

土坡稳定的优化分析

秦 鸣

(土木工程系)

摘 要 简单粘土边坡稳定分析的常用方法是条分法. 该方法需根据多次试算确定安全系数 k , 计算工作量较大. 本文将条分法中安全系数 k 表示为滑动圆弧圆心坐标的函数, 根据该函数的特点引入相庆的边界约束条件, 由优化方法得到使 k 为最小的圆心位置. 根据该原理在微机上编制了计算程序, 并通过算例进行验证.

关键词 边坡稳定; 条分法; 优化

分类号 TU 432

1 条分法计算土坡稳定的基本理论

计算土坡稳定最常用的方法是条分法. 按条分法进行分析时, 假定滑动面 AC 绕任意选定的圆心 O 转动, 如图 1(a) 所示.

取其中任意一条分析作用在土条上的力, 如图 1(b) 所示: 土条自重 W_i ; 作用在滑动面 fg 上的法向反力 N_i 和剪切力 T_i ; 作用在土条侧面 ef 和 dg 上的法向力 P_i 、 P_{i+1} 和剪力 X_i 、 X_{i+1} , 这一力系是非静定力系, 因此, 求解时必须作某些简化. 目前常用的简单条分法主要是不考虑土条两侧的法向力和剪力, 仅考虑土条的自重和滑动面上的力, 并据以建立力矩平衡条件, 即抗滑力矩与滑动力矩的关系.

滑动面上的法向力 N_i 和切向力 T_i 分别为

$$N_i = W_i \cdot \cos \alpha, \quad T_i = W_i \cdot \sin \alpha$$

滑动面 fg 上(垂直纸面取单位长度)的单位应力为

—中国知网—<https://www.cnki.net>

收稿日期: 1996-01-28.

秦 鸣, 女, 1956 年生, 讲师.

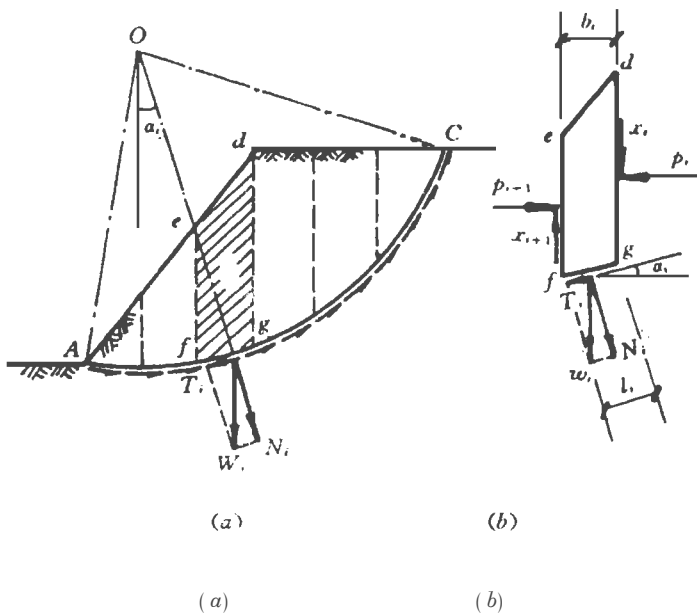


图 1 圆弧滑动条分法分析土坡稳定

$$Q = \frac{N_i}{l_i} = \frac{1}{l_i} \cdot W_i \cos \alpha; \quad S_i = \frac{T_i}{l_i} = \frac{1}{l_i} \cdot W_i \sin \alpha$$

其中 l_i 为 fg 的长度.

fg 段上的抗滑力及对圆心 O 的抗滑力矩分别为

$$T_i = \tau_i = (c_i \operatorname{tg} \varphi + c_i) l_i = W_i \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi + C_i l_i,$$

$$M_{ri} = \tau_i R = R (W_i \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi + C_i l_i).$$

整个滑动面 AC 上的抗滑力和抗滑力矩分别

$$T = \sum T_i = \sum (W_i \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi + C_i l_i),$$

$$M_r = \sum M_{ri} = R \sum (W_i \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi + C_i l_i).$$

fg 段上的滑动及对圆心 O 的滑动力矩分别为

$$T_i = S_i l_i = W_i \sin \alpha, \quad M_{si} = R \cdot T_i = R W_i \sin \alpha$$

整个滑动面 AC 上的滑动力和滑动力矩

$$T = \sum T_i = \sum W_i \sin \alpha, \quad M_s = R \cdot \sum W_i \sin \alpha$$

边坡稳定系数

$$K = \frac{M_r}{M_s} = \frac{R \sum (W_i \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi + C_i l_i)}{R \sum (W_i \sin \alpha)} = \frac{\sum (W_i \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi + C_i l_i)}{\sum W_i \sin \alpha}.$$

由于滑动圆弧的圆心是任选的,所以上述计算结果不一定是危险的,即不一定是 $K_{\min}$ 的滑动面.因此,还必须计算其他滑动圆弧(不同圆心位置 and 不同半径)的 K ,直至取得 $K_{\min}$ 为止.

2 优化计算原理及计算框图

由上节边坡稳定性分析可以看到,求圆心 $O(x, y)$,使 K 成为 $K_{\min}$ 的问题,可通过将 K 表为圆心 $O(x, y)$ 的函数 $K = f(x, y)$,利用优化理论,得到满足下式的圆心点 $O(x, y)$,从而得到在给定条件下土坡的稳定系数

$$\begin{aligned} \min \quad & K = f(x, y), \\ \text{s.t.} \quad & g_i(x, y) \leq 0. \end{aligned} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

2.1 基本假定

大量计算结果表明,当 $\varphi > 3^\circ$ 时,最危险的滑动面将通过坡脚.故假定滑动面通过坡脚,并以该点为坐标原点,如图 2 所示.

2.2 基本方程

任意给定滑动面圆心 $O(x, y)$,根据条分法,可得到以圆心坐标 (x, y) 表示的安全系数 $K = f(x, y)$ 的函数方程

$$F(x, y) = \frac{\sum W_i \cos \alpha \operatorname{tg} \varphi + CL}{\sum W_i \sin \alpha}.$$

$$\begin{cases} W_i \cos \alpha = \frac{Y_i}{R} [(nb \operatorname{tg} \beta - y) \sqrt{R^2 - (nb - x)^2} + R^2 - (nb - x)^2], \\ W_i \sin \alpha = \frac{Y_i}{R} [nb \operatorname{tg} \beta - y \sqrt{R^2 - (nb - x)^2}] (nb - x). \end{cases} \quad (x_i < H / \operatorname{tg} \beta)$$

式中

中国知网 <https://www.cnki.net>

$$\begin{cases} W_i \cos \alpha = \frac{\gamma b}{R} [(H - y) \cdot \sqrt{R^2 - (nb - x)^2} + R^2 - (nb - x)^2], \\ W_i \sin \alpha = \frac{\gamma b}{R} [H - y + \sqrt{R^2 - (nb - x)^2}] (nb - x). \end{cases} \quad (x_i > H / \tan \beta)$$

$$CL = C [\cos^{-1} \frac{y - H}{R} + \tan^{-1} \frac{x}{y}] R.$$

式中 x_i —— 第 i 土条中间点的横坐标;
 α —— 圆弧从原点到 x_i 所对应的圆心角;
 γ —— 土的容重;
 β —— 斜坡的斜角;
 R —— 圆弧半径;
 $b = \frac{1}{10} \sqrt{2R^2(1 - \cos \alpha - H^2)}$;
 α —— 滑动圆弧所对应的圆心角;
 $n = i - \frac{1}{2}$;
 C —— 土体内聚力;
 Φ —— 土体摩擦角.

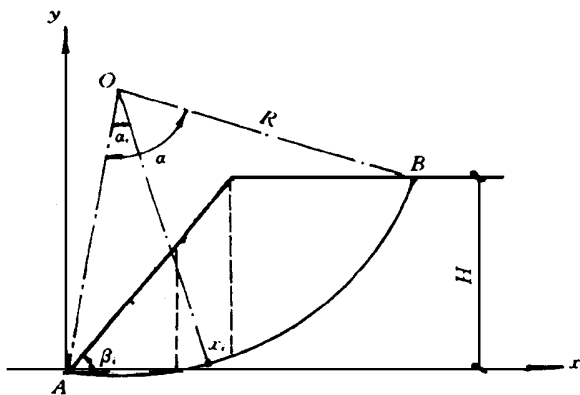


图2 计算示意图

2.3 约束方程

根据滑动平衡分析, 圆心高度应大于土坡高, 即 $y - H \geq 0$.

从上述方程中可知, 上述式子应满足

$$R^2 - (nb - x)^2 \geq 0, \text{ 或 } R \geq nb - x, \text{ 及 } 2R^2(1 - \cos \alpha - H^2) = 0.$$

以保证根号内函数为正. 另外为保证余弦不大于 1, 应有 $y - H \leq R$,

$$\text{故约束方程为} \begin{cases} H - y \leq 0, \\ nb - x - R \leq 0, \\ H^2 - 2R^2(1 - \cos \alpha) \leq 0, \\ y - H - R \leq 0. \end{cases}$$

2.4 计算框图

本问题即为求函数 $f(x, y)$, 在相应约束下的优化问题, 即

$$\begin{aligned} \min f(x, y), & \begin{cases} H - y \leq 0, \\ nb - x - R \leq 0, \\ H^2 - 2R^2(1 - \cos \alpha) \leq 0, \\ y - H - R \leq 0. \end{cases} \\ \text{s.t.} & \end{aligned}$$

对上式所表示的问题利用可行方向法进行分析, 其计算步骤及框图如下:

1. 给出初始点 $X^{(0)}$; 给定允许误差 $\epsilon > 0$. 令 $K = 0$.
2. 确定指标集 $I(X^{(k)}) = \{j \mid g_j(X^{(k)}) = 0, 1 \leq j \leq m\}$.

若 $I(X^{(k)}) = \Phi$ (为空集), 则 $X^{(k)}$ 为内点, 此时先判别 $\nabla f(f(X^{(k)})) \leq \epsilon$ 是否成立, 若成立则为最优解; 反之取负梯度方向作一维搜索求得边界点 $X^{(k+1)}$, 即 $P^{(t)} = -(\nabla f(X^{(k)}))^T$, 转到步骤 5; 若 $I(X^{(k)}) \neq \Phi$ 则转到步骤 3.

3. 解线性规划问题, 确定新的搜索方向, 记最优解为

$$P^{(k)} = (P_1^{(k)}, P_2^{(k)}, \dots, P_n^{(k)})^T.$$

4. 检验是否满足收敛性准则. 若 $P^{(k)} = 0$, 则此时 $X^{(k)}$ 便为最优解, 否则令 $P^{(k)} = \bar{P}^{(k)}$, 转到步骤 5.

5. 求一维极值问题

$$\min_{\alpha \in \Omega} f(X^{(k)} + \alpha P^{(k)})$$

$$\Omega = \{\alpha | \alpha > 0, X^{(k)} + \alpha P^{(k)} \in R\}.$$

的最优解 α .

6. 令 $X^{(k+1)} = X^{(k)} + \alpha P^{(k)}$, 以 $k+1$ 代 k , 转到步骤 2.

可行方向法程序见图 3.

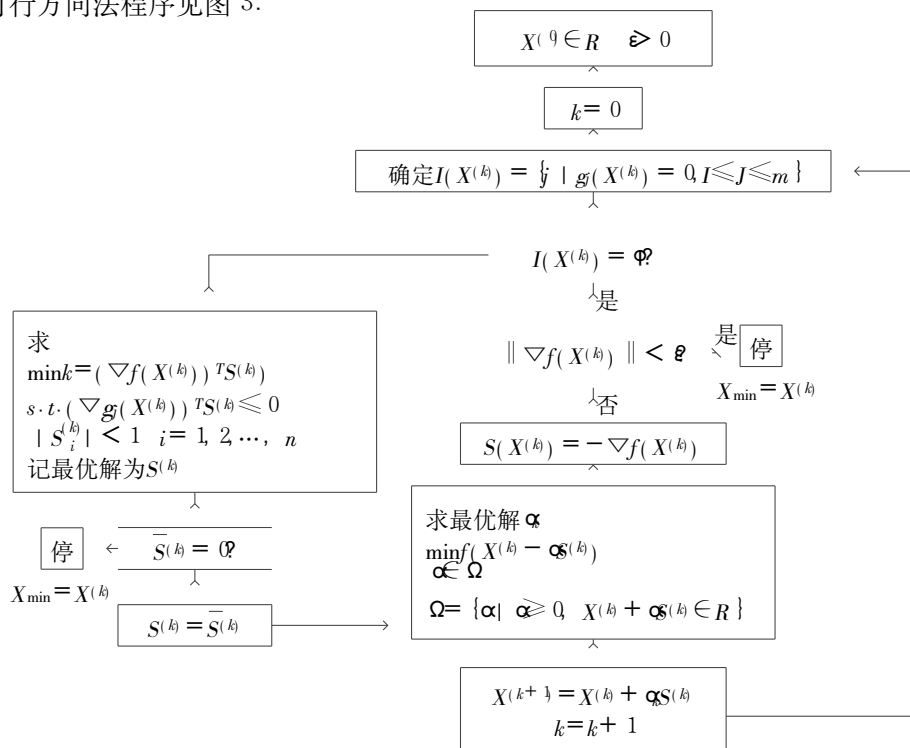


图3 优化分析程序框图

3 算例

(1) 有一边坡, 已知坡高 $H = 6\text{m}$, 坡角 $\beta = 55^\circ$; 土的重度 $\gamma = 18.6\text{kN/m}^3$, 土的内摩擦角 $\varphi = 12^\circ$; 粘聚力 $C = 16.7\text{kN/m}^2$, 试用条分法验算边坡的稳定安全系数.

将已知条件输入程序, 算得 $x = 0.053\text{m}$, $y = 6.521\text{m}$, $k = 1.1972$.

(2) 有一边坡, 已知坡高 $H = 6\text{m}$, 坡角 $\beta = 55^\circ$; 土的重度 $\gamma = 19\text{kN/m}^3$, 土的内摩擦角 $\varphi = 15^\circ$; 粘聚力 $C = 17\text{kN/m}^2$, 试用条分法验算边坡的稳定安全系数.

将已知条件输入程序, 算得 $x = -0.244\text{m}$, $y = 6.427\text{m}$, $k = 1.275$.

中国知网 <https://www.cnki.net>

上述结果与原题计算结果吻合, 从而印证了此方法的可行性.

参 考 文 献

- 1 梁钟琪. 土力学及路基. 北京: 中国铁道出版社, 1980
- 2 张炳华, 候昶. 土建结构优化设计. 上海: 同济大学出版社, 1988

Optimum Analysis of Slope Stability

Qing Ming

(Department of Civil Engineering)

Abstract

Slice method is an essential method to analyse simple slope stability. It usually calculates many times in order to get the safety factor K . In this paper, it is expressed the fraction of circle centre coordinates of slip circle. According to the fraction, the restraint is made. By optimum theory, the minimum K is obtained. The program is made in PC calculator. Using examples the program is examined.

Key words Slope stability; Slice method; Optimum

(上接第48页)

- 6 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理与数值方法. 北京: 清华大学出版社, 1988
- 7 管天保, 雷晓燕, 吴祖荣. 列车通过时轨道结构振动分析. 华东交通大学学报, 1994, 11 (3): 40~52
- 8 郑兆昌. 机械振动 (上册). 北京: 机械工业出版社, 1980
- 9 付志方. 振动模态分析与参数识别. 北京: 机械工业出版社, 1990

Effects of Ballast Thickness on Rail Track Structure

Song Gonghe Sheng Xiaozheng Lei Xiaoyan

(Department of Civil Engineering)

Abstract

A dynamic finite element model for system of wheel-rail-ballast is proposed in the paper. In this computational model, the rails are discretized into plane beam elements in which the ballast is considered as additional degrees of freedom. This treatment makes it possible for us to assemble the stiffness, damp and mass of the ballast on the element level, which greatly reduces the bandwidth of the total stiffness matrix. As an application example, the dynamic responses of rail track structure with different ballast thickness are analyzed and some preliminary conclusions are obtained.

Key words Ballast; Rail track structure