

用虚流量理论进行泵站 位置与扬程优化计算

方永忠 王 强

(土木工程系)

摘 要 现行的输配水系统优化设计方法只能用于单泵站系统的优化计算,且泵站位置必须事先确定,本文从数学模型入手进行了改进,提出了将泵站设于管段上的方案,使得泵站位置与扬程可以同时被优化¹⁹文章通过解多泵站输配水系统优化设计数学模型,提出了改进后的虚流量理论,同时给出了实例¹⁹.

关键词 泵站;优化计算;虚流量

分类号 TV 136. 2

0 引 言

在输配水系统中,泵站提供输水动力及用户要求的水压,泵站运行所需的电能占给水系统运行费用的 60% ~ 80%,因此,对泵站进行优化设计具有重要意义⁽¹³⁾

输配水系统中的泵站有两种形式:供水泵站和加压泵站,又称二级泵站和三级泵站⁽¹³⁾加压泵站有直接加压方式与间接加压方式之分⁽¹³⁾现行的输配水系统优化设计方法只能用于带有一个供水泵站的输配水系统优化设计,且泵站位置必须事先确定,因而在实际工作中几乎是行不通的⁽¹³⁾因为实际的输配水系统很多都是多水源和多泵站的,特别是对较远用户的供水往往采用加压方式,以免提高整个系统的水压⁽¹³⁾

泵站位置的优化也具有实用意义,特别是加压泵站的位置,因为泵站与管网是一个紧密联系的整体,通过设计者的经验或方案比较很难确定最佳的泵站位置⁽¹³⁾

输配水系统是一类大规模和非线性的系统,其设计计算非常复杂⁽¹³⁾目前,人们正在寻求输配水系统的计算机辅助设计,如果不提出一种具有实用性的优化设计方法,这项技术就难以深入发展⁽¹³⁾本文所提出的方法只是一个初步的解决方案⁽¹³⁾

1 输配水系统优化设计数学模型的改进

1.1 现行数学模型的缺陷

现行的输配水系统优化设计数学模型为

$$\text{Min } W = \left[\frac{1}{T} + \frac{P}{100} \right] \sum_{i=1}^M (a + bD_i^\alpha) l_i + PQ \sum_k k \frac{q_i^n l_i}{D_i^m} \quad (13)$$

式中 W —— 输配水系统年折算费用, 元;

P 、 T —— 输配水系统大修折旧率, %; 与设计投资偿还期, a;

M 、 Q —— 输配水系统管段数, 供水泵站供水设计流量;

D_i 、 l_i 、 q_i —— 管段 i 直径、长度, m; 设计流量, m^3/s ;

a 、 b 、 α —— 管段 i 单位长度管线造价公式参数;

k 、 n 、 m —— 管段水头损失指数公式参数;

P —— 供水泵站的单位动力费, 元 / $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}$; 用下式计算

$$P = 86000 \gamma E / \eta \quad (13)$$

γ 、 η 、 E —— 管段 i 上泵站能变系数、效率与电价, 元 / $\text{kw} \cdot \text{h}$ (13)

该数学模型有以下缺陷:

(1) 泵站设在节点上不合理, 因为泵站具有流量(输送流量)特性、阻力(水泵内部及连接管道)特性和改变水头(扬程)的特性, 这些特性与管段特性相同, 与节点则不同(13)将泵站设于管段上有利于进行数学处理(13)

(2) 只考虑了一个供水泵站, 只有一组经济指标 γ 、 η 、 E 和 P , 不能进行多泵站优化(13)

(3) 没有考虑水力平衡条件、用户水压要求等约束条件, 求解结果往往不能满足某些节点的用水压力要求(13)

(4) 泵站和控制点位置必须事先已知, 这在实际上往往很难做到(13)

1.2 改进后的数学模型

改进后的输配水系统优化设计数学模型为

$$\text{Min } W = \left[\frac{1}{T} + \frac{P}{100} \right] \sum_{i=1}^M (a + bD_i^\alpha) l_i + \sum_{i=1}^M P_i q_i h_{pi} \quad (1)$$

$$\text{S.t.} \begin{cases} \sum_j q_j + Q_j = 0; & j = 1, 2, 3, \dots, N \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} H_{Fi} - H_{Ti} = \frac{k q_i^n l_i}{D_i^m} - h_{pi}; & i = 1, 2, 3, \dots, M \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} H_{\min j} \leq H_j \leq H_{\max j}; & j = 1, 2, 3, \dots, N \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} h_{pi} \geq 0; & i = 1, 2, 3, \dots, M \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} D_i \geq 0; & i = 1, 2, 3, \dots, M \end{cases} \quad (6)$$

式中 N —— 输配水系统节点数;

F_i 、 T_i —— 管段 i 上端节点号与下端节点号;

h_i 、 h_{pi} —— 管段 i 水头损失及所设泵站扬程, m;

Q_j 、 H_j —— 节点 j 设计流量, m^3/s ; 节点水头, m;

$H_{\min j}$ 、 $H_{\max j}$ —— 节点 j 水头下界与上界, m;

P_i —— 管段 i 上泵站的单位动力费, 元 / $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}$; 用下式计算

$$P_i = 86000 \gamma E_i / \eta \quad (7)$$

γ_i, η_i, E_i ——管段 i 上泵站能变系数、效率与电价, 元 / $\text{kW} \cdot \text{h}$ (13)

数学模型中假设每条管段上都设有泵站, 这是一种数学处理, 经优化计算后如果泵站扬程为零, 则不设泵站, 否则设泵站(13)如果由于某种原因管段 i 上不允许设泵站, P_i 可取一很大的值, 使设泵站很不经济, 优化计算结果泵站扬程必为零(13)

约束条件 (2)、(3) 为输配水系统水力平衡条件, 即稳定流方程组; 式 (4) 是对节点水头的约束, 节点水头下界往往是用户最小自由水压要求或保证水池、水塔进水的最小高程等, 节点水头上界往往是管道最大承压能力或水池、水塔出水的最大高程等; 式 (5)、(6) 为非负技术约束(13)

1.3 泵站能量变化系数计算

泵站能量变化系数是一个重要的经济指标, 其计算精度直接影响泵站优化结果的准确性(13)为了便于计算, 将泵站扬程区分为静扬程 (h_{pi}') 与扬程 (h_{pi}'') 两部分:

$$h_{pi} = h_{pi}' + h_{pi}''(13)$$
(8)

对于泵站静扬程, 其耗能与流量一次方成正比; 对于泵站动扬程, 其耗能约与流量三次方成正比(13)假设流量在一定范围内变化, 在设计期内的变化系数为 k_z , 并假设泵站流量在其变化范围内均匀分布, 经泵站流量的时间重组(不影响能耗)后分布如图 1, 表示为

$$q_{it} = q_{imin} + \frac{q_i - q_{imin}}{T} t = (\frac{2}{k_z} - 1) q_i + 2(1 - \frac{1}{k_z}) q_i \frac{t}{T}(13)$$

经推导, 对应于泵站静扬程的能量变量系数为

$$\gamma' = \frac{1}{k_z};$$

对应于泵站动扬程的能量变量系数为

$$\gamma'' = \frac{(k_z - 1)^2 - 1}{k_z^3},$$

用加权法得

$$\gamma = \frac{h_{pi}'}{h_{pi}} \gamma' + \frac{h_{pi}''}{h_{pi}} \gamma''(13)$$
(9)

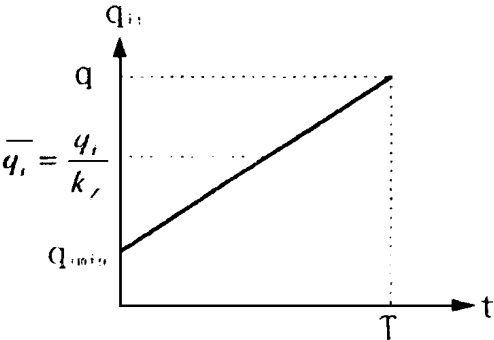


图 1 泵站流量假想分布

将上述数学模型中的约束条件式 (3) 代入目标函数 (1) 得

$$W = \sum_{i=1}^M \left\{ \left(\frac{1}{T} + \frac{p}{100} \right) \left[a + b \left(\frac{k q_i^n L_i}{H_{Fi} - H_{Ti} + h_{pi}} \right)^{\frac{\alpha}{m}} L_i + P_i q_i h_{pi} \right] \right\}, \quad (10)$$

此式中只有节点水头和泵站扬程两类变量(13)可以证明(略), 对于这两类变量, 目前函数的 Hessian 矩阵为正定阵, 因而是凸函数(13)又因约束条件式 (2)、(4)、(5)、(6) 是线性不等式, 根据最优化数学理论, 此类问题称为凸规划(13)凸规划问题的局部极小值点即为全局最小值点, 且从任意初始可行解出发, 只要沿目标函数的梯度方向下降, 必可达到满足约束条件的最优解(13)

$$\text{Min} \begin{cases} \left| \frac{\partial V}{\partial p_i} \right| = \left| \left(\frac{1}{T} + \frac{p}{100} \right) \frac{b\alpha}{mkq_i^n} \left(\frac{kq_i^n L_i}{H_{Fi} - H_{Ti} + h_{pi}} \right)^{\frac{\alpha+m}{m}} - P_i q_i \right|, & i = 1, 2, 3, \dots, M \\ \left| \frac{\partial V}{\partial H_j} \right| = \left| \sum_{i \in s_j} \pm \left(\frac{1}{T} + \frac{p}{100} \right) \frac{b\alpha}{mkq_i^n} \left(\frac{kq_i^n L_i}{H_{Fi} - H_{Ti} + h_{pi}} \right)^{\frac{\alpha+m}{m}} \right|, & j = 1, 2, 3, \dots, N \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{S.t.} \begin{cases} H_{\min j} \leq H_j \leq H_{\max j}, & j = 1, 2, 3, \dots, N \\ h_{pi} \geq 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (5)$$

为简化求解,令

$$f = mk / \left(\frac{1}{T} + \frac{p}{100} \right) b\alpha \quad (13)$$

$$n\phi = -m / (\alpha + m), \quad (14)$$

$$S_\phi = kf^{n\phi} q_i^{-\frac{n\alpha}{\alpha+m} L_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (15)$$

$$q_\phi^* = P_i q_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (16)$$

$$h_i^* = k(fP_i)^{-\frac{m}{\alpha+m} q_i^{-\frac{n\alpha}{\alpha+m} L_i}} = S_\phi q_\phi^{*n\phi} \quad (17) \quad i = 1, 2, 3, \dots, M$$

式中, f 为经济因素, $n\phi$ 为虚流量指数, S_ϕ 为管段虚阻, q_ϕ^* 和 h_i^* 分别为管段临界虚流量和临界水头差^[13]

由式(11) (5) 解得

$$h_{pi} = \begin{cases} 0 & H_{Fi} - H_{Ti} \geq h_i^* \\ h_i^* - (H_{Fi} - H_{Ti}) & (H_{Fi} - H_{Ti}) < h_i^* \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (18)$$

此式给出了管段两端节点水头确定时的优化条件,即设泵站的条件:当管段两端水头差小于临界水头差时设泵站,且其扬程应补足它们之差额,否则不设泵站^[13]经变化并引入式(3) 得

$$q_\phi = \frac{\partial V}{\partial (H_{Fi} - H_{Ti})} = \begin{cases} D_i^{\frac{\alpha+m}{m}} / f q_i^n & H_{Fi} - H_{Ti} \geq h_i^* \\ P_i q_i = q_\phi^* & H_{Fi} - H_{Ti} < h_i^* \end{cases} \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (19)$$

q_ϕ 称为管段虚流量,由此式进一步变化可得

$$h_i = S_\phi q_\phi^{n\phi} \text{ 或 } H_{Fi} - H_{Ti} = S_\phi q_\phi^{n\phi} - h_{pi}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (20)$$

由式(19) 定义节点虚流量

$$Q_\phi = \frac{\partial V}{\partial H_j} = - \sum_{i \in s_j} \pm q_\phi \text{ 或 } \sum_{i \in s_j} \pm q_\phi + Q_\phi = 0 \quad (21) \quad j = 1, 2, 3, \dots, N$$

管段虚流量与节点虚流量的物理意义是明显的,它们分别表示管段水头差和节点水头改变 1 m 时目标函数的变化量(元)^[13]式(20)、(21) 在形式上与输配水系统稳定流方程组相似,称为虚稳定流方程组,在保持其平衡和满足约束条件式(4) 的前提下,若使各节点虚流量绝对值 $|Q_\phi|$ 达到最小,则输配水系统达到最优^[13]因为 Q_ϕ 为 H_j 的减函数,则有如下三种具体情况:

(1) $Q_\phi > 0$, 且 $H_j = H_{\min j}$;

(2) $Q_\phi < 0$, 且 $H_j = H_{\max j}$;

(3) $Q_\phi = 0$.

这就是输配水系统最优性条件^[13]满足最优性条件(1) 的节点称为下控制点,满足最优性条件(2) 的节点称为上控制点^[13]输配水系统达到最优时,虚流量从上控制点流入,从下控制点流出,并在系统中其余节点保持连续性^[13]

输配水系统达到最优后,可以由式(19) 求出各管段的最优管径:

$$D_i = (f q_{\Phi} q_i^n)^{\frac{1}{\alpha+m}}(13) \qquad i = 1, 2, 3, \dots, M$$

(22)

3 泵站位置与扬程优化计算步骤

用虚流量理论对输配水系统进行优化设计时,其算法的基本思路是:先给出各节点水头初值,然后计算各管段和节点的虚流量,并判断各节点是否满足最优性条件,若不满足,则设法调节节点水头值,直到各节点水头均满足最优性条件为止(13)节点水头调节计算公式为

$$\Delta H_j = n_{\Phi} Q_{\Phi} / \sum_{\substack{i \in s_j^* \\ h_i > h_i^*}} \frac{q_{\Phi}}{h_i}(13)$$

(23)

虚流量节点调节算法的具体步骤如下

- (1) 给出满足 $H_{\min j} \leq H_j \leq H_{\max j}$ 的节点水头初值,并分别用式(15) 、(26) 、(17) 计算各管段虚阻 S_{Φ} 、临界虚流量 q_{Φ}^* 、临界压降 h_i^* ;
- (2) 用式(18) 判断各管段是否设泵站,并用式(20) 反求各管段虚流量,即
$$q_{\Phi} = (\frac{h_i}{S_{\Phi}})^{\frac{1}{n_{\Phi}}}. \qquad i = 1, 2, 3, \dots, M$$
(24)
- (3) 用式(21) 计算各节点虚流量 Q_{Φ} ,判断各节点是否满足最优性条件(注意:若 $|Q_{\Phi}| \leq Eps$,则近似认为节点虚流量为零,Eps 为允许误差),若各节点均满足,则调节计算结束,转第(6) 步,否则执行下步;
- (4) 用公式(23) 计算各节点水头调节值 ΔH_j ,并按下述方法调整各节点水头
 - Ⅰ. 若 $H_j + \Delta H_j > H_{\max j}$,则 $H_j = H_{\max j}$;
 - Ⅱ. 若 $H_j + \Delta H_j < H_{\min j}$,则 $H_j = H_{\min j}$;
 - Ⅲ. 否则, $H_j = H_j + \Delta H_j$ (13)
- (5) 转第(2) 步重复计算(13)
- (6) 用式(22) 计算各管段直径,用式(18) 计算各泵站扬程,结束(13)

4 举 例

某输配水系统如图 2 所示,1、5 号管段上可设泵站,有关参数为: $n = 2, k = 0.00174, m = 5.33, a = 64, b = 877, \alpha = 1.65, T = 8, p = 2.2, E_1 = E_5 = 0.4, r_1 = 0.4, r_5 = 0.28, \eta = 0.65, \eta = 0.6$ (13)各管段长度及流量分配如图 2,各节点最大与最小水头约束如表 1,所有单位均如前述各式,节点虚流量允许误差取 100,通过优化计算确定各管段直径与泵站扬程(13)

由式(7) $p_1 = 21\ 170, p_5 = 16\ 050$;由式(13) $f = 0.000\ 042\ 82$;由式(14) $n_{\Phi} = -0.76$;由式(15) 计算出各管段虚阻见表 2;由式(16) $q_{\Phi}^* = 4\ 234, q_{\Phi}^* = 1124$,由式(17) $h_1^* = 2.36, h_5^* = 9.77$ (13)

虚流量调节计算见表 1 和表 2,表 1 中数据带下划线表示该节点已达到最优性条件,表 2 中数据带下划线表示该管段达到了设置泵站的条件,管段虚流量取其临界值(13)需要特别指出的是,在第 2 次调节时采用了大节点调节的方法以加快收敛速度,即将节点 2、3、4 作为一个大节点看待,管段 1、5 为其关联集,由于管段 1、5 设有泵站,虚流量不变,因此大节点水头整体下调

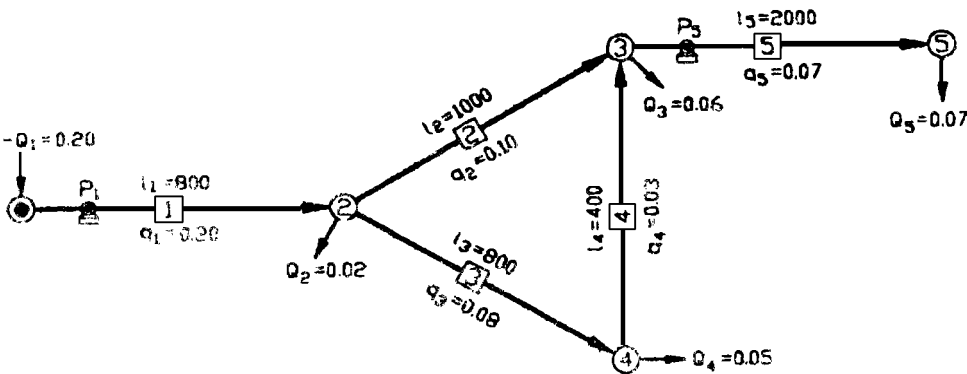


图 2 某输配水系统

14.01m,直至其中节点 3 的水头达到下界约束(13)

表 1 节点水头调节计算表

节点 编号	节点 流量	水头约束		初值		第 1 次调节		第 2 次调节		第 3 次调节		第 4 次调节		第 5 次调节	
		最小	最大	水头	虚流量	水头	虚流量	水头	虚流量	水头	虚流量	水头	虚流量	水头	虚流量
1	- 0.20	/	20.00	20.00	- 4 234										
2	0.02	58.00	/	75.00	1 137	73.98	1 055	59.97	1 055	59.08	718	58.54	- 29	58.52	68
3	0.06	55.00	/	70.00	913	69.01	867	55.00	867		2 098		2 706		3 077
4	0.05	53.00	/	72.00	1 093	71.07	1 188	57.06	1 188	56.08	294	55.96	433	55.83	- 35
5	0.07	60.00	/	60.00	1 091		1 124								

表 2 管段虚流量调节计算表

管段 编号	上端 节点	下端 节点	管段 长度	管段 流量	管段 虚阻	管段虚流量		临界 水头差	管段虚流量调节					水头 损失	管段 直径	泵站 扬程
						临界值	初值		1	2	3	4	5			
1	1	2	800	0.20	1 345	4 234	4 324	2.36						2.36	0.50	40.88
2	2	3	1 000	0.10	1 206	/	1 365	/	1 376	1 376	1 784	2 151	2 167	3.52	0.37	0
3	2	4	800	0.08	867	/	1 732	/	1 803	1 803	1 732	2 112	1 999	2.69	0.34	0
4	4	3	400	0.03	271	/	639	/	615	615	1 438	1 679	2 034	0.83	0.26	0
5	3	5	2 000	0.07	2 034	1 124	1 091	9.77	1 124					9.77	0.30	14.77

5 结束语

本文将给定管段流量下的管网技术经济计算问题推广为输配水系统优化设计问题,解决了多水源、多控制点与多泵站系统的整体优化问题,使虚流量理论更加严密和完善,因而具有较广泛的实用性(13)。虚流量节点调节算法的实施简便易行,可以实现计算机程序化,其计算过程与节点水头平差法类似,与以往采用的环平差算法相比,其不同的是可以在计算过程中确定上下两类控制点的位置,也可以对泵站位置与扬程进行优化,此算法还可以用于输配水系统扩建

改造工程的优化设计,只要保持部分节点水头不变即可^[13]

最后提出两个有待解决的问题:一是若输配水系统中设有水塔或高位水池,其位置与高度如何优化?二是优化计算所得管径如何调整为标准管径?这两个问题有待研究^[13]

参 考 文 献

1 杨 钦¹⁹给水外管网设计与计算¹⁹北京:中国建筑工业出版社,1957
2 高桑哲男¹⁹配水管网の解析と设计¹⁹978
3 杨 钦¹⁹给水配水系统的最优化设计¹⁹中国给水排水,1985,(1)
4 杨 钦,严煦世¹⁹给水工程¹⁹北京:中国建筑工业出版社,1987
5 姜乃昌,秦戌生等¹⁹输配水系统技术经济计算及其电算应用¹⁹长沙:湖南大学出版社,1986
6 秦戌生,方永忠¹⁹给水管网技术经济计算电算程序¹⁹湖南建筑,1982,(2)
7 陈宝林¹⁹最优化理论与算法¹⁹北京:清华大学出版社,1989

Optimal Calculation for the Positions
and Boost Heads of Pump Stations with Virtual
Flow Rate Theory

Fang Yongzhong Wang Qiang

(Civil Engineering Department)

Abstract The present methods of optimal design of water transportation and distribution systems are only used in calculation of single pump station, and the position of pump station has to be determined previously. This paper sets about to improve it from the mathematical model, proposes the conception of setting pump stations on the pipes, which makes the positions and boost heads of pump stations can be optimized at the same time. In this paper, an improved virtual flow rate theory is proposed through solving the mathematical model for the optimal design of water transportation and distribution systems with multiple pump stations. Furthermore, the practical example is supplied.

Key words pump stations; optimal calculation; virtual flow rate