

关于 Escott 方程

及 万 会

(宁夏吴忠师范专科学校)

摘 要 本文用初等方法证明了: 当 $r > 2$ 偶数; x, n 是正整数, 丢番图方程 $\sum_{k=0}^{r-1} (x+k)^r = (x+n)^r$ 无正整数解^[13]

关键词 丢番图方程; 方幂和; 因子指数; 同余式

分类号 O 156.7

1 引言及引理

1900 年 E B Escott^[1] 提出解方程

$$\sum_{k=0}^{r-1} (x+k)^r = (x+n)^r \quad (1)$$

问题^[13]也证明了: 当 $2 \leq r \leq 5$, 方程 (1) 只有正整数解 $3^2 + 4^2 = 5^2$ 和 $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$ ^[13]文献 [2] 证明了, 当 r 为奇数 ($r > 3$), 方程 (1) 无正整数解^[13]文献 [3] 证明了: 当 p 为奇素数, 满足下列条件之一, 方程 (1) 无正整数解: (I) $p(p-1) \nmid r, P^{r-1} | x, n-1 = kp^r$; (II) $r = p^q(p-1), n-1 \equiv 2(p-1) \pmod{2p}, x \equiv 1 \pmod{p}$; (III) $r = p^q(p-1), n-1 \equiv 2p-1 \pmod{2p}, x \equiv 0 \pmod{p}$; 文献 [4] 用不同于文献 [2] 的方法证明了, $r > 3$ 的奇数, 方程 (1) 无正整数解^[13]以及 r 为偶数, x, n 满足一定条件, 方程 (1) 无正整数解^[13]文献 [5] 证明了, $r < 400$ 的偶数, 方程 (1) 无正整数解^[13]本文用初等方法证明了以下定理^[13]

定理 当 n, x 为正整数, $r > 2$ 偶数, 丢番图方程 $\sum_{k=0}^{r-1} (x+k)^r = (x+n)^r$ 无正整数解^[13]

本文定理与文献 [2] 或文献 [4] 中结果解决了 Escott 方程求解问题, 得到: 当 $r > 3$ 的整数, 方程 (1) 无正整数解^[13]

若无特别说明, 本文中字母表示正整数, m, p, v, λ 等表示非负整数^[13] C_λ 表示奇数, 同余式 $a \equiv b \pmod{m}$ 简记 $a \equiv b \pmod{m}$, 将“方程无正整数解”简述为“方程无解”^[13]

引入符号: $\bar{N}$ 表示 N 的末位数字; $\text{ord } N = \alpha$ 表示 $2^\alpha | N$, 但 $2^{\alpha+1} \nmid N$; $[\cdot]$ 表示 $\cdot$ 的整数部分; 符号 $(x_1; n_1), (x_1; n_2)$ 分别表示 $x = 10t + x_1, n = 20m + n_1$ 和 $x = 10t + x_1, n = 100m + n_2$ ^[13]

证明定理需要下列引理

引理 1^[4] 当 $n \geq 2r + 2$, 方程(1) 无解⁽¹³⁾

引理 2 设 $s^r(n) = \sum_{k=0}^{n-1} (x+k)^r$

$$(1) \quad r = 4v + 2, \quad \overline{s^r(20m+n)} = \overline{s^2(n)}$$

$$(2) \quad r = 4v + 4, \quad \overline{s^r(100m+n)} = \overline{s^4(n)}$$

引理 3 当 r 为偶数, 式(1) 两端末位数字相同的整数当且仅当

$$(1) \quad r = 4v + 2;$$

$$\textcircled{1} x, n \text{ 奇偶性相同: } (1; 19), (3; 7), (5; 15), (7; 11), (2; 16), (6; 18), (8; 18), (10; 20), \quad (2a)$$

$$\textcircled{2} x, n \text{ 奇偶性相反: } (1; 14), (3; 2), (5; 10), (7; 6), (9; 2), (2; 11), (4; 7), (6; 19), (8; 7), (10; 15) \quad (2b)$$

$$(2) \quad r = 4v + 4;$$

$$\textcircled{1} x, n \text{ 奇偶性相同: } (1; 7, 51, 63, 95, 99), (3; 39, 51, 83, 87, 95), (5; 27, 71, 75, 83), (7; 39, 43, 51, 95), (9; 27, 31, 39, 83, 95), (2; 20, 32, 64, 68, 76), (4; 8, 20, 52, 56, 64), (6; 20, 24, 32, 76, 68), (8; 8, 20, 64), (10; 8, 52, 64, 90, 100) \quad (2c)$$

$$\textcircled{2} x, n \text{ 奇偶性相反: } (1; 26, 38, 70, 74, 82), (3; 14, 26, 62, 70), (5; 2, 14, 46, 50, 58), (7; 14, 18, 26, 70, 82), (9; 2, 6, 14, 58, 70), (2; 39, 43, 51), (4; 27, 31, 39, 83), (6; 51, 63, 99), (8; 39, 51, 83, 87), (10; 21, 39, 71, 75, 83) \quad (2d)$$

引理 4^[4] $n = 2^{\alpha}_C, 2^{\beta}_C, \omega = \sum_{k=0}^{n-1} (1+2k)^r$

$$(1) \quad r = 2v + 2, \quad \text{ord } \omega = \alpha = \text{ord } n; \quad (3)$$

$$(2) \quad r = 2v + 1, \quad \text{ord } \omega = 2\alpha = \text{ord } n^2(13) \quad (4)$$

引理 5^[4] 当 $n = 2^{\alpha}_C, 2^{\beta}_C, F = \sum_{k=0}^{n-1} (x+2k)^r, 2^{\gamma}_C, r = 2v + 2, \text{ord } F = \alpha = \text{ord } n \quad (5)$

2 定理证明

当 $r > 2$ 偶数, 要证式(1) 无解只须证明在如下情形下, 式(1) 无解⁽¹³⁾

2.1 $r = 4v + 2 (v > 0)$

(1) 将式(2a) 中(1; 19) 代入式(1) 得

$$\sum_{k=0}^{10m+9} (x+2k)^r + D_1 + D_2 = 2^r(5t+10+10m)^r \quad (6)$$

式(6) 左端方幂和中因子 2 指数由式(5) 计算, 设 $T = \sum_{k=0}^T (x+2k)^r, T = 10m + 9, x =$

$$10t + 1; D_1 = 2^r F_1, F_1 = \sum_{k=0}^{T_1} (x_1 + 2k)^r, T_1 = 5m + 4, x_1 = (x+1)/2 = 5t + 1; D_2 = 2^r F_2,$$

$$F_2 = \sum_{k=0}^{T_2} (x_2 + 2k)^r, T_2 = 5m + 3, x_2 = x_1 + 1 = 5t + 2, H = 2^r(5t+10+10m)^r$$

中国知网 <https://www.cnki.net>

$$(1) \quad m = 2p_1, T = 20P_1 + 9, \text{ord } F = 1, \text{式(6) 为 } 2^1 \equiv 0(4); m = 2p_1 + 1, T = 20P_1 + 19(13)$$

(2) $p_1 = 2p_2, T = 40P_2 + 19, \text{ord}F = 2$, 式(6) 为 $2^2 \equiv 0(8); p_1 = 2p_1 + 1, T = 40P_2 + 39(13)$

(3) $p_2 = 2p_3, T = 80P_3 + 39, \text{ord}F = 3$, 式(6) 为 $2^3 \equiv 0(16); p_2 = 2p_3 + 1, T = 80P_3 + 79(13)$

继续 2 分 P_3 直到第 λ 步 2 分 $p_{\lambda-1}$

(λ) $p_{\lambda-1} = 2p_{\lambda}, T = 2^{\lambda+1}5p_{\lambda} + B_{\lambda}, \text{ord}(B_{\lambda} + 1) = \lambda, \text{ord}F = \lambda, T_1 = (T - 1)/2, T_2 = T_1 - 1$, 令 $T + 1 = 2^{\lambda}c_1, H = 2^r(5t + 2^{\lambda}c_1)^r$

① $t = 2t_1, 2 \nmid t_1, \text{ord}F_1 = \lambda - 1, \text{ord}D_1 = r + \lambda - 1, 2 \nmid t_2, \text{ord}D_2 \geq 2r, \text{ord}H \geq 2r$, 当 $\lambda \geq 2r, n = 2T + 1 \geq 2r + 2$, 由引理 1 得式(6) 无解, 当 $\lambda < 2r$, 式(6) 为 $2^{\lambda} \equiv 0(2^{\lambda+1})(13)$

② $t = 2t_1 + 1, 2 \nmid t_1, \text{ord}D_1 \geq 2r, 2 \nmid t_2, T_2$ 为偶数, $\text{ord}F_2 = 0$, 所以 $\text{ord}D_2 = r, \text{ord}H = r$, 当 $x \geq r, n = 2T + 1 \geq 2r + 2$, 由引理 1 得式(6) 无解, 当 $\lambda < r$, 式(6) 为 $2^{\lambda} \equiv 0(2^{\lambda+1})(13)$
 $p_{\lambda-1} = 2p_{\lambda} + 1, T = 2^{\lambda+1}5p_{\lambda} + B_{\lambda+1}, n = 2T + 1 \geq 2r + 2$, 由引理 1 得式(6) 无解(13)

式(2a) 中 $(x_1; n_1)$ 使用式(6) 方法证得式(1) 无解(13)

(II) 将式(2b) 中 $(1; 14)$ 代入式(1) 并将 x' 移到等号右端

$$\sum_{k=0}^{20m+12} (x_0 + k)^r = (x + 20m + 14)^r - x^r = H(13) \quad (7)$$

设 $G = \sum_{k=0}^{20m+12} (x_0 + k)^r, x = 10t + 1, x_0 = 10t + 2$; 令 $a_0 = x_0, b_{20m+12} = x_0 + 20m + 12; a_1 = x_0 + 1, b_{20m+11} = x_0 + 20m + 11; \dots; a_{10m+5} = x_0 + (10m + 5), b_{10m+7} = x_0 + 10m + 7$; 及 $a_{10m+6} = x_0 + 10m + 6 = x + 10m + 7(13)$

我们有 $a_0 + b_{20m+12} = \dots = a_{10m+5} + b_{10m+7} = 2(x + 10m + 7) = a + b(13)$

r 为偶数, 由 Kummer 恒等式

$$G = \sum_{k=0}^{\frac{r}{2}} (-1)^k \frac{r}{r-k} (a+b)^{r-2k} [(a_0 b_{20m+12})^k + \dots + (a_{10m+5} b_{10m+7})^k] + (x + 10m + 7)^r,$$

显然 G 中无因子 $a + b$; 而 $(x + 20m + 14) + x = a + b(13)$

所以

$$H = (x + 20m + 14)^r - x^r = (20m + 14)(a + b) \left[\sum_{k=0}^{\frac{r-1}{2}} (-1)^k \binom{r-1-k}{k} (a + b)^{r-2-2k} (ab)^k \right] (13)$$

显然 H 含因子 $a + b(13)$

为方便计算 G 中因子 2 的指数, 我们分拆 $G = F + 2^r F_1 + 2^r F_2(13)$

这里 $F = \sum_{k=0}^T (x + 2k)^r, T = 10m + 5, x = 10t + 1; F_1 = \sum_{k=0}^{T_1} (x_1 + 2k)^r, T_1 = 5m + 3,$

$$x_1 = (x + 1)/2 = 5t + 1; F_2 = \sum_{k=0}^{T_2} (x_2 + 2k)^r, T_2 = 5m + 2, x_2 = x_1 + 1 = 5t + 2(13)$$

情形 1 $t = 2t_1, x_1 = 10t_1 + 1, x_2 = 10t_1 + 2(13)$

当 $2 \nmid m, a + b = 2(x + 10m + 7) = 4(10t_1 + 4 + 5m) = 4 \times \text{ord}(a + b) = 2, H$ 的中括号内末项为 $\binom{2m+1}{2v} (ab)^{\dots}$ 是奇数, 其他项含因子 $a + b$ 为偶数, 所以, 中括号因子 2 的指数为 0, 于

是 $\text{ord}H = \text{ord} \{ 20m + 14 \} (a + b) = 3(13)$

(1) $m = 2p_1, T = 20p_1 + 5, \text{ord}F = 1$, 式(7) 为 $2 \equiv 0(4); m = 2p_1 + 1, T = 20p_1 + 15(13)$

(2) $p_1 = 2p_2, T = 40p_2 + 15; p_1 = 2p_2 + 1, T = 40p_2 + 35, \text{ord}F = 2$, 式(7) 为 $2 \equiv 0(8)(13)$

(3) $p_2 = 2p_3, T = 80p_3 + 15, \text{ord}F \geq 4$, 式(7) 为 $0 \equiv 2^3(2^4); p_2 = 2p_3 + 1, T = 80p_3 + 55, \text{ord}F = 3 = \text{ord}H, T_1 = 40p_3 + 28$ 是偶数, $\text{ord}F_1 = 0, \text{ord}(2F_1) = r, 2 \nmid r, \text{ord}F_2 \geq r, \text{ord}(2F_2) \geq 2r$, 因 H 含因子 2 而 G 无因子 2 含 $G = 2^3 c_1, H = 2^3 c_2, c_1 \neq c_2, c_1 - c_2 = 2^\alpha c_3, \alpha \geq 1, G - H = 0$, 式(7) 为 $2^{3+\alpha} \equiv 0(2^{4+\alpha})$

情形 2 $t = 4t_2 + 1, x_1 = 20t_2 + 6, x_2 = 20t_2 + 7$

(1), (2) 证明与情形 1 中(1), (2) 相同

(3) $p_2 = 2p_3, T = 80p_3 + 15; p_2 = 2p_3 + 1, T = 80p_3 + 55; \text{ord}F = 3(13) + b = 8(10t_2 + 7 + 20p_3), \text{ord}H = 4$, 式(7) 为 $2^3 \equiv 0(2^4)(13)$

(4) $p_3 = 2p_4, T = 160p_4 + 15, \text{ord}F = 4, a + b = 8(10t_2 + 7 + 40p_4) = 8 \times \text{ord}H = 4(13)$
因 H 含因子 2 而 G 无因子 2 令 $G = 2^4 c_4, F = 2^4 c_5, c_4 \neq c_5, c_4 - c_5 = 2^\alpha c_6, \alpha \geq 1, G - H = 0$, 式(7) 为 $2^{4+\alpha} \equiv 0(2^{5+\alpha}); p_3 = 2p_4 + 1, T = 160p_4 + 95, \text{ord}F \geq 5, (a + b) = 8(10t_2 + 27 + 40p_4), \text{ord}H = 4$, 式(7) 为 $0 \equiv 2^4(2^5)(13)$

情形 3 $t = 4t_2 + 3$, 类似上法可证式(7) 无解(13)

式(2b) 中 $(x_1; n_1)$ 使用式(7) 方法证得式(1) 无解(13)

由(I)、(II) 证明了, $r = 4v + 2(v > 0)$ 方程(1) 无解(13)

2.2 $r = 4v + 4$

(I) 式(2c) 中 $(x_1; n_2)$ 使用式(7) 方法证得方程(1) 无解

(II) 将式(2d) 中 $(1; 26)$ 代入式(1) 并将 x^r 移到等号右端

$$\sum_{k=0}^{100m+24} (x_0 + k)^r = (x + 100m + 26)^r - x^r = H \quad (8)$$

设 $G = \sum_{k=0}^{100m+24} (x_0 + k)^r, x = 10t + 1, x_0 = x + 1 = 10t + 2, a_0 = x_0, b_{100m+24} = x_0 + 100m + 24; a_1 = x_0 + 1, b_{100m+23} = x_0 + 100m + 23, \dots; a_{50m+11} = x_0 + 50m + 11, b_{50m+13} = x_0 + 50m + 13$ 及 $a_{50m+12} = x_0 + 50m + 12 = x + 50m + 13(13)$

我们有 $a_0 + b_{100m+24} = \dots = a_{50m+11} + b_{50m+13} = 2(x + 50m + 13) = a + b;$

r 为偶数, 由 kummer 恒等式

$$G = \sum_{k=0}^{\frac{r}{2}} (-1)^k \frac{r}{r-k} \binom{r-k}{k} (a+b)^{r-2k} [(a_0 b_{100m+24})^k + \dots + (a_{50m+11} b_{50m+13})^k] + (x + 50m + 13)^r,$$

显然 G 中不含因子 $a + b$; 而 $(x + 100m + 26) + x = a + b(13)$

$$H = (x + 100m + 26)^r - x^r =$$

$$(100m + 26)(a + b) \left[\sum_{k=0}^{\left\{ \frac{r-1}{2} \right\}} (-1)^k \binom{r-k-1}{k} (a+b)^{r-2-2k} (ab)^k \right],$$

中括号内末项系数是 $\left[r - 1 - \left\lfloor \frac{r-1}{2} \right\rfloor \right]$ (13) 它的因子 2 的指数是中括号内诸项因子 2 指

数最小者, 所以, 中括号和式因子 2 的指数是 $\text{ord}[] = \text{ord} \left[r - 1 - \left\lfloor \frac{r-1}{2} \right\rfloor \right]$, 我们得到

$$\text{ord}H = \text{ord} \left\{ (100m + 26)(a + b) \left[r - 1 - \left\lfloor \frac{r-1}{2} \right\rfloor \right] \right\},$$

$$\text{ord} \left[r - 1 - \left\lfloor \frac{r-1}{2} \right\rfloor \right] = \lambda - 1 \quad (13)$$

为方便计算 G 中因子 2 的指数, 我们分拆 $G = F + 2^r F_1 + 2^r F_2$ (13)

其中 $F = \sum_{k=0}^T (x + 2k)^r$, $T = 50m + 11$, $x = 10t + 1$; $F_1 = \sum_{k=0}^{T_1} (x_1 + 2k)^r$, $T_1 = 25m +$

6 , $x_1 = (x + 1)/2 = 5t + 1$; $F_2 = \sum_{k=0}^{T_2} (x_2 + 2k)^r$, $T_2 = 25m + 5$, $x_2 = x_1 + 1 = 5t + 2$, F ,

F_1, F_2 中因子 2 的指数由式 (5) 计算, 若满足 $2 \nmid x_1, 2 \nmid x_2$ 的话 (13)

情形 1: $t = 2t_1$, 若 $2 \nmid m$, $a + b = 4(10t_1 + 7 + 25m) = 4$ 柯 $\text{ord}(a + b) = 2$ (13)

情形 1.1: $r = 8v_2 + 2^2$, $\text{ord}H = 4$ (13)

(1) $m = 2p_1$, $T = 100p_1 + 11$; $m = 2p_1 + 1$, $T = 100p_1 + 61$, $\text{ord}F = 1$, 式 (8) 为 $2^r \equiv 0(4)$ (13)

(2) $p_1 = 2p_2$, $T = 200p_2 + 11$, $\text{ord}F = 2$, 式 (8) 为 $2^2 \equiv 0(8)$; $p_1 = 2p_2 + 1$, $T = 200p_2 + 111$ (13)

(3) $p_2 = 2p_3$, $T = 400p_3 + 111$; $p_2 = 2p_3 + 1$, $T = 400p_3 + 311$, $\text{ord}F = 3$, 式 (8) 为 $2^3 \equiv 0(2^4)$ (13)

(4) $p_3 = 2p_4$, $T = 800p_4 + 111$, $\text{ord}F = 4 = \text{ord}H$, $T_1 = 400p_4 + 56$ 为偶数, $\text{ord}F_1 = 0$, $\text{ord}(2^r F_1) = r$, $2 \nmid x_2$, $\text{ord}(2^r F_2) \geq 2r$, 若 $r = 4$, 式 (8) 为 $0 \equiv 2^4(2^5)$; 若 $r \geq 12$, H 有因子 柯而 G 中无因子 柯令 $G = 2^{c_1} c_1$, $H = 2^{c_2} c_2$, $c_1 \neq c_2$, $c_1 - c_2 = 2^{\alpha} c_3$, $\alpha \geq 1$, $G - H = 0$, 式 (8) 为 $2^{1+\alpha} \equiv 0(2^{5+\alpha})$; $p_3 = 2p_4 + 1$, $T = 800p_4 + 511$, $\text{ord}F \geq 5$ (13); $T_1 = 400p_4 + 256$ 是偶数, 易得 $\text{ord}(2^r F_1) = r$, $\text{ord}(2^r F_2) \geq 2r$, 当 $r = 4$, $n = 2(T + 2) > 2 \cdot 4 + 2 = 10$, 由引理 1 得式 (8) 无解, 当 $r \geq 12$, 式 (8) 为 $0 \equiv 2^4(2^5)$ (13)

情形 1.2: $r = 16v_3 + 2^3$, $\text{ord}H = 5$ (13)

(1) $\sim$ (3) 证明与情况 1.1 中 (1) $\sim$ (3) 相同 (13)

(4) $p_3 = 2p_4$, $T = 800p_4 + 111$, $\text{ord}F = 4$, 式 (8) 为 $2^4 \equiv 0(2^5)$; $p_3 = 2p_4 + 1$, $T = 800p_4 + 511$ (13)

中国知网 <https://www.cnki.net>

(5) $p_4 = 2p_5$, $T = 1600p_5 + 511$, $\text{ord}F \geq 6$, 式 (8) 为 $0 \equiv 2^5(2^6)$; $p_4 = 2p_5 + 1$, $T = 1600p_5$

+ 1311, $\text{ord} F = 5 = \text{ord} H$, H 含因子 2 而 G 不含因子 2 令 $G = 2^5 c_4, H = 2^5 c_5, c_4 \neq c_5, c_4 - c_5 = 2^\alpha c_6, \alpha \geq 1, G - H = 0$, 式(8) 为 $2^{5+\alpha} \equiv 0(2^{6+\alpha})$

.....

情形 1. ($\lambda - 1$): $r = 2^{\lambda+1} v_\lambda + 2^\lambda, \text{ord} H = \lambda + 2$ (13)

(1) $\sim$ (4) 证明与情形 1.2 中(1) $\sim$ (4) 相同(13)

(5) $p_4 = 2p_5, T = 1600p_5 + 511; p_4 = 2p_5 + 1, T = 1600p_5 + 1311, \text{ord} F = 5$, 式(8) 为 $2^5 \equiv 0(2^6)$ (13)

.....

($\lambda + 1$) $p_\lambda = 2p_{\lambda+1}, T = 2^{\lambda+2} 25p_{\lambda+1} + B_{\lambda+1}, \text{ord}(B_{\lambda+1} + 1) = \lambda + 1, \text{ord} F = \lambda + 1$, 式(8) 为 $2^{\lambda+1} \equiv 0(2^{\lambda+2})$; $p_\lambda = 2p_{\lambda+1} + 1, T = 2^{\lambda+2} 25p_{\lambda+1} + B_{\lambda+2}$ (13)

($\lambda + 2$) $p_{\lambda+1} = 2p_{\lambda+2}, T = 2^{\lambda+3} 25p_{\lambda+2} + B_{\lambda+2}, \text{ord}(B_{\lambda+2} + 1) = \lambda + 2, \text{ord} F = \lambda + 2 = \text{ord} H$, H 有因子 2 而 G 不含因子 2 令 $G = 2^{\lambda+2} c_7, H = 2^{\lambda+2} c_8, c_7 \neq c_8, c_7 - c_8 = 2^\alpha c_9, \alpha \geq 1, G - H = 0$, 式(8) 为 $2^{\lambda+2+\alpha} \equiv 0(2^{\lambda+3+\alpha})$; $p_{\lambda+1} = 2p_{\lambda+2} + 1, T = 2^{\lambda+3} 25p_{\lambda+2} + B_{\lambda+3}, \text{ord}(B_{\lambda+3} + 1) \geq \lambda + 3, \text{ord} F \geq \lambda + 3$, 式(8) 为 $0 \equiv 2^{\lambda+2}(2^{\lambda+3})$ (13)

情形 2: $t = 2u + 1$ 同上法可证方程(8) 无解(13)

由上证明了, ($1; 26$) 在 $r = 2^{\lambda+1} v_\lambda + 2^\lambda$ ($\lambda = 2, 3, \dots$), 即 $r = 4v + 4$, 方程(1) 无解(13)

式(2d) 中($x_1; n_2$) 使用式(8) 方法证得式(1) 无解(13)

由(I), (II) 证明了, $r = 4v + 4$, 方程(1) 无解(13)

由 1, 2 定理证毕

参 考 文 献

- 1 L E Dickson · History of the theory of numbers · 1952, 2:564
- 2 柯召, 孙琦, 邹兆南 19 关于方程 $\sum_{j=0}^h (x+j)^n = (x+h+1)^n$ 19 四川大学学报, 1978 19(2-3): 19~24
- 3 苏希鲁, 陈清华 19 关于不定方程 $\sum_{i=0}^h (x+i)^n = (x+h+1)^n$ 一些结论 福建师大学报, 1990, 6(4): 34~39
- 4 及万会 19 关于 Escott 方程 19 抚州师专学报, 1996, (3): 5~13
- 5 邹兆南 19 关于不定方程 $\sum_{i=0}^h (x+i)^n = (x+n+1)^n$ 的解 19 西南师大学报, 1996, 21(1): 28~32

On the Escott's Equation

Ji Wanhui

(Ningxiao Wuzhong Normal School)

Abstract This paper proves with an elementary method that the diophantine equation $\sum_{k=0}^{q-1} (x+k)^r = (x+n)^r$ has no positive integer solution · When n, x are positive integers and $r > 2$ even ·

Key words diophantine equation; power sum; exponent of factor; congruence