

寻求土坡稳定最危险圆弧的简化法

陆亦庄

(土木工程系)

摘 要 以计算机求得的土质边坡最危险圆弧的圆心轨迹为依据,提出一种手算寻求最危险圆弧的简化方法^[1]。此法不用试算,一次即可准确地求出最危险圆弧的位置,可供设计人员在运用圆弧条分法对土质边坡进行稳定检算时参考应用^[1]。

关键词 土坡稳定;最危险圆弧;圆心位置;圆弧条分法

分类号 TU 432

0 引 言

用圆弧分法检算土坡稳定时,最困难的问题是如何找到最危险的圆弧^[1]。如果用计算机编程计算,反复试算可很快找出最危险圆弧的圆心位置^[1]。笔者曾运用计算机对各种条件的简单土坡进行过大量的计算,找到圆弧通过坡脚时边坡最危险圆心的轨迹线^[3]^[1]。本文以此为依据,在对计算资料进行整理和归纳基础上,导出了一次性求解土质边坡最危险圆弧圆心坐标的方法,可供在无计算机条件下手算时使用^[1]。

1 基本假定

影响土坡稳定的危险圆弧位置的因素是很多的,如边坡土体物理力学性能指标:土的容重 γ 、内摩擦角 φ 、粘聚力 c ;边坡几何形状和尺寸:边坡高度 H 、边坡坡度 $1:m$ 、边坡平台、坡顶地面倾斜坡度、地表荷载,地下水等因素^[13]。为了不使问题过于复杂,本法作出以下的基本假定:

- (1) 边坡为直线型,一坡到顶;
- (2) 坡顶地面为向一侧无限伸展的平面,地表无荷载;
- (3) 最危险圆弧通过坡脚;
- (4) 圆弧通过的范围为同一种均质土层;
- (5) 无地下水渗流作用^[13]

这些假定也是使用本简化法的适用范围^[13]

2 简化法

当今虽已进入了计算机普及的时代,但在实际工作中仍不可避免地会遇到需手算土坡稳定的情况^[13]自圆弧条分法问世以来,不少学者为减少手算工作量,作出了许多努力,他们通过对危险圆弧位置的规律的计算和分析,制作出各种实际的数表和曲线,提供检索确定圆弧圆心位置的一些参量,或缩小试算的范围^[13]如费伦钮斯早在 20 年代就对 $\varphi=0$ 的均质粘性土坡,提出由两个辅助角(即本文中的 α 和 β) 边线的交点来求得圆心的方法^[13]至于 $\varphi \neq 0$ 的情况,后来又有 4.5H 线和 36 线的试算法^[13]另外还有一些其它方法,如通过数学推导,建立土坡稳定安全系数与滑动圆弧位置之间的函数关系,采用数值解的方法求圆心位置等^[13]但应用最多的还是前面三种方法,特别是 4.5H 线和 36 线法,目前仍列入铁路和公路路基设计手册和各种教科书中,然而这两种方法在大多数情况下并未求得最危险的圆心^[3],而且须试算至少 3~4 次,才能得出结果,与此相比,本文所提出的方法则要简便得多了^[13]

由计算机对各种不同边坡和高度、不同倾斜地面、不同 γ 、 φ_c 的边坡进行大量计算的结果,得到最危险圆心位置变化规律,即轨迹线,其形状如图 1 所示^[13]边土坡几何形状确定后,这一组曲线上任意一点即为某种性质的土体的最危险圆心位置,与 H 、 m 、 γ 、 φ_c 、 i (地面倾角)等参数有关,其主要特征:

(1) 对于相同的 H 、 m 、 i 边坡,危险圆心位置随着一个表示土的力学性质的综合参数 $W = c/(\gamma \tan \varphi)$ 的大小而有规律地改变;当 W 增大时,圆心沿轨迹向边坡一侧移动;当 W 减小时,圆心则反向移动,而且逐渐靠近边坡的垂直平分线,轨迹呈双曲线形态^[13]

(2) 随着坡顶地面倾斜角的增大,轨迹线向上移动,而且曲线变得愈来愈弯曲^[13]

(3) 如果将不同 i 角轨迹线中的 W 相同的点连接起来(图 1 中的虚线),连线接近于通过坐标原点(坡脚)的放射形直线^[13]

(4) 当 $i=0$ 时, W 可为无穷大,即 φ 可为 0° ;但随着地面愈来愈倾斜, W 要受限,其上限值会愈来愈小^[13]

本简化法就是根据以上特性,找出能确定圆心位置的两个角度 α 和 β (图 1) 与土坡的形状、尺寸和土体性质之间的关系,通过数值分析和归纳,得到计算最危险圆心坐标的公式^[13]本法导出了五种常用边坡(1:1, 1:1.25, 1:1.5, 1:1.75, 1:2) 坡顶地面为水平时的 $X_\alpha - \alpha$ 及 $X_\beta - \beta$ 基本关系(其中 $X_\alpha - \alpha$ 关系与边坡坡度无关),其曲线形态见图 2,数值关系列于表 1 和表 2 中^[13] X_α 和 X_β 可由下式计算^[13]

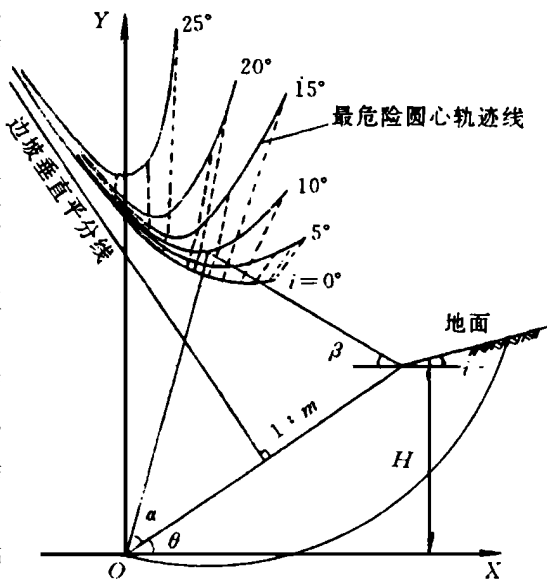


图 1 土坡最危险圆心轨迹

$$X_\alpha = \log W + \Delta_\alpha$$

(1)

$$X_{\beta}=\log W+\Delta_{\beta}(13) \quad (2)$$

式中 Δ_{α} Δ_{β} 与 H 有关,经回归分析得

$$\Delta_{\alpha} \Delta_{\beta}=a+b \log H(13) \quad (3)$$

式中系数 a 和 b 见表 3(13)这样,只要知道 m 、 H 、 W ,即可求得 α 和 $\beta(13)$

若坡顶地面倾斜($i \neq 0$),则令

$$A_H=\beta_i/\beta, \quad (4)$$

式中: β_i 和 β 分别为地面倾斜和地面水平时的 β 角; A_H 为地面倾斜对 β 的影响系数,也与 H 有关,其变化关系可用下式表示:

$$A_H=(A-1) \xi+1(13) \quad (5)$$

式中: A 与 ξ 均是由计算结果统计分析得出的系数(13) A 可由图 3 求得; ξ 则由下

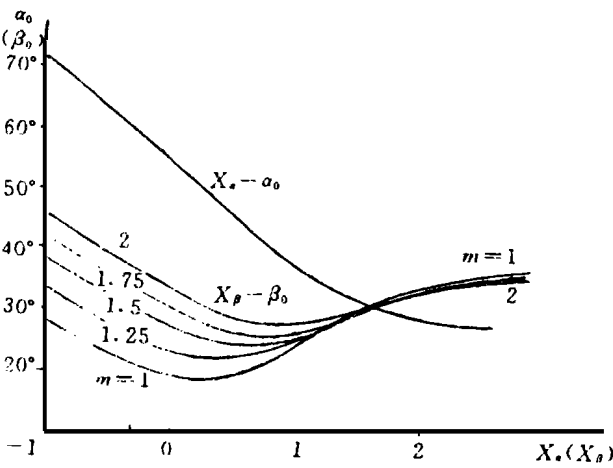


图 2 $X_{\alpha}-\alpha$ 及 $X_{\beta}-\beta$ 曲线

表 1 α (°)

X_{α}	0.0	± 0.1	± 0.2	± 0.3	± 0.4	± 0.5	± 0.6	± 0.7	± 0.8	± 0.9
-1.0	71.1	72.3	73.5	74.7	75.6	76.5				
-0.0	55.0	56.8	58.7	60.5	62.1	63.7	65.3	66.9	68.4	69.8
0.0	55.0	53.2	51.3	49.5	47.7	45.8	44.0	42.3	40.6	39.0
1.0	37.6	36.1	34.8	33.7	32.7	31.7	30.9	30.2	29.6	29.2
2.0	28.8	28.5	28.3	28.1	28.0	27.9	27.8			

表 2 β (°)

m	X_{β}	0.0	± 0.1	± 0.2	± 0.3	± 0.4	± 0.5	± 0.6	± 0.7	± 0.8	± 0.9
1.0	-1.0	28.0	29.1	30.1	31.2	32.3	33.4				
	-0.0	19.2	19.8	20.5	21.2	22.0	22.9	23.8	24.8	25.8	26.9
	0.0	19.2	18.8	18.5	18.7	19.0	19.4	20.0	20.9	21.8	22.8
	1.0	24.0	25.1	26.3	27.4	28.5	29.5	30.4	31.2	31.9	32.6
	2.0	33.2	33.8	34.3	34.8	35.3	35.7	36.0	36.3	36.5	36.6
1.25	-1.0	33.5	34.6	35.7	36.8	38.0	39.2				
	-0.0	23.2	23.9	24.7	25.7	26.7	27.9	29.1	30.2	31.3	32.3
	0.0	23.2	22.5	22.2	22.0	22.0	22.2	22.4	22.8	23.3	23.8
	1.0	24.5	25.3	26.3	27.2	27.9	28.7	29.5	30.5	31.3	32.0
	2.0	32.6	33.2	33.7	34.1	34.5	34.8	35.0	35.2	35.3	35.4
1.5	-1.0	38.2	39.2	40.2	41.3	42.3	43.4				
	-0.0	27.5	28.6	29.6	30.7	31.7	32.8	33.8	34.8	35.9	37.0
	0.0	27.5	26.4	25.5	24.8	24.3	24.1	24.0	24.1	24.4	24.8
	1.0	25.2	25.8	26.5	27.2	27.9	28.7	29.5	30.5	31.3	32.0
	2.0	32.6	33.2	33.7	34.1	34.5	34.8	35.0	35.2	35.3	35.4
1.75	-1.0	42.0	43.1	44.3	45.4	46.6	47.7				
	-0.0	30.4	31.5	32.7	33.9	35.1	36.3	37.4	38.6	39.8	40.9
	0.0	30.4	29.3	28.3	27.5	26.8	26.2	25.9	25.6	25.5	25.7
	1.0	26.1	26.5	27.1	27.6	28.4	29.1	29.9	30.7	31.4	32.0
	2.0	32.6	33.2	33.7	34.1	34.5	34.8	35.0	35.2	35.3	35.4
2.0	-1.0	45.5	46.6	47.8	49.0	50.2	51.4				
	-0.0	33.8	35.0	36.2	37.3	38.5	39.6	40.8	42.0	43.2	44.3
	0.0	33.8	32.5	31.5	30.6	29.7	28.9	28.3	27.8	27.6	27.5
	1.0	27.6	27.8	28.2	28.6	29.2	29.7	30.4	31.1	31.7	32.2
	2.0	32.6	33.1	33.5	33.8	34.0	34.2	34.5	34.6	34.6	34.7

说明:表中 X_{α} (X_{β}) 竖栏为个位数;横栏为小数点后第一位,其符号与竖栏一致(13)

式求得

$$\xi=(a+bH^j)^k(13)$$

式中 $a、b、j、k$ 各系数见表 4(13)

表 3 计算 Δ_α 或 Δ_β 的系数表

m	计算 Δ_α		计算 Δ_β	
	a	b	a	b
1.0	1.218	-1.013	1.097	-0.916
1.25	(同上)	(同上)	1.224	-1.030
1.5	(同上)	(同上)	1.247	-1.042
1.75	(同上)	(同上)	1.243	-1.040
2.0	(同上)	(同上)	1.254	-1.042

表 4 计算 ξ 值的系数表

m	$i/(^\circ)$	a	b	j	k
1.0	5	0.635	4.583	-1	+1
	10	0.132	12.478	-1	+1
	15	-0.008	14.852	-1	+1
	20	-0.218	18.134	-1	+1
	25	-0.277	18.869	-1	+1
1.25	5	0.580	6.054	-1	+1
	10	-0.014	14.660	-1	+1
	15	-0.253	18.368	-1	+1
	20	-0.467	21.592	-1	+1
	25	-0.650	24.701	-1	+1
1.5	5	1.620	-0.038	+1	+1
	10	0.099	13.659	-1	+1
	15	-0.469	21.473	-1	+1
	20	1.988	-13.558	-1	-1
	25	-1.223	33.059	-1	+1
1.75	5	1.474	-0.030	+1	+1
	10	-0.279	18.607	-1	+1
	15	-0.512	22.528	-1	+1
	20	-0.683	24.500	-1	+1
	25	-0.861	27.340	-1	+1
2.0	5	0.392	8.974	-1	+1
	10	-0.222	17.587	-1	+1
	15	-0.485	21.271	-1	+1
	20	-0.631	23.328	-1	+1

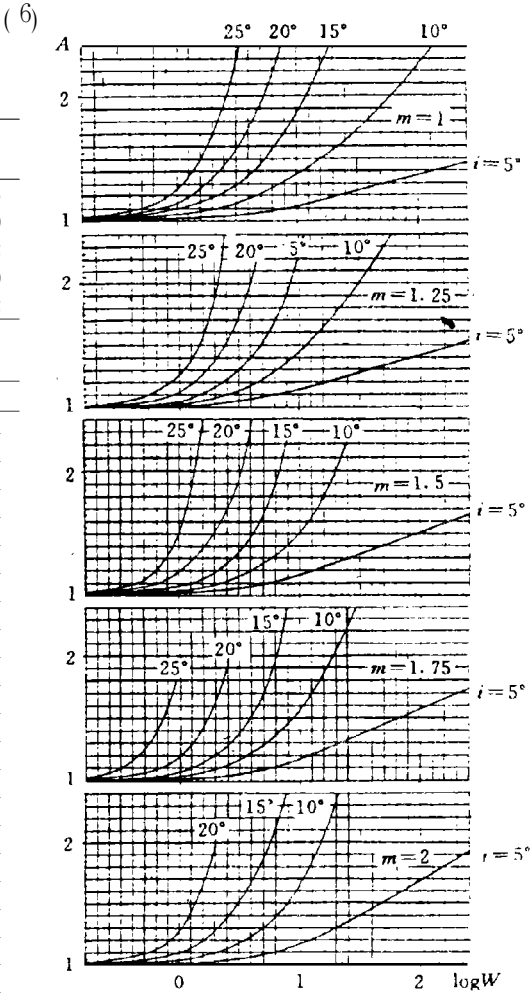


图 3 倾斜地面 $A-\log W$ 关系曲线

3 计算步骤

- (1) 由土的 $\gamma、\varphi_c$ 计算参量 $W=c/(\gamma \tan \varphi)$ 及 $\log W(13)$
- (2) 根据边坡高度 H 和坡度 $1:m$,按式(3)(式中系数 a 和 b 查表 3) 计算 Δ_α 和 $\Delta_\beta(13)$
- (3) 按式(1)、(2) 计算 X_α 和 $X_\beta(13)$
- (4) 由 X_α 和 X_β 查表 1、表 2, 分别得 $i=0$ 时的危险圆心位置角 α 和 $\beta(13)$
- (5) 计算危险圆心坐标(以坡脚为坐标原点) :

中国知网 <https://www.cnki.net>
$$x=\frac{(m \tan \beta+1) H}{\tan (\theta+\alpha)+\tan \beta}, \quad (7)$$

$$y=(mH-x)\tan\beta+H\tag{8}$$

(6) 若坡顶地面倾斜($i\neq 0$),在步骤(4) 求出 α 和 β 的基础上,再根据 H 、 m 、 i 由表 4 查得 a 、 b 、 j 、 k 四个系数,并用式(6) 求出 ξ (3)

(7) 根据 m 、 i 及 $\log W$,由图 3 查得 A (13)

(8) 由式(5) 计算 A_H ,

(9) $\alpha=\alpha$, $\beta_i=A_H\beta$ (13)

(10) 危险圆心坐标仍按式(7) 和(8) 计算,但式中 α 和 β 应改为 α 和 β (13)

4 算 例

任意选取 5 例 10 种土坡设计条件(每一例中各有 $i=0$ 及 $i\neq 0$ 两种情况),用本文的简化法计算最危险圆心坐标位置及边坡稳定系数,并与计算机精确解比较,见表 5(3)二者对比可见简化法计算精度是比较高的,边坡稳定系数误差小于 0.3%,完全能满足设计要求(3)

表 5 简化法与计算机解比较表

项 目	例 1	例 2	例 3	例 4	例 5
已知条件	$i/(^\circ)$	0	0	0	0
	$\gamma/\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$	18	18	17	19
	$\varphi/(^\circ)$	35	25	5	28
	$c/\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$	20	12	100	50
	H/m	10	8	12	20
计算机编程 计算	m	1	1.25	1.5	1.75
	α/β	47.5/18.3	46.4/21.8	28.8/31.7	34.3/27.2
	x/y	-0.6/13.5	1.0/11.6	9.1/17.5	14.8/30.4
	$K_{\min}$	1.78704	1.40036	3.345146	1.36583
简化法	$\log W$	0.2	0.15	1.83	1.32
	Δ_α	0.205	0.303	0.125	-0.10
	X_α	0.405	0.458	1.955	1.22
	$\Delta\phi$	0.182	0.294	0.123	-0.11
	X_β	0.382	0.449	1.953	1.21
	α/β	47.6/18.9	46.6/22.1	29.0/32.3	35.6/27.1
	x/y	-0.62/13.7	0.96/11.7	9.1/17.6	14.6/30.3
	$K_{\min}$	1.787 365	1.400 64	3.345 279	1.365 923
		1.937 948			
已知条件	$i/(^\circ)$	20	25	5	10
计算机编程 计算	α/β_i	46.9/26.3	45.9/54.4	28.3/50.1	34.0/47.2
	x/y	-0.5/15.2	1.84/19.4	10.9/20.5	18.6/37.7
	$K_{\min}$	1.746 912	1.310 411	3.218 516	1.291 863
		1.904 299			
简化法	ξ	1.595	2.438	1.164	0.651
	A	1.25	1.48	1.45	2.08
	A_H	1.399	2.17	1.524	1.703
	α/β_i	47.6/26.4	46.6/48.0	29.0/49.2	34.6/46.2
	x/y	-0.7/15.3	1.44/17.5	10.6/20.6	18.1/37.6
	$K_{\min}$	1.747 106	1.313 603	3.219 191	1.292 623
		1.904 865			

参 考 文 献

- 1 铁道部第一勘测设计院主编^{〔3〕}铁路工程设计技术手册——路基^{〔3〕}第2版^{〔3〕}北京:中国铁道出版社,1995.17
- 2 交通部第二公路勘测设计院主编^{〔3〕}公路设计手册——路基^{〔3〕}北京:人民交通出版社,1982
- 3 陆亦庄,土坡稳定分析瑞典法最危险圆弧圆心轨迹的探求^{〔3〕}路基工程,1997,(2):3~10

Simple Method of Searching the Most Dangerous Circle in Slope Stability

Lu Yizhuang

(Civil Engineering Department)

- Abstract** According to the locus of center point of the most dangerous circle in slope solved by computer, this paper raises a simply handy method of searching the center point of the most dangerous circle in slope. With no need of testing calculation, the position of the center point of the most dangerous circle can be solved at a time. While calculating the slope stability by circular slice method, technical staff can refer to and use the method given in the paper.
- Key words** slope stability; most dangerous circle; position of the center point; circular slice method