

文章编号: 1005-0523(1999)01-0006-09

轨道结构空间动力响应分析

陈水生, 雷晓燕

(华东交通大学 土木工程系, 江西 南昌 330013)

摘要: 建立了包含钢轨、轨枕、弹性垫层、道床和路基为一体的轨道结构空间分析模型¹⁹。该模型将轨道的各个构件离散为不同的单元, 然后组合各类单元进行整体分析, 据此, 开发了计算机程序 TDA¹⁹。运用 TDA 计算了各种算例, 计算结果表明了本文计算模型及计算方法的可行性和实用性¹⁹。

关键词: 轨道; 动力响应; 空间分析

中图分类号: U 213.21 **文献标识码:** A

0 引言

铁道部明确提出我国在 2000 年修建京沪高速铁路¹⁹。列车速度的提高导致机车车辆对轨道结构动力作用明显增大, 因而对轨道结构提出了新的更高要求, 为了正确设计适应高速铁路的轨道结构, 有必要深入研究高速列车对轨道结构的动力响应¹⁹。只有根据动力特性选择合理的轨道参数, 才能减小轮轨相互作用, 延缓轨道变形及各部件的损伤, 延长轨道寿命, 保证行车安全¹⁹。对轨道结构动力特性的研究, 近年来出现了各种计算模型, 并取得了一些成果¹⁹。但已有的众多计算模型, 多侧重于轮轨相互作用¹⁹。在模型描述方面对轨道部分过于简单, 尤其是对道床和路基, 这与实际情况是有出入的¹⁹。迄今还没有发现包含道床和路基在内的轨道结构空间分析模型¹⁹。本文建立了包含钢轨、轨枕、弹性垫层、道床和路基为一体的轨道结构空间分析模型¹⁹。该模型将轨道的各个构件离散为不同的单元, 然后组合各类单元进行整体分析, 采用 Newmark 直接数值积分求解动力方程, 使用 NewtonRaphson 迭代格式求解非线性方程组¹⁹。为模拟列车通过时的荷载, 采用了正弦激振荷载¹⁹。由于模型复杂, 数据准备工作量大, 我们开发了前处理程序 TPRES, 全部数据可采用人机对话方式自动生成, 同时为了直观地反映轨道的动力特性, 还开发了后处理程序 TPOST¹⁹。

1 轨道结构空间动力分析模型

轨道结构空间动力分析模型如图 1 所示, 荷载作用在模型中间, 远离两端截面, 减小边界效应, 边界截面结点处理成铰支, 但允许竖向位移, 路基底面各结点沿 z 方向的位移为零⁽¹³⁾

将钢轨、轨枕离散为空间梁单元, 两轨枕之间的钢轨作为 1 个梁单元, 每根轨枕作为 4

收稿日期: 1998-08-27; 修订日期: 1998-08-27

作者简介: 陈水生 (1968-) 男, 江西乐安人, 华东交通大学土木工程系讲师, 硕士。

个梁单元,钢轨与轨枕之间的弹性垫板和扣件用空间弹簧单元模拟,道床和路基则离散为空间块体单元^[13]

2 轨道结构单元简介

轨道结构空间动力分析中涉及的单元包括三维块体单元、空间梁单元、弹簧单元^[13]三维块体单元在各种文献中均有介绍^[1]^[13]

2.1 梁单元基本理论

2.1.1 单元刚度矩阵

如图 2 所示的二结点空间梁单元,单元结点位移有 6 个分量

$$\delta = [u_i, v_i, w_i, \theta_x, \theta_y, \theta_z]^T \quad (1)$$

结点力与结点位移之间的关系

$$F^e = K^e \delta$$

式中: K^e 为空间梁单元的刚度矩阵, 不计剪切影响^[13]

2.1.2 单元质量及阻尼矩阵

设质量密度为 ρ 单元长度为 l , 截面面积为 A ^[13]由方程

$$M = \int_v \rho v^T N dv$$

可得质量矩阵的显式表达式

$$M^e = \rho A l \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{35} & 0 & 0 & 0 & \frac{11l}{210} & 0 & \frac{9}{70} & 0 & 0 & 0 & \frac{13l}{420} \\ \frac{13}{35} & 0 & -\frac{11l}{210} & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70} & 0 & \frac{13l}{420} & 0 & 0 \\ \frac{l}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{6A} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{l^2}{105} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13l}{420} & 0 & \frac{l^2}{140} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{l^2}{105} & 0 & \frac{13l}{420} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{l^2}{140} & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & \frac{13}{35} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11l}{210} & 0 & 0 \\ & & & & & \frac{13}{35} & 0 & \frac{11l}{210} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & \frac{l}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{l^2}{105} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & \frac{l^2}{105} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

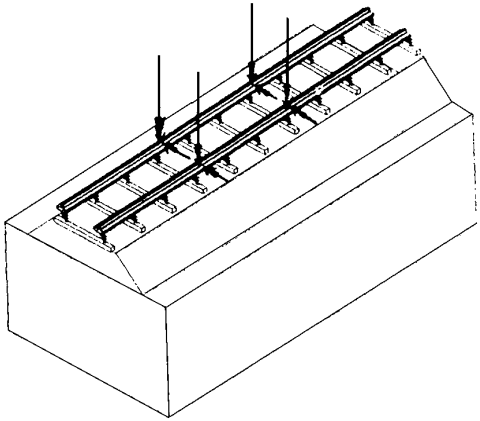


图 1 轨道结构空间动力分析模型

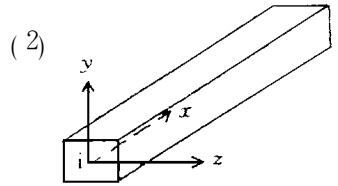


图 2 二结点空间梁单元

式中: J 为扭转惯性矩^[13]

在梁单元理论中,单元阻尼矩阵

$$C^e = \delta K^e + \gamma M^e \quad (5)$$

式中: δ, γ 为阻尼系数,与阻尼比和系统的固有频率有关^[13]

2.1.3 单元等效结点荷载向量

列车通过轨道时的轮载可看作垂向、横向集中力^[13]在梁单元中,由垂向、横向集中力产生的等效结点荷载向量(如图3所示)

垂向

$$\left. \begin{aligned} R_i &= [N_i \ Q_{iy} \ Q_{iz} \ M_{ix} \ M_{iy} \ M_{iz}]^T = \left[0 \ \frac{Pb^2(L+2a)}{l^3} \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{Pab^2}{l^2} \right]^T \\ R_j &= [N_j \ Q_{jy} \ Q_{jz} \ M_{jx} \ M_{jy} \ M_{jz}]^T = \left[0 \ \frac{Pa^2(L+2b)}{l^3} \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{Pab^2}{l^2} \right]^T \end{aligned} \right\} \quad (6a)$$

横向

$$\left. \begin{aligned} R_i &= [N_i \ Q_{iy} \ Q_{iz} \ M_{ix} \ M_{iy} \ M_{iz}]^T = \left[0 \ 0 \ \frac{Pb^2(L+2a)}{l^3} \ 0 \ \frac{Pab^2}{l^2} \ 0 \right]^T \\ R_j &= [N_j \ Q_{jy} \ Q_{jz} \ M_{jx} \ M_{jy} \ M_{jz}]^T = \left[0 \ 0 \ \frac{Pa^2(L+2b)}{l^3} \ 0 \ \frac{-Pab^2}{l^2} \ 0 \right]^T \end{aligned} \right\} \quad (6b)$$

2.1.4 坐标变换矩阵

用作模拟钢轨和轨枕的空间梁单元,其局部坐标系的 x', y' 平面总是与整体坐标系的 xy 平面平行即 z, z' 轴是相互平行的,

局部坐标与整体坐标之间转换矩阵

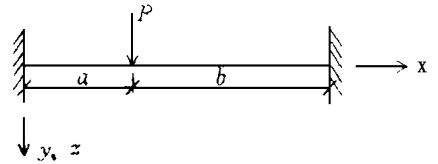


图3 垂向、横向集中力引起的等效荷载

$$T = \begin{bmatrix} t & & \\ & t & \\ & & t \\ & & & t \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中:

$$t = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 & 0 \\ m_1 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中: l_1, m_1, l_2, m_2 分别为局部坐标系坐标轴与整体坐标轴之间夹角的方向余弦^[13]

整体坐标系下的刚度,质量,阻尼及荷载矩阵

$$\left. \begin{aligned} K &= T \cdot K' \cdot T^T \\ M &= T \cdot M' \cdot T^T \\ C &= T \cdot C' \cdot T^T \\ R &= T \cdot R' \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

2.2 弹簧单元

将扣件和弹性垫板处理成弹簧单元,本文只考虑沿弹簧轴向的压缩或伸长,而忽略了弯扭剪切影响⁽¹³⁾局部坐标系中弹簧元的单元刚度矩阵

$$\mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: k 为弹簧的线刚度⁽¹³⁾由于弹簧的质量和长度相对其它部件而言很小,故忽略弹簧单元的质量和阻尼⁽¹³⁾

关于转换矩阵的考虑:由于弹簧单元均为铅垂方向分布,所以只要弹簧单元的局部坐标轴与整体坐标系的铅垂轴相一致,则可以不进行坐标转换⁽¹³⁾

2.3 各种单元的组合

本文模型涉及块体单元与梁单元,弹簧单元与梁单元的组合⁽¹³⁾

图 4(a) 所示为块体单元与梁单元的组合,对公共结点,块体元有 3 个位移分量,对应此结点的刚度阵为 3 行 3 列,而梁单元有 6 个位移分量,对应的刚度阵为 6 行 6 列,其中 3 个位移是一致的,而另外 3 个转角则是块体所没有的,因此,每增加一个公共结点,块体单刚将要增加 3 行 3 列⁽¹³⁾

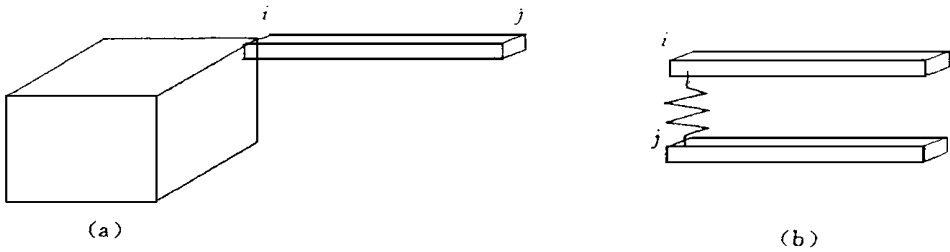


图 4 各种单元的结合

图 4b 为梁单元与块体单元的组合,弹簧的 2 个结点均与梁单元连接,为便于刚度迭加,将弹簧单元的刚度矩阵扩充为 12 行 12 列⁽¹³⁾即

$$\mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{对} & & & & & & & k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{称} & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

3 轨道结构动力有限元方程的求解

由 Hamilton 原理可得动力有限元方程

$$Ma + Ca + Ka = R \quad (12)$$

式中: M 、 C 、 K 分别为总体质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵(13)式(12)为二阶常微分方程, 本文采用 NewMark 数值积分法求解(19). NewMark 法采用如下假定

$$a_{t+\Delta} = a_t + [(1 - \beta)a_{t+\Delta}] \Delta \quad (13)$$

$$a_{t+\Delta} = a_t + a_{t+\Delta} + \left[\frac{1}{2}(1 - 2\beta)a_t + \beta a_{t+\Delta} \right] \Delta^2 \quad (14)$$

$t + \Delta$ 时刻的位移解答 $a_{t+\Delta}$ 是通过满足时间 $t + \Delta$ 的运动方程

$$Ma_{t+\Delta} + Ca_{t+\Delta} + Ka_{t+\Delta} = R_{t+\Delta} \quad (15)$$

而得到的(13)

将式(13)、(14)整理并代入式(15)得到用 t 时刻的已知量表示 $a_{t+\Delta}$ 的方程

$$K + \alpha M + \alpha C \cdot a_{t+\Delta} = R_{t+\Delta} + M \cdot (\alpha a_t + \alpha a_t + \alpha a_t) + C \cdot (\alpha a_t + \alpha a_t + \alpha a_t) \quad (16)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1/(\beta \Delta^2), & \alpha &= \alpha(\beta \Delta), & \alpha &= 1/(\beta \Delta), \\ \alpha &= 1/(2\beta^{-1}), & \alpha &= \alpha \beta^{-1}, & \alpha &= (\Delta \alpha \beta^{-2})/2 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

记 $K = K + \alpha M + \alpha C$, $\bar{R} = R_{t+\Delta} + M(\alpha a_t + \alpha a_t + \alpha a_t) + C(\alpha a_t + \alpha a_t + \alpha a_t)$, 则式(16)成为

$$K \alpha_{t+\Delta} = \bar{R} \quad (18)$$

当 K 为位移的函数时, 式(18)为非线性方程组(13)本文采用 Newton-Raphson 迭代格式求解, 其迭代格式为

$$K(a_n) \Delta a_{n+1} = \Delta R \quad (19)$$

式中:

$$\Delta a_{n+1} = a_{n+1} - a_n, \quad \Delta R = \bar{R} - K(a_n) \cdot a_n \quad (20)$$

4 轨道结构动力响应分析实例

依据以上算法, 开发了计算机程序

TDA, 并分析了列车以不同速度, 不同弹簧下质量振动频率通过轨道时动力响应(13)

本文以轴重为 25 t 车辆为例, 考虑一个转向架的情况, 将上部荷载简化

$$P = P_0 + (\alpha + \beta) \sin(2\pi \omega x) P_0 \quad (21)$$

式中: α 为速度系数(13); β 为偏载系数, ω 为加载频率, 本文考虑直线轨道, 取 $\beta = 0$ (13)荷载对称地施加在轨道上, 如图 1 示(13)

分析模型中, 路基深度 5 m, 宽度 8 m, 沿轨道纵向取 11 根轨枕, 道床顶宽为 3.1 m, 厚度为 0.45 m, 边坡比为 1 : 1.75, 肩宽 0.3 m(19)钢轨为 60 kg/m, 截面面积 $0.7745 \times 10^{-2} \text{ m}^2$, 惯性矩 $J_x = 0.3217 \times 10^{-4} \text{ m}^4$, $J_z = 0.524 \times 10^{-5} \text{ m}^4$ (13)轨枕铺设 1 760 根/km, 轨枕长度取为

2.5 m, 截面积 0.03675 m^2 , 惯性矩 $I_y = 0.125 \times 10^{-2} \text{ m}^4$, $I_z = 0.162 \times 10^{-2} \text{ m}^4$ (13) 垫板厚度为 1 cm(13) 考虑 3 种不同运行速度 $V_1 = 100 \text{ km/s}$, $V_2 = 140 \text{ km/s}$, $V_3 = 160 \text{ km/s}$ 和 4 种不同的加载频率^[2] $f_1 = 6 \text{ Hz}$, $f_2 = 10 \text{ Hz}$, $f_3 = 14 \text{ Hz}$, $f_4 = 18 \text{ Hz}$ 工况(13)

积分时间步长 $\Delta t = 0.005 \text{ s}$, 比例阻尼系数 $\delta = \gamma = 0.0002$, New Mark 数值积分法中的参数 $\alpha = 0.25$, $\beta = 0.5$, 材料性质见表 1, 垫板线刚度 $k = 0.1175 \times 10^9 \text{ N/m}$ (13) 其中道碴是一种散体结构, 在反复荷载作用下表现为非线性性质, 其本构关系^[4]: $E = K_1 \cdot \theta^2$, 其中

表 1 材料性质

| 材料参数 | $E / 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ | ν | $\rho / \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ |
|------|--|-------|--|
| 路基 | 20 | 0.25 | 20 |
| 轨枕 | 1.5×10^4 | 0.30 | 28 |
| 钢轨 | 2.1×10^5 | 0.30 | 78 |
| 道碴 | 150 | 0.27 | 25 |
| 底碴 | 50 | 0.35 | 20 |

E 为道碴的变形模量, θ 为体积应力, K_1, K_2 为与材料性质有关的系数(13)

计算结果如图 6~9, 分别表示中间截面轨枕下道床内 A 点(见图 5)的位移-时间, 速度-时间和加速度-时间曲线, 表 2、表 3 列出了不同加载频率、不同列车运行速度与道碴内最大位移、速度、加速度响应之间的关系(13)

通过以上分析, 可以得出以下结论:

- 1) 随着加载频率的增大, 轨道动力响应增大较快, 当加载频率为 10 Hz 时, 道碴振动加速度约为 $4g$ (13)
- 2) 当加载频率一定时, 速度系数 α 越大, 道床的动力响应也相应增加(13)

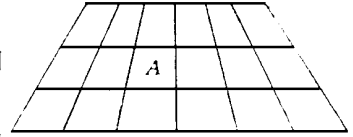


图 5 中间截面的道床网格

应当指出, 加载频率反映列车通过速度, 根据文献[2], 加载频率 30 Hz 相当列车通过速度 400 km/h¹⁹ 我国目前列车运行速度约 80~160 km/h 之间, 相当加载频率 6~12 Hz(13) 在高速列车通过时, 由加载频率引起的动力响应将迅速增大, 应引起我们足够的重视(13)

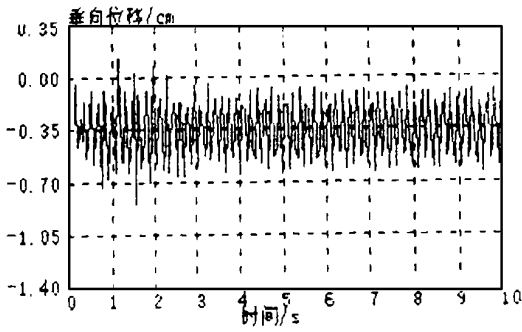
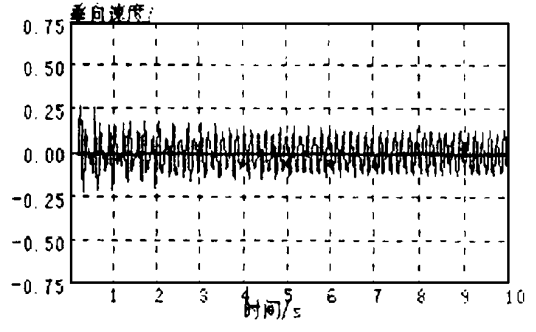
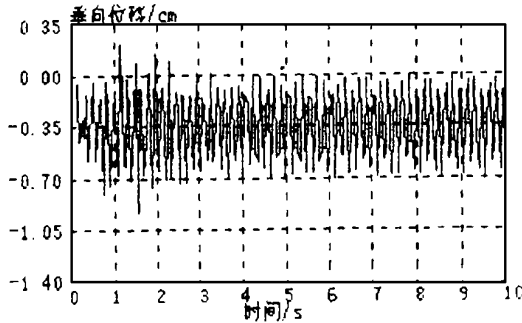
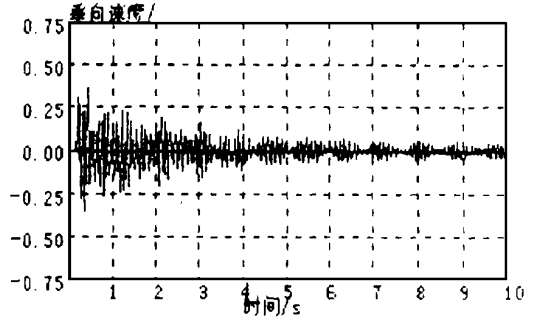
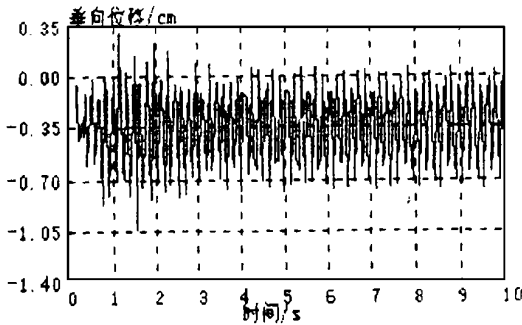
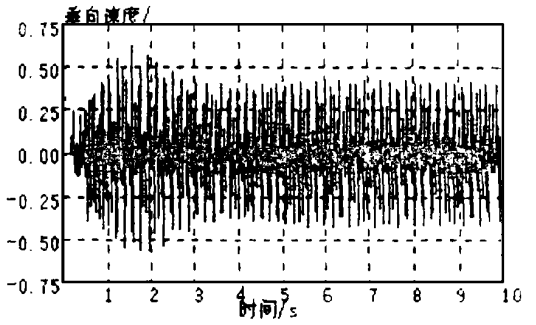
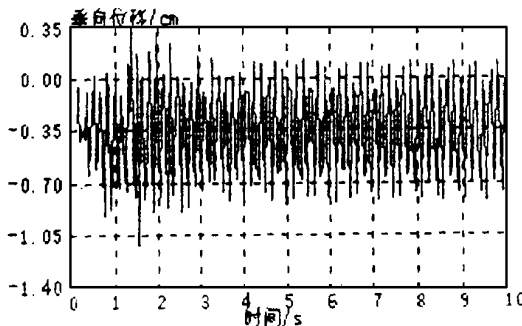
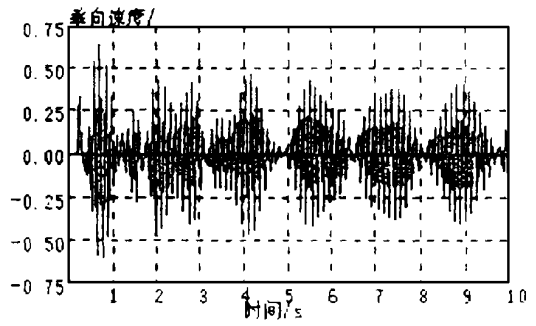
本文的主要工作是建立了包含钢轨、轨枕、弹性垫层、道床和路基为一体的轨道结构空间分析模型, 可对各种情况下的轨道结构进行真三维分析, 这是与过去众多简化分析模型不同的地方(13)

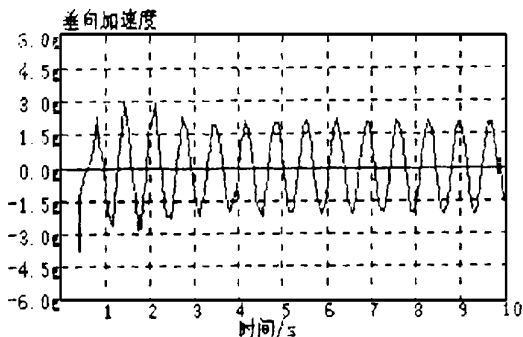
表 2 振动频率为 14 Hz, 不同运行速度的位移、速度、加速度值

| 列车速度/ $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ | 80 | 100 | 120 | 140 |
|---------------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| 位移/cm | -0.845 | -0.939 | -1.030 | -1.126 |
| 速度/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ | -0.384 | -0.464 | -0.541 | -0.623 |
| 加速度/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ | -37.74 | -38.42 | 45.05 | 51.93 |

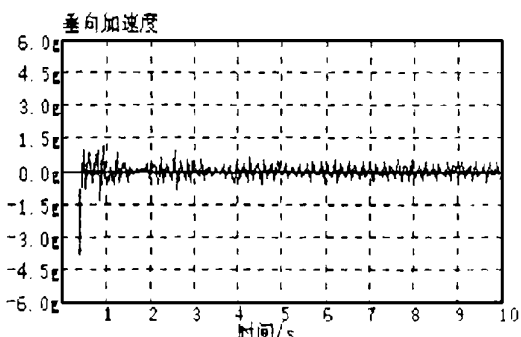
表 3 运行速度为 140 km/h, 不同振动频率的位移、速度、加速度值

| 振动频率/Hz | 6 | 10 | 14 | 18 |
|-------------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| 位移/cm | -0.859 | -0.994 | -1.126 | -1.608 |
| 速度/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ | -0.272 | 0.404 | 0.623 | 0.684 |
| 加速度/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ | 37.31 | 38.47 | 51.93 | 56.73 |

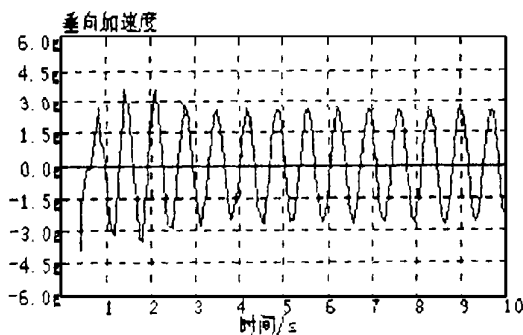
(a) $V=80$ km/h(a) $f=6$ Hz(b) $V=100$ km/h(b) $f=10$ Hz(c) $V=120$ km/h(c) $f=14$ Hz(d) $V=140$ km/h(d) $f=18$ Hz图6 $f=14$ Hz 道碴 a 点位移—时间曲线图7 $V=140$ km/h 道碴 a 点速度—时间曲线



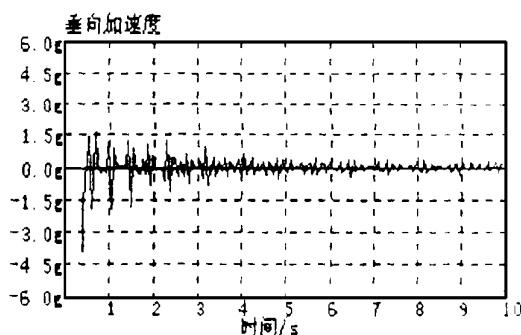
(a) $V=80\text{km/h}$



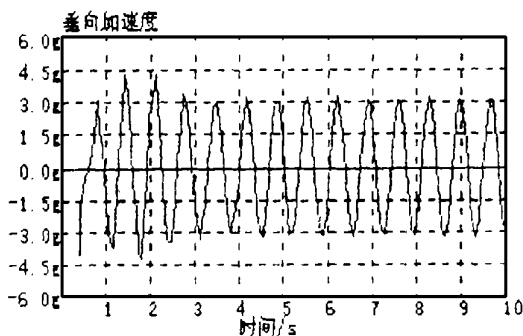
(a) $f=6\text{Hz}$



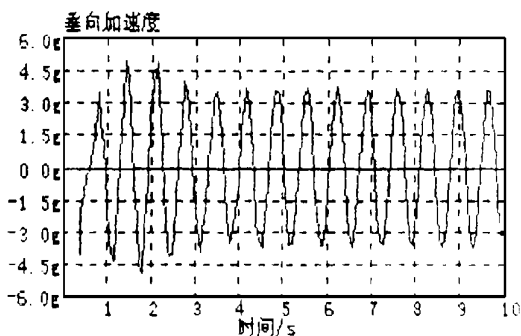
(b) $V=100\text{km/h}$



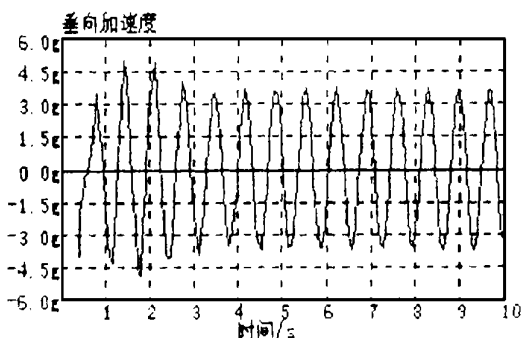
(b) $f=10\text{Hz}$



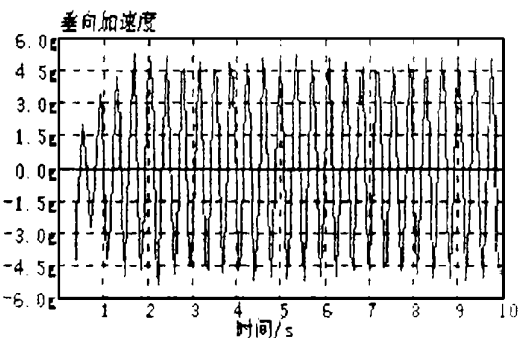
(c) $V=120\text{km/h}$



(c) $f=14\text{Hz}$



(d) $V=140\text{km/h}$



(d) $f=18\text{Hz}$

图 8 $f=140\text{Hz}$ 道碴 α 点加速度-时间曲线

图 9 $V=140\text{km/h}$ 道碴 α 点加速度-时间曲线

[参 考 文 献]

- [1] 丁浩江等编. 弹性和塑性力学的有限元方法[M]. 北京:机械工业出版社, 1984.
- [2] A D Kerr. 轨道力学及轨道工程[M]. 北京:中国铁道出版社, 1983.
- [3] 童大坝主编. 铁路轨道[M]. 北京:中国铁道出版社, 1990.
- [4] 雷晓燕. 高速列车对道碴的动力响应[J]. 铁道学报. 1997, 19(1).
- [5] klaus-juregen bajhe. Finite element procedures in Engineering Analysis[J]. Prentice-Hall, inc., Englewood cliffs, New Jersey, 1982.

Space Dynamic Response Analyses on Track Structure

CHEN Shui-sheng, LEI Xiao-yan

(Civil Engineering Department, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In this paper, a space model for analyzing track structure is established, in which rails, sleepers, elastic pads, ballast and underground foundation are considered as a whole body. The different components of track structure are discretized as different elements in the model. The global analyses are performed by assembling all elements. A computer program TDA is developed based on the theory. Finally some numerical examples with TDA demonstrate the reliability and effectiveness of the model.

Key words: track; dynamic response; space analyses