

齿轮温度场的有限元方法

刘正平

(机械工程系)

摘要 介绍了一种能在PC机上实现的计算齿轮三维本体温度场的有限元方法,包括物理模型的建立、有限元方程组、边界条件的处理等,最后给出了计算实例。

关键词 齿轮;温度场;有限元

分类号 TH132.41;O242.21

0 引言

在各种动力传递中,用得最多的是齿轮副传动方式。为使传动平稳,减少噪声和延长齿轮寿命,在重要的齿轮传动中必须对轮齿进行修形,以补偿传动过程中产生的变形,保证最佳的工作状态。工作过程中轮齿的变形可分为弹性变形和热变形两部分。在考虑一般齿轮的修形时,往往不考虑热变形,然而,对高速、重载齿轮来说,轮齿的热变形是不可忽略的。要知道轮齿热变形的大小,首先必须确定齿轮的本体温度场。齿轮的表面温度可用测试方法得到,但其内部温度的分布只能用计算方法得到。文献[1,2]曾用有限元方法对直齿轮的本体温度场进行了计算,但均未给出具体的有限元方程组,且计算都是在大型机上完成的。本文旨在推导有限元方程组,并试探在微机上实现用有限元方法计算齿轮三维本体温度场的可能性。

1 齿轮温度场的物理模型

齿轮传动达到稳定状态之后,齿轮的摩擦发热和冷却散热趋于平衡,这时对同一齿轮上的所有齿,在齿轮每转一周的过程中,它们所经历的过程是完全相同的,所以,在研究齿轮温度场时,可以取单个齿来进行研究。又根据文献[1,2]的计算结果,

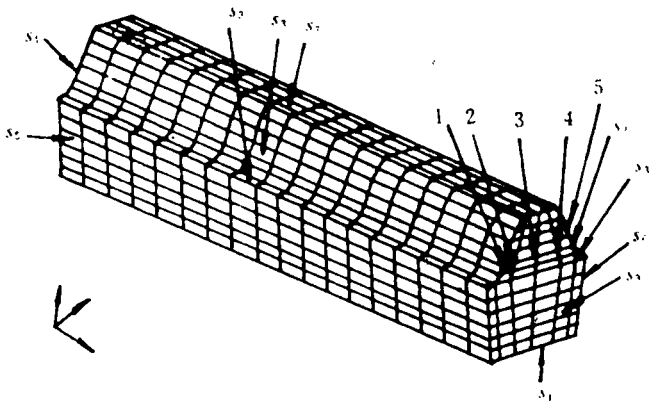


图1 三维有限元剖分图

轮体部分的温度在达到齿根圆以下一定深度(约 2.5 个模数)之后,其温度值不再发生变化,亦即计算时可只取轮体一部分(如取齿根圆以下三个模数的轮体)参与运算. 齿轮温度场的物理模型如图 1 所示,边界 s_1 视为绝热面;如果载荷沿轴向均匀分布,可只取一半齿宽参与计算,中截面 s_4 视为绝热面,否则 s_4 为端面.

2 有限元方程组

图 1 所示的物理模型属于定常热交换问题,其微分方程和边界条件在直角坐标系 $x_i (i = 1, 2, 3)$ 中可表示为:

$$(kT_{,i})_{,i} = 0, \quad (V \text{ 内}) \quad (1)$$

$$kn_i T_{,i} + q + h(T - T_a) = 0, \quad (s_2 \text{ 上}) \quad (2)$$

$$kn_i T_{,i} + h(T - T_a) = 0, \quad (s_3 \text{ 上}) \quad (2a)$$

$$kn_i T_{,i} = 0, \quad (s_1 \text{ 上}) \quad (2b)$$

$$kn_i T_{,i} = 0 \quad \text{或} \quad kn_i T_{,i} + q + h(T - T_a) = 0, \quad (s_4 \text{ 上}) \quad (2c)$$

$$kn_i T_{,i}|_{s_3} = kn_i T_{,i}|_{s_4}, \quad (2d)$$

$$T|_{s_3} = T|_{s_4}. \quad (2e)$$

式中: T 为待求的温度; k 为导热系数; h 为散热系数; T_a 为环境温度; q 为输入齿轮的摩擦热流.

方程的离散化可用伽了金方法推导,其结果如下:

$$T^{(e)} = N^{(e)} T^{(n)} \quad (V_m \text{ 内}) \quad (3)$$

$$\underline{K} \underline{T} = \underline{R} \quad (4)$$

$$\underline{K} = \underline{K}_1 + \underline{K}_3 \quad (4a)$$

$$\underline{R} = -\underline{R}_2 - \underline{R}_3 - \underline{R}_5 - \underline{R}_6 \quad (4b)$$

$$\underline{K}_1 = \sum_m \int_{V_m} \underline{B}^{(e)} \underline{D} \underline{B} \, dV_m \quad (4c)$$

$$\underline{K}_3 = \sum_{s_3} \int_{s_3} \underline{h} \underline{N} \underline{N}^{(e)} \, ds_3' \quad (4d)$$

$$\underline{R}_2 = \sum_{s_2} \int_{s_2} \underline{q} \underline{N} \, ds_2' \quad (4e)$$

$$\underline{R}_3 = \sum_{s_3} \int_{s_3} \underline{h} \underline{T}_a \underline{N} \, ds_3' \quad (4f)$$

$$\underline{R}_5 = \sum_{s_5} \int_{s_5} \underline{q}_5 \underline{N} \, ds_5 \quad (4g)$$

$$\underline{R}_6 = \sum_{s_6} \int_{s_6} \underline{q}_6 \underline{N} \, ds_6 \quad (4h)$$

$$B_{ej} = N_{e,j} \quad (4i)$$

$$D_{ij} = k \delta_{ij} \quad (4j)$$

式中: $(\underline{\quad})$ 表示矩阵; $(\underline{\quad})$ 表示列向量; $s_3' = s_2 + s_3$; m 表示单元序号; N 为形状参数.

上式中由于 $q_5 = -q_6$, 且 R_5 与 R_6 只参与对称面上节点对应的载荷向量的合成, 经推导, 在求解图1所示模型的温度场时, R_5 、 R_6 没有必要计算其具体数值, 可用 0 代替。

3 有限元单元剖分

在三维计算中, 可采用六面体剖分(图1)。其节点坐标的计算可由程序自动完成。六面体 8 节点等参元(图2)的形状参数为:

$$N_i = 0.125(1 + \xi_i \xi)(1 + \eta_i \eta)(1 + \zeta_i \zeta), \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (5)$$

式中: (ξ_i, η_i, ζ_i) 为图2中节点 i 的坐标。

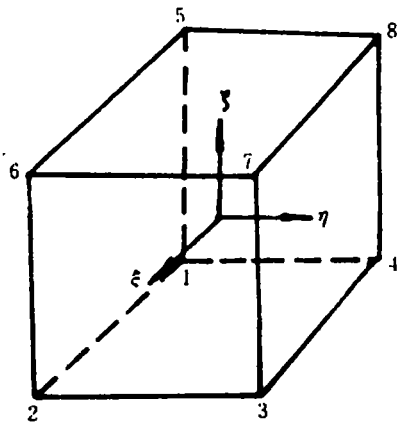


图2 六面体等参元

4 边界条件

边界条件的处理是用有限元法求解齿轮温度场中的重要问题, 求得的解是否符合工程实际, 在很大程度上取决于边界上输入和输出的热量。然而摩擦热和散热系数的确定是非常困难和复杂的。

4.1 输入的摩擦热

接触区的摩擦热与润滑状态、表面性质、润滑油种类、接触区压力、温度、滑动速度等因素有关。接触区总的瞬时摩擦热可用下列简化公式计算: $q = \bar{p} \cdot f \cdot v$ 。

(6) 式中: $\bar{p}$ 为平均赫兹压力; f 为摩擦系数; v 为相对滑动速度。

平均赫兹压力必须根据轮齿上作用的实际载荷计算。当两对齿同时参与啮合时, 必须根据两对齿的变形协调关系计算每一对轮齿上作用的实际载荷。轮齿的变形包括弯曲变形、剪切变形、接触弹性变形和热变形等。热变形与齿轮本体温度有关, 必须迭代求解。在考虑两对齿的变形协调关系时, 齿形误差及轮齿间的原始侧隙不可忽略。

摩擦系数的确定是一个复杂的问题, 在目前尚未有精确可靠的摩擦系数计算方法的情况下, 本文采用机械工程手册中提供的数据参与计算。

由(6)式计算出的摩擦热为一对轮齿啮合区的总热量。考虑到润滑油的导热系数远小于轮齿的导热系数, 故本文认为热量全部传入齿轮, 且热量在两个轮齿间的分配, 可近似地认为与齿轮散热面积成正比, 而齿轮的散热面积又近似地正比于两轮的齿数, 故热量分配系数 $\gamma(q_1/q_2)$ 可近似地取为 $\gamma = z_1/(z_1 + z_2)$ 。

(6) 式计算的是瞬时摩擦热, 只存在于啮合的一瞬间, 也就是说在齿轮转动的过程中, 摩擦热的大小及位置是沿齿面变化的。但这一变化对同一齿轮上各工作齿面都是一样的。在齿轮运转达到稳定状态时, 为了计算上的简化, 对齿轮上的任意齿, 工作齿面上各点热量的瞬时输入可转化为在齿轮转动一周内的延续输入^[3]。以齿轮1为研究对象, 设齿1上某啮合处的接

触半带宽为 b , 齿面线速度为 V_{n1} , 轮 1 的角速度为 ω_1 , 则有

$$q_1 = b\omega_1 q_1 / (\pi V_{n1}) \quad (7)$$

式中: q_1 即为任意啮合点在齿轮转动一周的过程中输入齿轮 1 的平均摩擦热, 其中 b, V_{n1} 及 q_1 均为啮合点位置的函数。

4.2 放热系数

一般说来, 齿轮的放热系数主要取决于齿轮的结构形状和冷却方式, 高速齿轮传动一般采用喷油方式冷却, 齿轮端面放热系数(h_e)可按旋转圆盘来计算, 齿顶和齿侧面喷油冷却部分的放热系数(h_s)也有相应的计算公式, 但计算出的数值与实际情况相差较大^[3~5]。求解温度场时, 最好采用试验数据。

5 计算实例

笔者采用 C 语言编程, 其算法已在 PC—486(内存 4M) 微机上实现: 程序由前处理部分、有限元计算部分和后处理部分组成。前处理部分能自动准备有限元计算部分所需的数据。后处理部分可用来分析有限元计算部分的结果, 输出所需断面的等温线图。各部分程序可依次单独运行, 采用数据文件传递数据。代入文献[2]列出的参数进行计算, 结果一致, 证明了所编程序

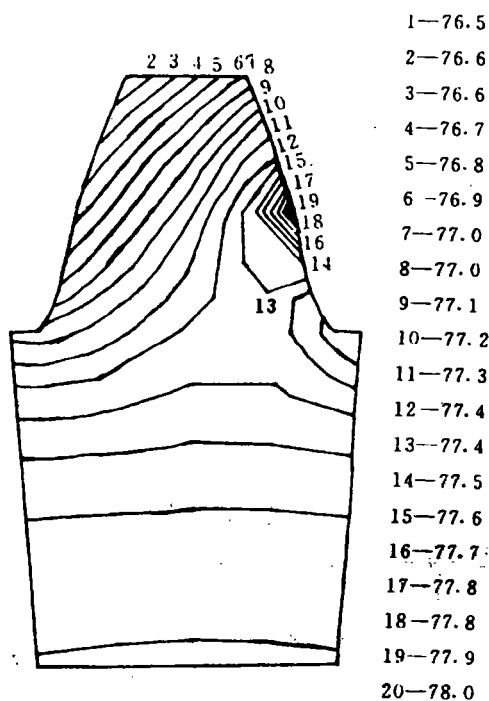


图 3 算例中截面等温线图

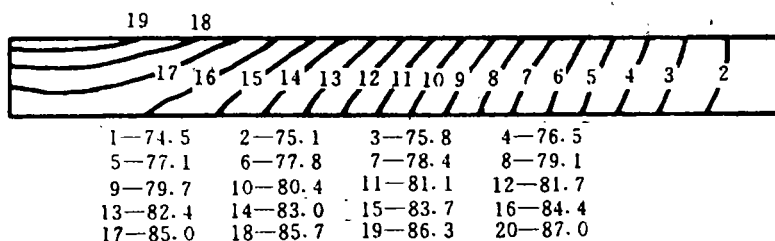


图 4 算例横截面等温线图

的正确性。图 3、图 4 列出了其中一组参数的计算结果, 其所用参数见表 1(假设载荷沿齿宽线性分布)。

表1 算例参数表

齿轮材料	45号钢	功率 $P(\text{KW})$	2000
齿数 Z_1, Z_2	46, 93	转速 $n_1 (\text{r/min})$	14420
模数 $m(\text{mm})$	3.5	导热系数 $k(\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$	48.0
齿宽 $WD(\text{mm})$	60	散热系数 $h_j, h_c(\text{W/m}^2 \cdot \text{K})$	200, 140
变位系数 x_1, x_2	0.26, -0.26	摩擦系数 f	0.06
齿倾角 β	0	环境温度 $T_a(^{\circ}\text{C})$	40

6 小 结

本文给出了计算齿轮三维本体温度场的有限元方程组, 并通过编程实践, 在微机上实现了齿轮三维本体温度场的解析计算. 但由于所用微机运行速度及内存的限制, 笔者在求解轮齿间平均赫兹应力时, 未能将热变形的影响考虑在内.

程序由三个相对独立的模块所组成, 且三个模块可依次单独运行. 修改前处理模块之后, 可用于斜齿轮三维本体温度场的计算, 其关键在于输入摩擦热量的确定.

参 考 文 献

- 1 王统. 用有限元方法分析估算直齿轮的体积温度. 上海交通大学学报, 1981, (4): 53~72
- 2 张言羊等. 直齿圆柱齿轮三维本体温度场和热变形的研究. 西安交通大学学报, 1990, 24(4): 25~30
- 3 Townsend D P, Akin L S. Analytical and Experimental Spur Gear Tooth Temperature as Affected by Operating Variables. Journal of Mechanical Design, 1981, (1): 219~226
- 4 Dewinter A, Blok H. Fling-Off Cooling of Gear Teeth. In: Journal of Engineering for Industry, Transactions of ASME, 1974, 60~70
- 5 Heijningen G J J, Blok H. Continuous as Against Intermittent Fling-Off Cooling of Gear Teeth. In: Trans. of AMSE, J. of Lub. Tech., 1974, 529~538
- 6 Bathe K J, Khoshgoftaar M R. Finite Element Formulation and Solution of Nonlinear Heat Transfer. Nuclear Engineering and Design, 1979, (51): 389~401
- 7 陶燕光等. 高速齿轮热变形修形的试验研究. 齿轮, 1988, 12(2): 25~28

Finite Element Method for 3-D Bulk Temperature of Spur Gear

Liu Zhengping

(Department of Mechanical Engineering)

Abstract Finite element method for 3-D bulk temperature of spur gear is discussed in this paper. The emphasis is placed on the discussion how to built the model, finite element equations, boundary conditions, etc.

Key words gear; temperature; finite element