

考虑频率变化的粘弹性支撑参数对转子轴振动响应的影响

熊国良 王小明 徐尤南 宁 莉

(机械工程系)

摘 要 在考虑频率参数的条件下, 计算了粘弹性支撑参数的变化规律, 设计了计算转子轴系统不平衡响应的程序. 计算结果表明, 合理地选择粘弹性支撑参数, 可以在较宽的频域内降低转子轴系统的不平衡响应.

关键词 粘弹性支撑; 转子轴系统; 不平衡响应

分类号 TH133.3

1 概 述

在控制转子系统动态响应方面, 支承处的外加阻尼被认为是有效的^[1,2], 不过这些外加阻尼都是粘性阻尼.

高速转子系统中, 早期的理论研究^[3]发现: 合理地选择粘弹性支撑参数有可能大大地降低转子轴系统的不平衡响应. 在谐振条件下, 粘弹性元件的特性由复合刚度 $\bar{K} = K(1 + i\eta)$ 表示, 其中, K 为同相刚度, η 为材料的损耗因子^[4]. 对于大多数可用的粘弹性材料来说, 在使用频率范围内, K 随频率增加而增加, 而 η 既可增加也可减少, 其变化主要取决于材料的类型. 由于文献[3]中并没有对与频率相关的影响因素进行分析, 为此, 本文将在此基础上开展研究, 以决定合理的粘弹性支撑的材料与结构参数, 减小转子不平衡响应.

2 理论分析

图1所示为分析时所采用的系统简图. 在该系统中, 转子固定在一根无质量轴的中部, 轴的两端支承在带有粘弹性支撑的线弹性轴上.

系统的运动方程为

$$M_1 z + K_{szs} = M_1 e r \omega^2 e^{i\omega t}, \quad (1)$$

$$K_{bzj} + C_{bzj} - K_{szs} = 0, \quad (2)$$

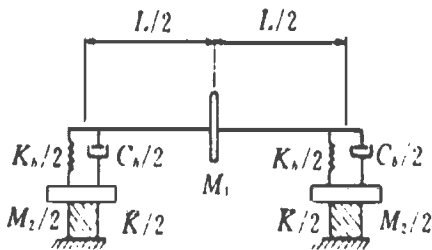


图1 转子轴系统分析示意图

$$M_2 z'' + K z - K_s z_s = 0. \quad (3)$$

其中: M_1 — 转子质量;

K_b — 两个轴承的总刚度;

C_b — 两端轴承的总粘性阻尼系数;

M_2 — 两支撑的总质量;

K_s — 轴在转盘处的刚度;

K — 支撑的总复合刚度. 且 $K = K(1 + i\eta)$.

其中: K — 支撑的同相刚度;

η — 粘弹性阻尼的损耗因子.

此外, e_r — 转盘质量偏心;

z_1 — 转子的位移;

z_j — 轴颈相对于支撑的位移;

z_2 — 支撑的位移;

ω — 旋转角速度;

z_s — 轴在转子位置相对于轴端的相对位移.

设方程的解为:

$$z_1 = Z_1 e^{i\omega t}; \quad z_j = Z_j e^{i\omega t}; \quad z_2 = Z_2 e^{i\omega t}. \quad (4)$$

其中: Z_1, Z_j 和 Z_2 分别为对应位移的幅值. 三者之间的关系为:

$$Z_s = Z_1 - Z_j - Z_2. \quad (5)$$

各位移相对于不平衡力 $M_1 e_r \omega^2 e^{i\omega t}$ 的相位差分别为 Φ, φ, Ψ .

将方程(4)、(5)代入(1)~(3), 无量纲化求解后, 得

$$(1 - \delta) Z_1 - Z_j - Z_2 = e_r \delta, \quad (6)$$

$$Z_1 - [(1 + \beta + i^2 \xi \delta) Z_j - Z_2] = 0, \quad (7)$$

$$Z_1 - Z_j - [(1 - \alpha \delta + \beta) + i \beta \eta] Z_2 = 0. \quad (8)$$

其中: $\alpha = M_2/M_1$ 为质量比; $\beta = K_b/K_s$ 为轴承刚度比;

$\beta = K/K_s$ 为支撑刚度比;

$\delta = \omega/\omega_n$ 为无量纲频率参数, $\omega_n = \sqrt{K_s/M_1}$ 为系统的周向固有频率(假设为刚性支撑).

$\xi = C_b/C_c$ 为阻尼比, $C_c = 2M_1 \omega_n$ 为临界阻尼系数.

通过上述方程求解后, 可得出转子幅值比 $R_D = |Z_1|/e_r$.

为了求得无阻尼系统的固有频率, 设阻尼和外力为零, 则得特征方程如下

$$\alpha(1 + \beta)\delta - (\alpha\beta + \beta + \beta\beta + \beta)\delta + \beta\beta = 0. \quad (9)$$

由上式可求得两个无量纲固有频率 δ 和 δ_2 ($\delta_2 > \delta$).

3 程序设计与计算结果

程序设计是围绕着如何决定合理的粘弹性支撑参数与激励频率比 δ 之间的函数关系来进

行的,其关键在于求得 δ_1 、 δ_2 相对于 δ 的位置 (如图 2),也即求得差值 $\Delta\delta = \delta_1 - \delta$ 和 $\Delta\delta = \delta_2 - \delta$ 最终目的是在选择的频率范围内,获得较低的转子响应 R_D 。

设有某参数值为 $C (>0)$,则 C 与 $\Delta\delta_1$ 、 $\Delta\delta_2$ 比较可能存在以下四种关系:

关系 I: $\Delta\delta_1 < C$ 且 $\Delta\delta_2 > C$;

关系 II: $\Delta\delta_1 \geq C$ 且 $\Delta\delta_2 \geq C$;

关系 III: $\Delta\delta_1 > C$ 且 $\Delta\delta_2 < C$;

关系 IV: $\Delta\delta_1 < C$ 且 $\Delta\delta_2 < C$ 。

δ_1 、 δ_2 值与 β 值的选取有关,对于峰值响应,还受 η 值大小的影响。 η 值是一开始就给定好的,而 β 值需在计算过程中进行逐步调整,直到产生图 2 所示的结果为止。

按该算法进行计算时, β 的初值和调整步长 $\Delta\beta$ 随系统参数与激励频率 δ 一起依次输入。 $\Delta\beta$ 需反复调节,以得到尽可能平滑的粘弹性支撑参数随 δ 的变化关系。如果开始算出的结果是 $\Delta\delta \leq 0$,则需降低 β 的初值,直到 $\Delta\delta > 0$ 为止。关系 II 是找到合理粘弹性参数唯一可行的选择,因为在这种条件下, δ_1 、 δ_2 处的响应峰值 R_D 最小。当 δ 值变得很小,并且难以保证 $\Delta\delta \geq C$ 时,可选用关系 I。因此,为了避免产生高振幅值,就需要在低激励频率时,选用高损耗因子的材料。在本文算法中,关系 III 可以通过增加 β 值变为关系 II。而关系 IV 可以通过降低 C 值予以避免。

图 3 绘出了 $\alpha = 2.0$, $\beta = 2.0$, $\xi = 0$ 时系统的 $R_D - \delta$ 关系图。图中给出的两条曲线中,曲线 A 为假定支撑参数与频率无关,在整个频率范围内, $\beta = 2.0$, $\eta = 0.5$, R_D 是通过方程 (6) ~ (8) 计算出来的。曲线 B 为实际的粘弹性材料,即支撑参数 (β , η) 与频率相关。该曲线是通过本文算法得出来的。从图 3 可以看出,曲线 A 与文献 [3] 在相同参数下所得的结果完全相同。

在上述情况下,当 $\delta < 0.1$ 时,损耗因子最大值 $\eta_{\max}$ 一直保持为恒定值 0.5,但当 $\delta \geq 0.1$ 时,应按下式计算 η 值:

$$\eta = (\eta_{\max} / 10 \delta)^{1/2} \quad (10)$$

式 (10) 中假定,当 $\delta = 10$ 时, $\eta = \eta_{\max}$ 。图 4 表示了 $\eta - \delta$ 关系。

计算结果还表明,刚度系数 β 随 δ 而增加,如图 4 所示。

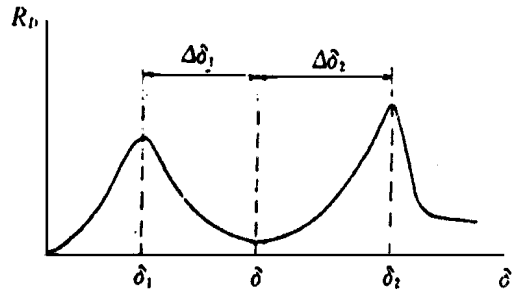


图 2 典型的转子响应随激励频率 δ 变化

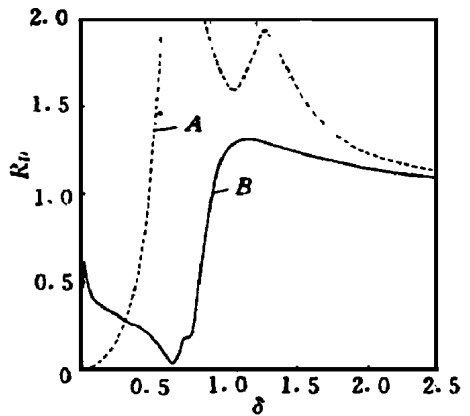


图 3 转子响应随频率参数的变化

A: 频率无关的参数变化

B: 频率相关的参数变化

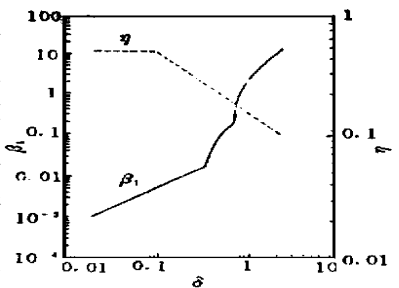


图 4 支撑刚度系数 β 和
损耗因子 η 与 δ 的关系

这与实际粘弹性材料情况相符.从文献[4]所给出的几种材料的性质可以看出,理想的频率相关特性与实际的粘弹性材料差别不大.

最后,通过本文算法还得出一个重要结论,即对于选定的 η 值,由方程(1)~(3)解出的共振频率和用方程(9)算出的 δ 、 δ 值之间差别很小,可以忽略不计. C_b 的情况与 η 类似.

4 结 论

通过采用合适的粘弹性支撑材料,有可能在较宽的频率范围内减小转子的不平衡响应.按照本文的算法,可以得到合理的频率相关支撑参数 β 和 η 值,也可以使选择的实际粘弹性材料与理想的材料特性更加接近.

参 考 文 献

- 1 Ota, H., and Kanbe, Y. "Effects of Flexible Mounting and Damping on the Synchronous Response of a Rotor-Shaft System", ASME Journal of Applied Mechanics, 1976, Vol. 98, pp. 144~149
- 2 Pilkey, W. P., Wang, B. P., and Vannoy, D., "Efficient Optimal Design of Suspension System for Rotating Shafts", ASME Journal of Engineering for Industry, 1976, Vol. 98, pp. 1026~1029
- 3 Nakra, B. C., and Tonder, K., "The Influence of Viscoelastically Supported Bearings on the Dynamic Response of a Rotor", Proc. EUROTRIB, Helsinki, 1989, pp. 446~451
- 4 Nashif, A. D., Jones, D. I. G., and Henderson, J. P., "Vibration Damping", John Wiley & Sons Inc, 1985

Unbalance Response Reduction of a Rotor-shaft System Using Viscoelastic Bearing Supports

Xiong Guoliang Wang Xiaoming Xu Younan Nin Li
(Mechanical Engineering Department)

Abstract The main focus of this paper is put on the investigation of reducing the unbalance response of a rotor-shaft system by using a suitable polymeric or viscoelastic bearing support. Based on the detailed analysis, a procedure is designed to determine the frequency dependence of viscoelastic support characteristics so that low unbalance response in a wide frequency range can be obtained and the support material can be chosen accordingly.

Key words viscoelastic support; rotor-shaft system; unbalance response