

# 高层建筑抗风动力可靠性

包忠有<sup>1</sup> 唐耀彩<sup>2</sup> 张友巧<sup>3</sup>

(1 土木工程系 2 外语教学部 3 无锡气动技术研究所)

**摘要** 研究了高层建筑在风荷载作用下的失效分布函数及动力可靠性函数,讨论了可靠指标,结构抗力和风荷载之间的关系<sup>[1]</sup>。

**关键词** 高层建筑;风荷载;动力可靠性

**分类号** TU 973.32

## 0 引言

高层建筑在设计上十分重视侧向荷载,除了地震荷载以外,主要的侧向荷载是风荷载,因此对风荷载作用下的高层建筑的动力可靠性研究是一项十分有意义的工作<sup>[1]</sup>。

## 1 可靠性函数及失效分布函数

当风速是  $V$ , 风压是  $P$  时,  $P$  与  $V$  有关, 即  $P = P(V)$  <sup>[1]</sup> 在  $V$  是常量时,  $P(V)$  也是常量<sup>[1]</sup> 一般情况下,  $V$  是随时间随机变化的, 所以  $P$  也是一个随机变量<sup>[1]</sup> 在结构受到风荷载作用时, 风荷载的量值可用风压表示, 风荷载也为随机荷载<sup>[1]</sup>

高层建筑在风荷载作用下的结构反应为  $S$ , 结构反应限值为  $R$ , 那么其状态函数

$$Z = R - S \tag{1}$$

当  $Z \geq 0$  时, 结构在风荷载作用下处于可靠状态, 当  $Z < 0$  时, 处于失效状态<sup>[1]</sup>

高层建筑在风荷载作用下处于可靠状态的概率称为动力可靠性, 表达式为

$$P\{S \leq R, P\} = P(S, P) \quad S \in [0, R] \tag{2}$$

而处于失效状态的概率为

$$P\{S > R, P\} = F(S, P) \quad S \in (R, \infty) \tag{3}$$

式(2)、(3)的概率密度具有相同的形式, 即

$$F\{S = S, P\} = f(S, P) \tag{4}$$

其意义为风荷载  $P$  作用时, 结构反应值  $S = S$  的概率<sup>[1]</sup>

风荷载的方向及强度具有任意性, 因而高层建筑在各个方面都有可能受到各种强度等级的风荷载作用而发生各向振动, 所以风荷载具有各向同一性<sup>[1]</sup> 同时, 由于风荷载的作用, 结构的

骨风面形成一定的漩涡,而产生吸力,致使高层建筑也产生各向振动<sup>[1,2]</sup>由此说明风荷载的不规则性及风旋涡的不规则性,是高层建筑受风荷载作用发生各向振动的主要原因<sup>[13]</sup>图 1 所示是记录到的高层建筑顶部在风中运动的轨迹,它足以说明其振动的复杂性<sup>[13]</sup>在图 1 中表示出其垂

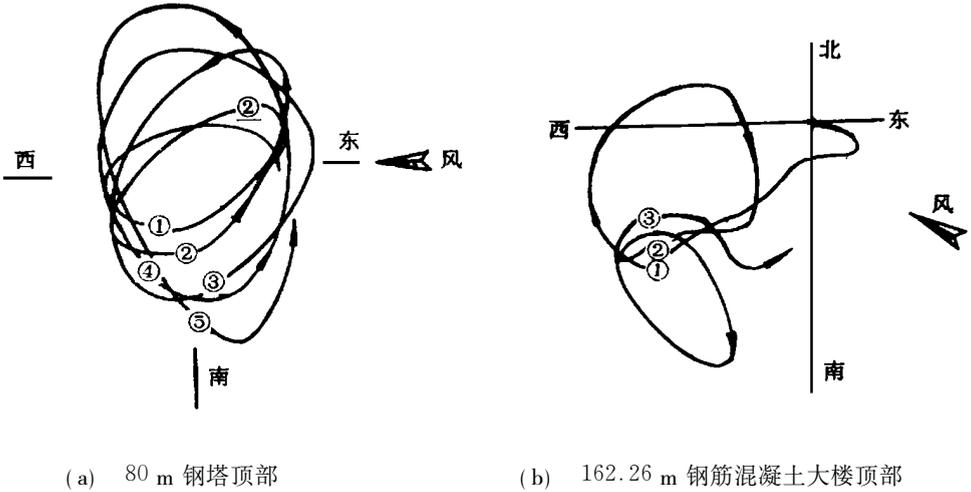


图 1 高层建筑风致顶训运动轨迹图

直于风向的振幅也可能大于顺风向的振幅,显然风旋涡及其他空气动力、尾流作用等因素在高层建筑抗风动力可靠性中不可忽视<sup>[13]</sup>高层建筑在风荷作用下引起的振动是各向受迫悬臂振动<sup>[13]</sup>

通过对这种振动的测定,可以发现,如某瞬时风荷载变化  $\Delta P$ ,由于脉动风压或者空气紊流和涡流等因素引起结构位移发生变化  $\Delta x$ <sup>[13]</sup>如果我们把由于以上原因引起的结构位移变化  $\Delta x$  的分布密度假设为  $\Phi(\Delta x)$ ,则

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) = 1 \tag{5}$$

由于风向、强度具有各向同一性,因此有

$$\Phi(\Delta x) = \Phi(-\Delta x) \tag{6}$$

值得指出的是,若风荷载消失,结构顶点不再恢复到原来的位置,这就是结构变异<sup>[3,4]</sup>,此时式(6)便不能适用了<sup>[13]</sup>因此式(6)表明了结构若不发生结构变异,同一级别的风荷载尽管方向不同,但们位移的变化具有相同的概率<sup>[13]</sup>

如结构在脉动风压  $P$  作用下,结构位移  $x$  的概率为  $f(x, P)$ ,根据上述分析,其位移增量  $dr$  必定是脉动风压  $P$  及紊流和涡流等因素引起的<sup>[13]</sup>而脉动风压引起的结构位移与结构在风作用下产生的紊流和涡流等因素引起的位移是两个独立事件,故脉动风压与风作用下产生的紊流和涡流同时引起的结构位移的概率为

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x + \Delta x, P) \Phi(\Delta x) d(\Delta x) \tag{7}$$

在结构动力可靠性研究中,脉动风压、紊流、涡流共同引起的结构振动最具威胁<sup>[2]</sup><sup>[13]</sup>

若  $[x, x + dx]$  是振动位移变化区间,那么在风荷载  $P$  作用下,位移变化为

$$dr = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f(x + \Delta x, P) \Phi(\Delta x) d(\Delta x) \right] dx \tag{8}$$

$$dr = f(x, P + \Delta P) dx \quad (9)$$

由于  $\Delta P$  相当小, 故式(9)可改写为

$$dr = [f(x, P) + \Delta P \frac{\partial f(x, P)}{\partial P}] dx \quad (9a)$$

由式(8)与(9a)得出

$$f(x, P) + \Delta P \frac{\partial f(x, P)}{\partial P} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x + \Delta x, P) \Phi(\Delta x) d(\Delta x) \quad (10)$$

对  $f(x + \Delta x, P)$  进行泰勒级数展开略去高阶数量, 得

$$f(x + \Delta x, P) = f(x, P) + \Delta x \frac{\partial f(x, P)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!} \frac{\partial^2 f(x, P)}{\partial x^2} \quad (10a)$$

将式(10a)代入式(10), 得

$$f(x, P) + \Delta P \frac{\partial f(x, P)}{\partial P} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, P) \Phi(\Delta x) d(\Delta x) + \frac{\partial f(x, P)}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta x) \Phi(\Delta x) d(\Delta x) + \frac{\partial^2 f(x, P)}{\partial x^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{2} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) \quad (10b)$$

根据式(5), 则式(10b)为

$$\frac{\partial f(x, P)}{\partial P} = \frac{\partial f(x, P)}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) + \frac{\partial^2 f(x, P)}{\partial x^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) \quad (11)$$

若结构不发生变异, 则

$$\frac{\partial f(x, P)}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta x}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) = 0 \quad (11a)$$

联立式(11a)、(11), 则

$$\frac{\partial f(x, P)}{\partial P} = \frac{\partial^2 f(x, P)}{\partial x^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) \quad (11b)$$

根据动力可靠性概率密度定义, 方程(11)、(11b)的边界条件为

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x, P) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\partial f(x, P)}{\partial x} = 0$$

风荷载强度为零时, 结构位移  $x$  的概率, 即初始条件为

$$f(x, 0) = \delta(x) = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ 0(13) & x \neq 0(13) \end{cases}$$

因而求得式(11)的解为

$$f(x, P) = \left\{ 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) \right\}^{-1/2} \exp \left\{ \frac{\left[ x - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta x}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) dP \right]^2}{4 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) dP} \right\} \quad (12)$$

式(11b)解为

$$f(x, P) = \left\{ 2\pi \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) dP \right\}^{-1/2} \cdot \exp \left\{ \frac{x^2}{4 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{2\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) dP} \right\} \quad (12a)$$

可以证明式(12)是以  $a = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) dP$ ,  $\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\Delta x)^2}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) dP$

的正态分布密度函数,式(12a)是以  $a=0$ ,  $\sigma=\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\Delta x}{\Delta P}\right)^2\Phi(\Delta x)d(\Delta x)\right\}^{-1/2}$  的正态分布密度函数<sup>[13]</sup> $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Delta x}{\Delta P}\Phi(\Delta x)d(\Delta x)$  称为偏移函数,它表示高层建筑原结构顶点位置的偏移程度<sup>[13]</sup> $\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\Delta x}{\Delta P}\right)^2\Phi(\Delta x)d(\Delta x)$  为扩散系数,它表示高层建筑原结构顶点位移的增加程度<sup>[13]</sup>显然,扩散系数由结构性质及风荷载唯一确定,其值可作为判断结构抗风能力的一种度量<sup>[13]</sup>

于是我们得到动力可靠性函数

$$P\{x(P) \leq X, P\} = P(x, P) = \int_s f(x, P) dx \quad (13)$$

$$\text{失效分布函数} \quad F\{x(P) > X, P\} = F(x, P) = 2 \int_s^{\infty} f(x, P) dx \quad (14)$$

$$\text{显然有} \quad P(x, P) + F(x, P) = 1 \quad (15)$$

## 2 风荷载同扩散系数的关系

高层建筑在风荷载作用时作各向受迫悬臂振动,我们以高层建筑与风荷载之间的动平衡入手,建立了结构反应(位移或内力)的扩散系数与风荷载之间的关系<sup>[13]</sup>

### 2.1 非结构变异情况

在非结构变异的前提下,结构振动位移可变区间为 $[0, X]$ ,其中  $X$  是位移变化限值,当振动位移  $x=X$  时,即为极限状态<sup>[13]</sup>

高层建筑受随机风荷载作用时,顶点位移为  $x, x \in [0, X]$ <sup>[13]</sup>结构具有动能  $E$ ,顶点位移从 0 到  $X$  的运动过程中, $E$  随风荷载的变化而变化,当位移为  $X$  时,处于动态平衡,此时动能  $E$  达到极值<sup>[13]</sup>结构内力  $S$  随位移  $x, P$  而变化,因此  $S$  是  $x$  与  $P$  的函数,记  $S=S(x, P)$  <sup>[13]</sup>在动平衡时,结构内力函数  $S(x, P)$  使动能  $E$  对结构的任意虚位移  $\delta$  的变分等于零,即  $\delta E=0$ ,于是

$$\delta E = \int_0^X (P - \frac{\partial S(x, P)}{\partial x}) \delta x = 0 \quad (16)$$

$$P - \frac{\partial S(x, P)}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

以  $D$  表示结构振动位移的扩散系数,此时动平衡占主导地位,扩散结果满足

$$\frac{\partial S(x, P)}{\partial x} = DR_k \quad (18)$$

内力对位移的变化率是抗力  $R_k$  的  $D$  倍<sup>[13]</sup>由式(17)、(18)可得

$$D = P/R_k \quad (19)$$

由此可知, $D$  既依赖于结构本身的性质,又与风压有关<sup>[13]</sup>将式(19)代入式(12a)正态分布密度函数中的  $\sigma$  中,得到在风荷载作用下高层建筑位移均方差

$$\sigma = \frac{P^2}{R_k} = P \frac{R_k}{R_k} \quad (20)$$

公式(20)与 Davenport 等人的经验公式具有相同形式<sup>[21]</sup><sup>[13]</sup>将式(20)代入式(13),得

$$P\{x(P) < X, P\} = 2\Phi\left(\frac{R_k X}{P}\right) - 1 \quad (21)$$

式中:  $x$  是结构反应位移值, 可靠性指标  $\beta = R_k x / P R_k$  (22)

由式(22)可知, 要提高高层建筑抗风可靠性, 只有通过提高结构抗力  $R_k$ , 基本上符合实际情况, 是工程应用中优化设计的理论依据(13)

## 2.2 结构变异情况

这方面的情况目前的观察资料和实验依据都比较缺乏, 所以很难获得偏移和扩散系数的精确解释式, 经初步的研究, 由少量的统计资料得到偏移和扩散系数的近似式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta x}{\Delta P} \Phi(\Delta x) d(\Delta x) = x \alpha^{\gamma} \quad (23)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\Delta x}{\Delta P} \right)^2 \Phi(\Delta x) d(\Delta x) = x e^{-\alpha^{\gamma}} (\alpha^{\gamma} - 1) \quad (24)$$

因此其可靠性函数可写为

$$P\{x(P) < x, P\} = \int_x^{\infty} \frac{1}{2 \Gamma(x, P) (1 - e^{-\alpha^{\gamma}})} \exp\left\{ -\frac{[x - x(1 - e^{-\alpha^{\gamma}})]^2}{2 x e^{-\alpha^{\gamma}} (1 - e^{-\alpha^{\gamma}})} \right\} dx \quad (25)$$

失效分布函数为

$$F(x, P) = 1 - P(x, P)$$

式中:  $\alpha, \gamma$  是与材料、结构有关的参数, 一般可视为常参数, 其计算可参考文献[3](13)

## 3 应用及算例

在某些特殊情况, 高层建筑在风荷载作用下的振动可化作单自由度振动, 在设计工作中, 一般也仅考虑两个轴方向的风荷载, 故文献[5]对动力可靠性计算公式作 3 个基本假定, 采用简单的泊松过程法进行动力可靠性的计算, 得到的结论与模拟法比较, 笔者采用该文献的实例, 用推导的结论进行动力可靠性计算, 见表 1(13)

表 1 风致动力可靠性对比

等级	风 速		位移均方差 $\mu \sigma$ ( $\mu=3$ )	安全概 $P_i$			$P_i f_i$		
	$V_{10}$	发现概率 $f_i$		泊松法	模拟法	本文方法	泊松法	模拟法	本文方法
1	15.522	0.7	4.221 6	1.0		0.999 84	0.7		0.698 89
2	16.200	0.1	4.772 2	1.0		0.999 78	0.1		0.099 98
3	17.208	0.1	5.268 4	1.0		0.999 33	0.1		0.099 93
4	17.594	0.025	5.572 1	0.999 99		0.998 63	0.025 07		0.024 97
5	18.113	0.025	5.883 7	0.999 98		0.997 30	0.024 96		0.024 93
6	18.552	0.015	6.108 9	0.999 92		0.996 27	0.014 98		0.011 94
7	18.955	0.010	6.567 0	0.999 27		0.993 27	0.010 01		0.009 93
8	19.547	0.010	6.801 2	0.997 15		0.990 68	0.009 96		0.009 91
9	20.004	0.005	7.289 5	0.986 39	0.98	0.983 60	0.004 93	0.004 9	0.004 92
10	20.763	0.005	8.137 2	0.896 65	0.94	0.964 27	0.004 45	0.004 7	0.004 82
11	22.439	0.005	9.336 4	0.377 56	0.64	0.942 57	0.001 59	0.003 2	0.004 71
$\Sigma$							0.995 90	0.997 6	0.997 93

本文的结论与泊松过程法计算相比,年误差仅 0.02%,百年误差也只有 1.67%,见表 2<sup>(13)</sup>。用泊松过程法进行结构动力可靠性计算采用了“不同方向的结构破坏事件彼此独立发生”的假设,本文是以高层建筑受有风荷载作用时的实际现象并辅以理论推导所得,因而计算出的动力可靠性准确可信,而且简便实用<sup>(13)</sup>。

表 2 年度动力可靠性对比

年数	动力可靠性				
	模拟法	泊松法	误差	本文方法	误差
1	0.997 76	0.995 90	-0.187%	0.997 93	0.02%
20	0.956 20	0.921 10	-3.67%	0.959 35	0.33%
50	0.894 07	0.814 26	-8.93%	0.901 44	0.83%
70	0.854 91	0.750 016	-12.27%	0.864 80	1.16%
100	0.799 36	0.663 03	-17.06%	0.812 60	1.67%

### 参 考 文 献

- 1 李桂青<sup>19</sup>。抗震结构计算理论和方法<sup>19</sup>。北京:地震出版社,1985
- 2 上海科学情报所<sup>19</sup>。国外高层建筑抗风译文集<sup>19</sup>。上海:上海科技文献出版社,1979.41~110
- 3 石柘<sup>19</sup>。工程结构可靠性分析的随机过程模型<sup>19</sup>。上海建材学院学报,1988,1(2):143~148
- 4 李桂青,石柘<sup>19</sup>。多阶变截面且有集中质量悬臂杆弯曲自由振动计算方法,武汉建材学院学报,1981,3(3):111~122
- 5 曹宏,李桂青<sup>19</sup>。高耸结构动力可靠性分析<sup>19</sup>。武汉建材学院,1985,7(4):487~490

## Dynamic Wind Resistance Reliability for Tall Buildings

Bao Zhongyou<sup>1</sup> Tang Yaocai<sup>2</sup> Zhang Youqao<sup>3</sup>

(<sup>1</sup> Civil Engineering Department <sup>2</sup> The Foreign Language Department  
<sup>3</sup> Wuxi Pneumatic Technology Institute)

**Abstract** The failure distribution function and the dynamic reliability function of tall buildings under the action of wind load are studied. And the relationships between the reliability coefficients, structural stress, and wind load are also discussed.

**Key words** tall building; wind load; dynamic reliability