{4n_1(1 - e^{-K_1 \cdot L})}{(n_1 + 1)^2 - (n_1 - 1)^2 e^{-K_1 \cdot L}}. \quad (23)$$

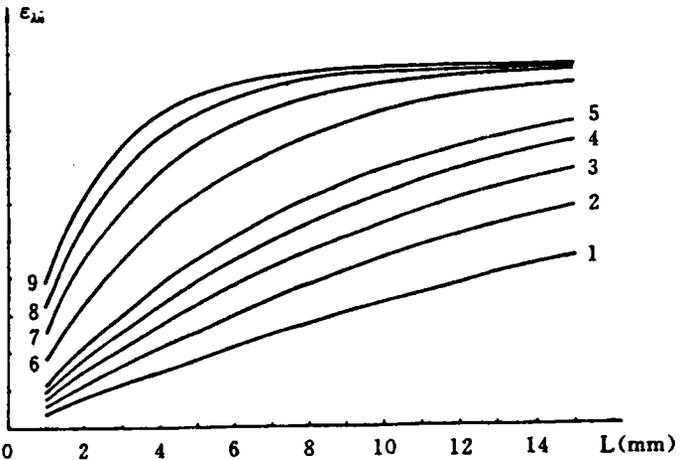
式(23)和式(18)、(20)完全等价,用式(23)进行计算主要是参变量 n_1 的值可以从有关的手册中查到. 图 2 给出了当 $n_1 = 1.5$ 时,不同 K_1 值时的 $\epsilon_{\lambda}(L)$ 曲线. 注意到,在式(23) n_1, K_1 都

是波长 λ 的函数, 而厚度 L 与 λ 无关. 因此, 图 2 中的曲线描述了在给定 λ 的情况下 ϵ_{λ} 随厚度的变化.

由于介质平板面积大, 导热系数小, 所以要实现板的各处等温很困难, 因而, 这方面的实验也很少. 后来 A. V. Drurechensky 等人用极高频电流加热法做了这方面的实验工作(见文献[4]), 实验给出了厚度分别为 1mm 和 10mm 的硅玻璃板法向光谱发射率. 本文图 3 中的实线即是文献[4]中的实验结果. 从图 3 中可见, 两组曲线的 $\epsilon(\lambda)$ 的差别是很明显的, 这就说明了在某些波长范围内, 厚度变化对 $\epsilon(\lambda)$ 的影响是主要的. 而在同一组曲线中, 因温度的不同而导致各条曲线的 $\epsilon(\lambda)$ 也是有差别的, 但是相对厚度的影响来说, 这种差别是小的. 特别是在 $2.8\mu\text{m}$ 以下, 温度不同而引起的 $\epsilon(\lambda)$ 的差别几乎看不出来. 这是因为 n_{λ} 只是 T 的极弱函数的缘故^[5], 文献[5]中认为在 n_{λ} 的计算中可以不考虑 T 变化所带来的影响. 而在 $\lambda > 2.8\mu\text{m}$ 范围, 因 K_{λ} 逐渐增大, 而 K_{λ} 也是 T 的函数, 所以, 温度变化对 $\epsilon(\lambda)$ 的影响就显现出来了. 当 $K_{\lambda} \cdot L$ 达到某个值时, $\epsilon(\lambda)$ 就达到了最大, 所以, 温度再升高也不会改变 $\epsilon(\lambda)$ 的值了.

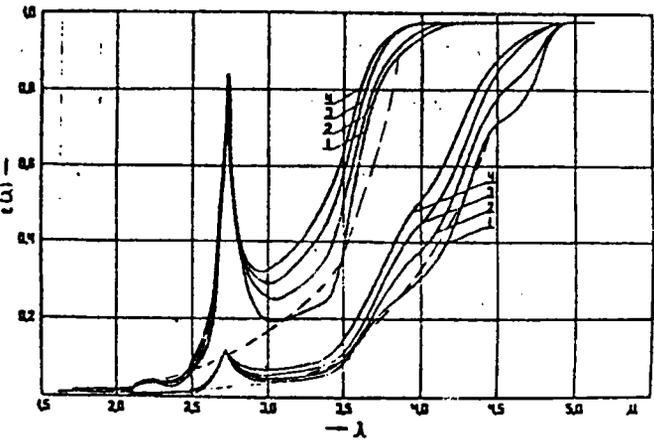
在图 3 中给出了四段虚线, 这是

本文的计算结果. 本文计算有关参数的数值见文献[7]. 计算时将图 3 中的 λ 转换成相对应的 n_{λ} 与 K_{λ} 值. 文献[7]中有 n_{λ} 与 λ 的函数式以及 $K_{\lambda} \sim \lambda$ 曲线. K_{λ} 不是 λ 的规律函数, 用分段拟合找出相近的 $K_{\lambda} \sim \lambda$ 函数再行计算, $3.5\mu\text{m}$ 处为一段分点, 计算结果表明, 在 $2.0 \sim 2.5\mu\text{m}$; $3.0 \sim 3.5\mu\text{m}$ 等区间, 计算结果与实验较吻合, 在 $3.5 \sim 4.8\mu\text{m}$, 计算结果与 1mm 厚的硅玻璃实验也吻合, $2.7\mu\text{m}$ 因有吸收峰故 $2.5 \sim 3.0\mu\text{m}$ 不能吻合. 本文计算忽略了温度变化所引起的 K_{λ} 、 n_{λ} 的变化, 得到的只有一条曲线, 故它只能和实验的曲线组进行比较, 而不与不同温度下



吸收率 K_{λ} : 1—0.04; 2—0.06; 3—0.08; 4—0.10; 5—0.12; 6—0.20; 7—0.30; 8—0.40; 9—0.50mm⁻¹.

图 2 $n_{\lambda}=1.5$ 时, 法向光谱发射率



说明: 1—673K; 2—873K; 3—1073K; 4—1273K
实线: 实验曲线, 虚线: 理论计算曲线

图 3 厚度为 1mm 和 10mm 的硅玻璃板法向光谱发射率

的各单条实验曲线比较.

5 结 论

(1) 近透明、半透明介质平板的法向光谱视在发射率 $\epsilon_{\lambda n}$ 是厚度 L 的强函数, 且 $L \uparrow$, 则 $\epsilon_{\lambda n} \uparrow$.

(2) 由本文的计算式可导出, 任何介质板的法向发射率都是 < 1 的, 这说明了自然界中不可能存在发射率为 1 的物体——即人们常说的黑体, 因而, 至今为止, 人们仍没有发现天然黑体. 黑体只是发射率为 1 的理想物体, 它是为了研究热辐射而采用的辐射参考标准.

(3) $\epsilon_{\lambda n}$ 的大小还依赖于 n_{λ} , K_{λ} 的大小. 当 $n_{\lambda} \downarrow$, $K_{\lambda} \uparrow$ 时, 则 $\epsilon_{\lambda n} \uparrow$, 反之则 $\epsilon_{\lambda n} \downarrow$. 相比 n_{λ} 来说, K_{λ} 的变化对 $\epsilon_{\lambda n}$ 的影响更大.

参 考 文 献

- 1 Ditchburn R W, Light. The Electro-magnetic Theory of Reflection and Refraction. Mcgraw-Hill, New York, 1976
- 2 陆大有. 工程辐射传热. 北京: 国防工业出版社, 1988. 296
- 3 Sparrow E M, Cess R D. Radiation Heat Transfer. Mcgraw-Hill, New York, 1978
- 4 Dvurechensky A V, Petrov V A, Reznik V Yu. A High Speed Technique for the Measurement of the Spectral Emissivity of Semitransparent Solid Materials High Temperatures. Institute for High Temperatures USSR Academy of Sciences, Moscow, UssR 1977, 268
- 5 Wray J H, Nen J T. J. O. S. A. 1969, (59), 774
- 6 K. 斯达尔, G. 谬斯卡. 红外技术. 石定河, 王桂群译. 武汉, 华中工学院出版社, 1982
- 7 E. M. 沃伦科娃等. 红外光学材料手册. 《国外红外与激光技术》编辑组译. 编辑组出版. 159~165; 510~588

Thermal Radiation Properties of Plate Made of Approximate Transparent Medium

Chen ZaoSheng

(Department of Basic Courses)

Abstract On this basis of the Beer Lambert's Law, the calculating formulas for the monochromatic apparent normal emittance of a plate made of approximate transparent medium is obtained, and the comparisons between the experimental results and the calculation are also discussed.

Key words Medium; Apparent emittance; Thermal radiation