

系, 当主、从结构为单自由度, 采用如图 1 所示的力学模型。

图中: K_p, C_p, m_p —— 分别为主结构的刚度阻尼系数和质量;

K_s, C_s, m_s —— 分别为从属结构的刚度阻尼系数和质量;

K_c —— 耦联作用弹簧反映两部分的相互作用;

$\ddot{X}_g$ —— 地面水平运动加速度。

由图示的力学模型, 可得系统的运动微分方程为

$$\left. \begin{aligned} m_p \ddot{X}_p + C_p \dot{X}_p + (K_p + K_c) X_p - K_c X_s &= m_p \ddot{X}_g, \\ m_s \ddot{X}_s - C_s \dot{X}_s + (K_s + K_c) X_s - K_c X_p &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

主从系统的动能分别为

$$\left. \begin{aligned} E_p &= \frac{1}{2} m_p \dot{X}_p^2, \\ E_s &= \frac{1}{2} m_s \dot{X}_s^2. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

若设地震输入 $\ddot{X}_g$ 为高斯平稳滤波白噪声过程, 其功率谱密度为 $S_{\ddot{X}_g}$, 由随机振动理论可得到主从系统动能的均值为

$$\begin{aligned} \langle E_p \rangle &= \frac{1}{2} m_p \langle \dot{X}_p^2(t) \rangle = \frac{1}{4\pi} m_p \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{X}_p} d\omega \\ &= \frac{S_{\ddot{X}_g}}{4m_p} \cdot \frac{\Delta_s [(\omega_p^2 - \omega_s^2)^2 + (\Delta_p + \Delta_s)(\Delta_p \omega_p^2 + \Delta_s \omega_s^2)] + K^2(\Delta_p + \Delta_s)}{\Delta_p \Delta_s [(\omega_p^2 - \omega_s^2)^2 + (\Delta_p + \Delta_s)(\Delta_p \omega_p^2 + \Delta_s \omega_s^2)] + K^2(\Delta_p + \Delta_s)^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \langle E_s \rangle &= \frac{1}{2} m_s \langle \dot{X}_s^2(t) \rangle = \frac{1}{4\pi} m_s \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{X}_s}(\omega) d\omega \\ &= \frac{S_{\ddot{X}_g}}{4m_p} \cdot \frac{K^2(\Delta_p + \Delta_s)}{\Delta_p \Delta_s [(\omega_p^2 - \omega_s^2)^2 + (\Delta_p + \Delta_s)(\Delta_p \omega_p^2 + \Delta_s \omega_s^2)] + K^2(\Delta_p + \Delta_s)^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\omega_p^2 = (K_p + K_c)/m_p$; $\omega_s^2 = (K_s + K_c)/m_s$;

$\Delta_p = C_p/m_p$; $\Delta_s = C_s/m_s$;

$K^2 = K_c^2/m_p m_s$ —— 两部分间的耦联系数。

由所给定的主从系统的质量比 μ , 阻尼系数 C_i , 刚度 K_i 以及耦联系数 K , 便可得到主从系统的动能 E_p, E_s , 系统的能量比为

$$E_s/E_p = \frac{K^2(\Delta_p + \Delta_s)}{\Delta_s [(\omega_p^2 - \omega_s^2)^2 + (\Delta_p + \Delta_s)(\Delta_p \omega_p^2 + \Delta_s \omega_s^2)] + K^2(\Delta_p + \Delta_s)^2} \quad (5)$$

当 $\xi_s = \xi_p = 0.01$; $\mu = 0.001$; $\omega_p = 5 \text{ rad/s}$; $K/\omega_p^2 = 0.01$ 时, 其比值如图 2 所示。

从图中可以看到, 当主从系统的频率比在 1 附近时, 主系统的能量 E_p 有明显下降, 而从属系统的能量则显著增加。表明了由于调谐影响, 主系统有较多的能量传给从属系统。特别当 $\omega_s/\omega_p = 1$ 时, 主从系统的能量比为

$$E_s/E_p = \frac{K^2}{\Delta_s \omega^2 (\Delta_p + \Delta_s) + K^2} = \frac{1}{\frac{\Delta_s \omega^2 (\Delta_p + \Delta_s)}{K^2} + 1} \quad (6)$$

若耦联系数很大, 而系统的阻尼很小, 则 E_s 与 E_p 接近。因此, 从属系统将产生比主系统大得多的反应, 使从属系数在不太大的地震作用下产生破坏。

当 ω_s/ω_p 距 1 较远 ($\omega_s/\omega_p < 0.8$ 或 $\omega_s/\omega_p > 1.2$), 主从系统能量改变较小, 从属系统的能量

亦较小.

1.2 两自由度模型

当主结构为两个自由度,而从属系统仍为单自由度,由于 $m_s \ll m_p$,故从属系统对主结构的动力特性影响很小.在主结构的动力特性分析中可首先忽略这种影响,若主结构的自振频率及相应模态为

$$\left. \begin{aligned} &\{\omega_{p1}, \omega_{p2}\}, \\ &\{\Phi_{p1}, \Phi_{p2}\}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

则可得到主结构在相应的模态下的质量、刚度以及阻尼值.主从结构间在外部作用下的动力方程为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_{p1} + \Delta_{p1}\dot{q}_{p1} + \omega_{p1}^2 q_{p1} + m_{p1}\ddot{q}_s &= -\eta_{p1}f(t), \\ \ddot{q}_{p2} + \Delta_{p2}\dot{q}_{p2} + \omega_{p2}^2 q_{p2} + m_{p2}\ddot{q}_s &= -\eta_{p2}f(t), \\ \ddot{q}_s + \Delta_s\dot{q}_s + \omega_s^2 q_s + m_{p1}\ddot{q}_{p1} + m_{p2}\ddot{q}_{p2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

若 ω_s/ω_{pi} 接近 1,那么对从属系统起主要影响的是 ω_{pi} 所对应的模态.这时可近似只考虑该频率的作用,而将另一频率的影响忽略,这时主从系统就转为单自由度体系,可按上节方式分析.

在一般情况下,由随机振动理论可得到从属系统的能量

$$E_s = \eta_{p1}^2 E_1 + \eta_{p2}^2 E_2 + 2\eta_{p1}\eta_{p2}E_3. \quad (9)$$

$$\text{式中 } E_l = \frac{\pi S_o}{C_o} \cdot \frac{B_o^l A_1 + B_1^l(A_2) + B_2^l A_3}{C_1 A_1 - C_3 A_2 + C_5 A_3}, \quad (l = 1, 2, 3) \quad (10)$$

$$B_o = \begin{Bmatrix} B_o^{(1)} \\ B_o^{(2)} \\ B_o^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{p1}^2 \\ m_{p2}^2 \\ m_{p1}m_{p2} \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

$$B_1 = \begin{Bmatrix} B_1^{(1)} \\ B_1^{(2)} \\ B_1^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{p1}^2(\Delta_{p2}^2 - 2\omega_{p2}^2) \\ m_{p2}^2(\Delta_{p1}^2 - 2\omega_{p1}^2) \\ m_{p1}m_{p2}(\Delta_{p1}\Delta_{p2} - \omega_{p1}^2 - \omega_{p2}^2) \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

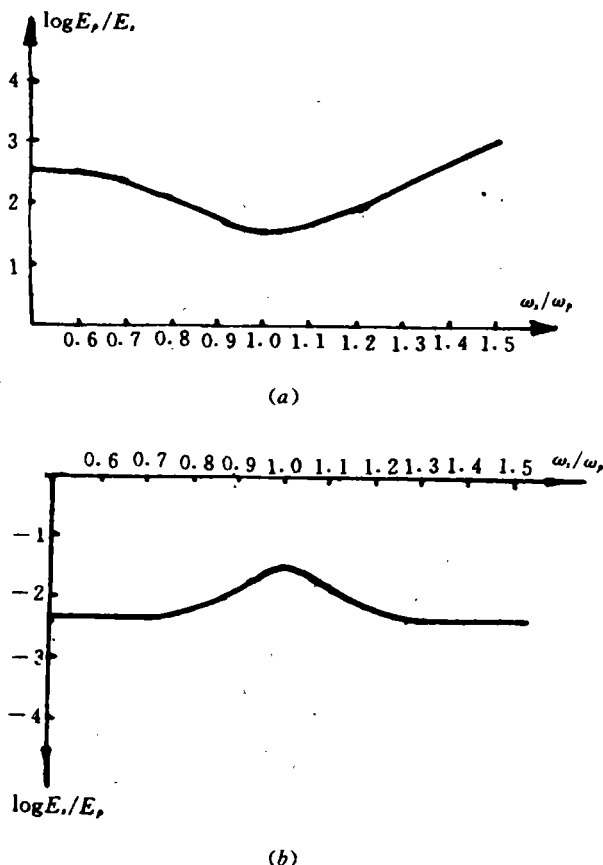


图2 系统频率比与能量比的关系曲线

$$B_2 = \begin{Bmatrix} B_2^{(1)} \\ B_2^{(2)} \\ B_2^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{p1}^2 \omega_{p2}^4 \\ m_{p2}^2 \omega_{p1}^4 \\ m_{p1} m_{p2} \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2 \end{Bmatrix}, \quad (13)$$

$$\begin{cases} A_1 = C_6(C_2 C_3^2 + C_1^2 C_6 - C_1 C_2 C_5 - C_1 C_3 C_4) - C_5(C_2 C_3 C_4 + C_6 C_4 C_5 \\ \quad + C_1 C_2 C_6 - C_0 C_3 C_6 - C_2^2 C_5 - C_1 C_4^2), \\ A_2 = C_0(C_3^2 C_6 - C_1 C_5 C_6 - C_3 C_4 C_5 + C_2 C_3^2), \\ A_3 = C_0(C_1 C_3 C_6 + C_0 C_5^2 - C_1 C_4 C_5). \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} C_0 = 1 - m_{p1}^1 - m_{p2}^1, \\ C_1 = \Delta_1 + \Delta_{p1}(1 - m_{p2}^2) + \Delta_{p2}(1 - m_{p1}^2), \\ C_2 = \omega_1^2 + \omega_{p1}^2(1 - m_{p2}^2) + \omega_{p2}^2(1 - \omega_1^2) + \Delta_1(\Delta_{p1} + \Delta_{p2}) + \Delta_{p1}\Delta_{p2}, \\ C_3 = \Delta_1(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2 + \Delta_{p1}\Delta_{p2}) + m_{p1}^2(\Delta_{p1} + \Delta_{p2}) + \Delta_{p1}\omega_{p2}^2 + \Delta_{p2}\omega_{p1}^2, \\ C_4 = \Delta_1(\Delta_{p1}\omega_{p2}^2 + \Delta_{p2}\omega_{p1}^2) + \omega_1^2(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2 + \Delta_{p1}\Delta_{p2}) + \omega_{p1}^2\omega_{p2}^2, \\ C_5 = \Delta_1(\omega_{p1}^2\omega_{p2}^2 + \omega_1^2(\Delta_{p1}^2\omega_{p2}^2 + \Delta_{p2}\omega_{p1}^2)), \\ C_6 = \omega_1^2\omega_{p1}^2\omega_{p2}^2. \end{cases} \quad (15)$$

1.3 多自由度模型

当主结构为多自由度系统,与两自由度情况相同,可求出系统的自振频率及相应模态。若 ω_i/ω_{pi} 接近 1,与两自由度情况类似,仅考虑该频率的作用,而忽略其它部分的影响。一般情况下,设 $\omega_{pi-1} < \omega_i < \omega_{pi}$,这时若仅考虑 ω_{i-1} 与 ω_i 所对应的的影响,则可能产生较大的误差。为减小这种误差,由最小二乘法原理,根据文献[2] 频率缩聚的方法,按 $\min(\omega_i^2 - \omega_{pi}^2)$ 的原则,保留 ω_{pi} ,将其余频率向 ω_{pi} 附近缩聚,得到相应等效值

$$\begin{cases} m_{pe} = \left(\sum_{i=1}^{n-1} m_{pi}^2 \right)^{1/2}, \\ \eta_{pe} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{m_{pi}\eta_i}{m_{pe}}, \\ \omega_{pe} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{(m_{pi}\eta_i)^2}{\Delta_{pi}}}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{(m_{pi}\eta_i)^2}{\Delta_{pi}\omega_{pi}^2}} \right]^{1/2}, \\ \Delta_{pe} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (m_{pi}\eta_i)^2}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{(m_{pi}\eta_i)^2}{\Delta_{pi}}} \end{cases}, \quad (16)$$

划为两自由度体系,则可按上节方法分析。

2 耗能减振分析

2.1 能量传递及从属系统的耗散

中国知网 <http://www.cnki.net> 当从属系统为 TMD 装置,可利用该装置的吸能及耗能作用减小主结构的地震反应,控制

主结构的振动. 系统间能量的传递以及从属结构的耗能能力对这种控制作用有很大的影响.

对图1所示的主从系统, 主结构传递到从属系统能量均值为

$$U_p = K_c \langle \dot{X}_p^{(w)} \dot{X}_c^{(w)} \rangle = \frac{1}{2\pi} K_c \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{X}_p \dot{X}_c}(\omega) d\omega, \\ = \frac{S_0}{2m_p} \cdot \frac{\Delta_p K^2 (\Delta_p + \Delta_c)}{\Delta_p \Delta_c [(\omega_p^2 - \omega_c^2)^2 + (\Delta_p + \Delta_c)(\Delta_p \omega_p^2 + \Delta_c \omega_c^2)] + K^2 (\Delta_p + \Delta_c)} = 2\Delta_c E_p. \quad (17)$$

从属系统的能量耗散为

$$U_c = C_c \langle \dot{X}_c^{(w)} \rangle = 2 \frac{C_c}{m_c} \frac{1}{2} m_c \langle \dot{X}_c^{(w)} \rangle = 2\Delta_c E_p. \quad (18)$$

主结构向从属系统传递的能量及从属系统所耗能量都与系统间的耦联系数以及从属系统的阻尼特性有关. 当从属系统的阻尼值较大, 能将主结构所传来的能量全部耗散, 即没有反向传递, 则从式(17)(18)可看到有

$$U_c = U_p. \quad (19)$$

2.2 TMD 装置耗能对主结构的影响

独立主结构系统, 其振动方程的一般形式为

$$m_p \ddot{X}_p + C_p \dot{X}_p + K_p X_p = -m_p \ddot{X}_c. \quad (20)$$

结构的动能均值为

$$E_p = \frac{1}{2} m_p \langle \dot{X}_p^2 \rangle = \frac{m_p}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{X}_p \dot{X}_p}(\omega) d\omega = \frac{S_0}{4m_p} \frac{1}{\Delta_p}, \quad (21)$$

与考虑 TMD 装置情况下(3)式之比为

$$E_p/E'_p = \frac{\{\Delta_c [(\omega_p^2 - \omega_c^2)^2 + (\Delta_p + \Delta_c)(\Delta_p \omega_p^2 + \Delta_c \omega_c^2)] + K^2 (\Delta_p + \Delta_c)\} \Delta_p}{\Delta_p \Delta_c [(\omega_p^2 - \omega_c^2)^2 + (\Delta_p + \Delta_c)(\Delta_p \omega_p^2 + \Delta_c \omega_c^2)] + K^2 (\Delta_p + \Delta_c)^2} \\ = \frac{K^2 (\Delta_p + \Delta_c) \Delta_c}{\Delta_p \Delta_c [(\omega_p^2 - \omega_c^2)^2 + (\Delta_p + \Delta_c)(\Delta_p \omega_p^2 + \Delta_c \omega_c^2)] + K^2 (\Delta_p + \Delta_c)^2}. \quad (22)$$

特别当 $\omega_p = \omega_c = \omega$ 时

$$E_p/E'_p = \frac{\Delta_p \Delta_c (\Delta_p + \Delta_c) \omega^2 + K^2 \Delta_p}{\Delta_p \Delta_c (\Delta_p + \Delta_c) \omega^2 + K^2 (\Delta_p + \Delta_c)} \\ = 1 - \frac{K^2 \Delta_c}{\Delta_p \Delta_c (\Delta_p + \Delta_c) \omega^2 + K^2 (\Delta_p + \Delta_c)} < 1. \quad (23)$$

从(22)、(23)式可以看出, 设有 TMD 系统后, 主结构能量总是小于没有 TMD 装置情况下的能量. 其下降程度随系统间的耦联系数以及 TMD 系统的阻尼值的增大而增大, 因而在 TMD 装置的设计中, 不仅要考虑频率特性, 还应注意装置与结构之间的耦联关系.

仍以图2中的有关数值为例, 可得到不同频率比和不同耦联系数情况下 E_p/E'_p 的关系曲线见图3及图4

从图中可以看出, 频率比在1时

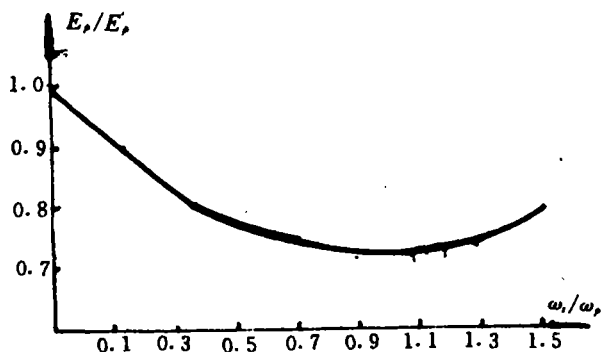


图3 不同频率比时主结构能量变化曲线

控制装置的消耗作用达到最大. 而耦合系数的影响, 则是随 K 增大, 使 E_p/E_s 以 0.5 为其渐近线. 因 K 是系统间连接与质量之比值, 实际上不可能太大. 从分析中可以看到当 K 在 0.3 左右时, 主结构能量降低 30% 左右.

3 结 论

通过对主从体系在随机作用下的能量分析, 可以看到从属系统的动力

反应不仅与随机作用大小、主从系统频率比有关, 还与相互间的耦联作用有关. 因此, 为了减小从属系统在地震作用下的动力反应, 不仅应使其频率与主结构频率有一定的距离, 还应在保证连接可靠的基础上, 减小连接刚度, 以减少过多的能量传递.

另一方面, 当从属系统为 TMD 减振装置时, 为充分发挥其耗能作用, 就应使耦联系数尽可能的大, 保证有相当的能量传递到 TMD 系统, 从而达到减小主结构的振动.

参 考 文 献

- 1 Lai M L. Soong T T. Statistical Energy Analysis of Primary-Secondary Structural Systems. J. Engrg Mech., ASCE, 1990, 116(10): 230~250
- 2 Cher G Soong T T. Energy-based Dynamic Analysis of Secondary Systems. J. Engrg. Mech., ASCE, 1994, 120(3): 514~533
- 3 徐海燕. 附属体系的抗震可靠性分析. 华东交通大学学报, 1992, 9(2): 136~140
- 4 甘动琛, 谢世浩编著. 随机振动的基本理论与应用. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1982

The Analysis of Dynamics of Primary-Secondary Structure and Structure Control

Xu Haiyaw Qin Ming

(Civil Engineering Department)

Abstract In this paper the dynamic response of primary-secondary structure to random action has been analysed based on energy. The reason why the secondary structure is easier to damage than the primary one in earthquake has been given. To make some improvement, a proposal for the primary-secondary joining is put forward. And then the effect of TMD system on the energy dissipation and shock absorption is analysed.

Key words primary-secondary structure; energy; control

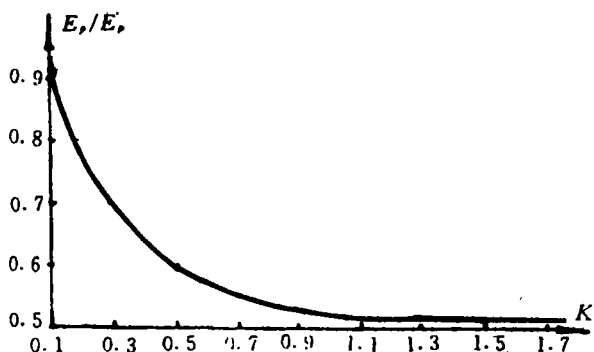


图 4 不同耦联系数主结构的能量变化曲线