

结构附属物的塑性耗能及减振分析

徐海燕 秦 鸣

倪春福

(土木工程系)

(基建办)

摘 要 工程结构中的顶部附属物受地震作用产生放大效应,使附属物的动力反应远大于主结构的反应,较早进入塑性破坏^[1]。然而从另一方面看,这种放大的效应将在早期耗散整个结构的部分能量,对主结构将产生一定的减振影响^[1]。本文通过等价线性化用数值方法求解非线性随机反应方程,在此基础上分析附属物在塑性状态下的耗散能力以及对主结构的减振影响^[1]。

关键词 附属体系;塑性耗能

分类号 TU 352.11

0 引 言

文献[1]讨论了工程结构上突出物受地震作用时的放大效应和地震力的计算方法^[1]。在文献[2]中分析了主附结构弹性状态下相互间的能量传递及附属结构的能量耗散^[1]。从上述分析中可以看到由于相互间的能量传递,使附属结构得到较大能量而先于主结构破坏^[1]。然而另一方面正是由于这种传递,附属结构如同主体结构的吸能装置,使主结构早期能量降低^[1]。在经历大地震时,由于附属物的反应较主结构大得多,因而将很快进入塑性^[1]。根据这一特点,本文在假定主结构为弹性,而附属结构为塑性的基础上,分析附属结构的耗散能力以及对主结构的影响^[1]。

1 基本假定

根据所讨论问题特点,为便于分析,文中假定:(1)主体结构保持线弹性;(2)附属结构为塑性,滞回恢复力曲线以光滑线模拟;(3)阻尼为粘滞阻尼;(4)地震激励为平稳化随机激励^[1]。

2 单独主结构地震过程总能量

对于多自由度主结构体系由振动理论可得其自振频率和振型

$$\begin{cases} \{\Omega\} = \{\omega, \omega, \dots, \omega\}^T \\ [\Phi] = [\Phi, \Phi, \dots, \Phi_n] \end{cases} \quad (1)$$

利用振型分解法可将主体结构分解为 n 个以广义坐标表示的单自由度运动方程^[13]在平稳化随机激励下主结构第 i 振型的能量均值为

$$[E_i] = \pi \exp(-2\zeta\omega_i) \int_0^\infty \exp(2\zeta\omega_i) S(\omega, \tau) d\tau \quad (2)$$

式中 $S(\omega, \tau)$ 为地震激励对应于第 i 频率的输出谱密度^[13]则主结构总能量的期望值为

$$[E_p] = \sum_{i=1}^n [E_i] \quad (3)$$

若地震持续时间为 T_0 , 则独立主结构在地震中所获得的总能量近似为

$$E_p = [E_p] T_0 \quad (4)$$

3 非线性附属结构滞变能均值及反应

附属结构的运动由两部分组成, 一个是通过连接传递而随同主结构的运动, 另一部分则为相对于主结构的运动^[13]在分析附属部分运动时主要是讨论其相对于主结构的运动^[13]因而以质点的相对坐标表示附属物的非线性性状, 其运动方程可表示为^[3]

$$m\ddot{u} + C\dot{u} + \alpha K u + (1 - \alpha)Kz = f$$

式中: m 表示附属体系的质量; C, K, α 分别表示附属体系的阻尼系数、屈服前刚度和屈服后刚度; α 为屈服后与屈服前的刚度比; f 为通过连接传来的输入激励, z 为滞回位移; $(1 - \alpha)Kz$ 为滞回力^[13]

$$z = A\dot{u} - (\beta \dot{u} | z|^{n-1} z + \gamma |z|^n) \quad (6)$$

式中: A, n, β, γ 为控制滞回曲线的形状参数^[13]

由此可得到附属结构滞回能耗为

$$\dot{E}_s = (1 - \alpha)Kz\dot{u} \quad (7)$$

期望值为

$$[E_s] = (1 - \alpha)K[z\dot{u}] \quad (8)$$

由于结构的非线性, 由式(8)所写出的期望的解析解一般难以得到^[13]对方程进行线性处理, 使其成为如下形式

$$z = C_e \dot{u} + K_e u \quad (9)$$

式中系数 C_e 及 K_e 可利用最小二乘法原则得到^[13]即取 e 为式(6)与式(9)的差, 并设 $P(e) = e^2$, 由

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial A} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial \beta} = 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

可得到

$$\left\{ \begin{array}{l} C_e = E \left\{ \frac{\partial}{\partial A} [A\dot{u} - (\beta \dot{u} | z|^{n-1} z + \gamma |z|^n)] \right\} \\ K_e = E \left\{ \frac{\partial}{\partial \beta} [A\dot{u} - (\beta \dot{u} | z|^{n-1} z + \gamma |z|^n)] \right\} \end{array} \right. \quad (11)$$

式中 $E[\cdot]$ 表示求期望^[13]

从而由式(5)和式(6)可得到附属物线性化后的运动微分方程

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{u} + c\dot{u} + \alpha u + (1 - \alpha)kz &= f \\ z &= C\dot{u} + K_u u \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

通过求解上述方程便得到附属结构的反应^[13]然而,从式(11)和式(12)可看到,等价线性化方程的系数是反应的函数,只能用数值法迭代求解^[13]

4 附属结构的塑性耗能

结构进入塑性后,塑性变形的耗能特性可通过滞回曲线反映,滞回曲线的每一个闭合环面积表示了一个塑性振动周期内滞回力所耗散的能量^[13]这种耗散一般与非线性方程中的系数 β 、 γ 等有关^[13]若设 $Y = (\beta + \gamma)^{-1}$, 则对不同的 β 、 γ 可得到图 1 所示的滞回曲线^[14]^[13]

从图 1 中可见,对于结构的随机反应来说,即使进入塑性阶段后每次振动也不一定有面积不等于零的环^[13]一般结构的地震反应可视为一个窄带随机过程,其峰值点和具有正(或负)斜率的零跨越是一一对应的^[13]因而可以认为反应

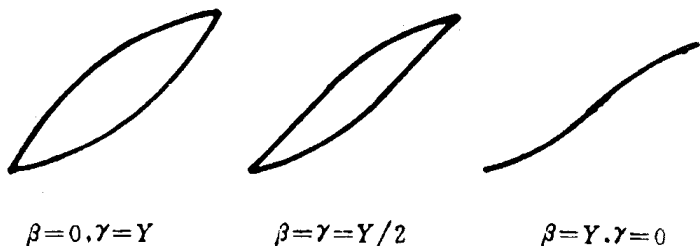


图 1 滞回曲线

曲线超过弹性界限的部分有非零面积的滞回曲线^[13]为了确定在地震过程中附属结构位移反应超过弹性界限 a 的时间与整个反应时间之比^[13]为此先定义一个 0-1 过程^[5]

$$\left. \begin{aligned} g_a(t) &= 1 & u > a \\ g_a(t) &= 0 & u < a \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: a 为附属结构的最大弹性位移界限^[13]

这样,附属结构的地震反应 u 超过 a 的时间与在地震总的反应时间之比可表示为

$$h_a(t) = \frac{1}{T} \int_0^{t+T} g_a(t) dt \quad (14)$$

式中: t_0 为附属结构首次进入塑性的时刻; T 为结构在地震中总的反应时间^[13]

对上式求期望有

$$E[h_a(t)] = \frac{1}{T} \int_0^{t+T} E[g_a(t)] dt = \frac{1}{T} \int_0^{t+T} \int_a^{\infty} p(u) du dt \quad (15)$$

若在整个地震过程中附属结构没有破坏,则其塑性变形总能耗可近似表示为

$$U = E[U_s] E[h_a(t)] T \quad (16)$$

若附属结构在地震过程中完全破坏了,那么上式的时间就不是 T , 而应是附属结构从进入塑性到它破坏的时间 T' ^[13]

为了简化计算,采用首次超越机制确定破坏时间,即给定位移界限 b , 当反应超过 b 的时间即为结构的破坏时间 T' , 并假定附属物的反应超越界限 b 是非平稳 Passin 过程^[13]该过程首

次超越时间的分布函数是

$$F_{T_f}(t) = 1 - p_0 \exp\left(-\int_0^t \psi(\tau) d\tau\right) \quad (17)$$

其概率密度函数为

$$P_i = p_0 \psi(t) \exp\left(-\int_0^t \psi(\tau) d\tau\right) \quad (18)$$

式中: $P_0 = P(T > 0)$ 是 $t=0$ 时的残存概率^[6]

$$\psi(t) = N^+(b, t) = \int_0^\infty \dot{u} p(b, \dot{u}, t) d\dot{u} \quad (19)$$

由上两式可得到首次超越界限 b 的时间的均值和方差

$$\left. \begin{aligned} E[T] &= \int_0^\infty t p_T(t) dt \\ Var[T] &= \int_0^\infty t^2 p_T(t) dt \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

因而附属物滞回恢复力所消耗的总能量近似为

$$U_s = E[U_s] E[h_a(T)] E[T] \quad (21)$$

由此得到附属物在整个地震过程(或其到破坏时)塑性耗能可与独立主结构在相应时间内总能量的比

$$\gamma = U_s/E_p \quad (22)$$

下面就式(12)的两种情况加以讨论:

(1) 当式(12)中系数 $A=1$, $\beta=\gamma_n=1$ 时, 由平稳高斯输入的假定可得到等价线性方程的系数

$$\left. \begin{aligned} C_e &= \frac{2}{\pi} \beta \left[\frac{E[uz]}{\bar{q}} + \bar{q} \right] \\ K_e &= \frac{2}{\pi} \beta \left[\frac{E[uz]}{\bar{q}} + \bar{q} \right] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

附属结构的等价线性方程为

$$\ddot{u} + 2\beta_e \dot{u} + \omega_u^2 u = F(t) \quad (24)$$

由文献^[1]中公式

$$F(t) = -(\ddot{x}_g + \sum \ddot{x}_{ej}) \quad (25)$$

通过数值计算可求出附属结构的反应及滞变能耗的期望^[13]附属结构等效线性化后其反应满足零均值平稳高斯分布^[13]

$$p(u, t) = \frac{1}{2\pi\bar{q}} \exp\left(-\frac{u^2}{2\bar{q}}\right) \quad (26)$$

从而得到地震反应超过弹性界限 a 的时间与总的反应时间之比的均值为

$$E[h_a(t)] = \frac{1}{T} \int_0^{+T} \int_{\text{滞}}^\infty p(u, t) du dt = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{\alpha}{2\bar{q}}\right) \quad (27)$$

中国知网 <https://www.cnki.net>
式中: $\operatorname{erfc}(d) = 1 - \operatorname{erf}(d)$ 为余概率积分(或余误差函数)^[13]

$$\operatorname{erf}(d) = \frac{2}{\pi} \int_0^d e^{-u^2} du = \frac{2}{\pi} \exp(-d^2) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k d^{2k+1}}{(2k+1)!} \quad (28)$$

为概率积分(或误差函数)(13)

在地震的整个过程中,附属结构的塑性变形总能量为

$$U_s = (1 - \alpha K_s E[z\dot{u}]) \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{\alpha}{2} \frac{1}{q}\right) T_0 \quad (29)$$

若附属结构在地震过程中的 T 时就发生破坏,即结构的反应超过给定的界限值 b ,那么其相应的塑性变形能为

$$U_s = (1 - \alpha K_s E[z\dot{u}]) \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{\alpha}{2} \frac{1}{q}\right) T_0 E[T] \quad (30)$$

式中:

$$E[T] = \left[\frac{1}{2\pi} \frac{\alpha}{q} \exp\left(-\frac{b^2}{2q}\right) \right]^{-1} \quad (31)$$

(2) 当式(6)中的形状参数 $n \rightarrow \infty$,这时光滑非线性模型就退化为二线性模型,如图 2(13)这种情况下,可以得到附属结构滞变耗能均值为

$$[U_s] = \frac{4\alpha_{ss} \sin(1 - \eta)\alpha}{\sin \alpha \cos \eta \alpha} E[u - \alpha] \quad (32)$$

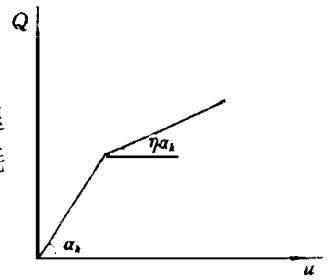


图 2 双线性滞变模型

在此基础上便可得到一般附属结构的总滞变耗能,并由此得到附属结构与总结构的能耗比(13)

5 算 例

图 3 所示结构,设阻尼比为 $\xi = 0.02$,质量比为 $m_s/m_p = 0.1$,附属体系的弹性界限 $a = 2.0 \text{ mm}$,地震输入 $\ddot{x}_g$ 为谱密度等于 1 的高斯白噪声,在 $n \rightarrow \infty$ 的双线性滞回曲线形式下,可得到能量耗散系数在 $\gamma = 23.7\%$ (13)

即顶部附属结构在整个地震过程中的塑性变形所耗散的能量占相应独立主结构地震能量的 23.7%(13)这显然对主结构有较大的减振影响(13)

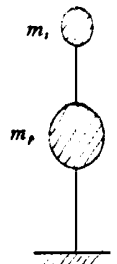


图 3 算例

参 考 文 献

- 1 李桂青,徐海燕¹⁹结构顶部突出物的地震荷载¹⁹建筑结构学报,1989,10(5):57~66
- 2 徐海燕,秦鸣¹⁹主从结构系统的动态能量分析及结构控制¹⁹华东交通大学学报,1996,13(3):15~20
- 3 Spanos P T D. Probabilistic Earthquake Energy Spectra Equations. J Engrg Mech, ASCE, 1990 116(5): 1160~1174
- 4 Takeru Igusa. Response Characteristics of Inelastic 2-DOF-Primary-Secondary System. J Engrg Mech, ASCE, 1990,116(5):1160~1174
- 5 Baber T T, Wen Y K. Random vibration of hysteretic degvaoling system. J Engrg Mech., ASCE, 1981, 107(6):1210~1235
- 6 尼格姆 N C¹⁹随机振动概论¹⁹上海:上海交通大学出版社,1984

(下转第 27 页)

Research on Cost of Quality Grade in Engineering Project Cost

Jiang Genmou Chen Jin

(Civil Engineering Department)

- Abstract** This article puts forward the increasing of the corresponding quality grade cost in engineering project cost and the engineering final cost according to the quality grade during the engineering project acceptance and check. And it researches on the calculation method of the cost of quality grade.
- Key words** engineering project cost; quality cost; cost of quality grade; rate of quality grade cost

(上接第23页)

Plastic Energy Dissipation of Secondary Structure and Shock Absorption Analysis of Primary Structure

Xu Haiyan Qin Ming

(Civil Engineering Department)

Ni Chunfu

(Construction Office)

- Abstract** The response of secondary structure on the top greater than that of primary one in earthquake will consume some energy of the primary structure. This will cut down the vibration of primary system. In this paper, the energy dissipation of secondary system on plastic has been analysed and its effect of shock absorption on primary structure has been discussed.
- Key words** secondary structure; plastic energy dissipation