**文章编号:**1005-0523(1999)02-0046-06

# 起重机的模糊可靠性分析

洪家娣，　施振邦

(华东交通大学 机械工程学院，江西 南昌　330013)

**摘要:**将模糊数学理论应用于起重机机械系统的可靠性分析，推导了起重机模糊随机可靠度计算式和零部件的隶属函数，并给出了计算实例，为起重机的设计提供了有益的依据19.

**关　键　词:**起重机；模糊随机可靠度；隶属函数

**中图分类号:**TH 21　　**文献标识码:**A

## 0　引　言

随着科学技术的发展和社会主义市场经济条件下产品竞争的加剧，起重机可靠性问题日益明显地提到了重要的位置19.一切讲究产品信誉的厂家，为了争取市场都在追求其产品具有好的可靠性19.因为只有可靠性好的产品，才能长期发挥其使用性能而受到用户的欢迎，反之，如果产品的可靠性差，不仅会给用户带来不便，延误使用时间，造成经济损失，严重时可能造成事故，危及生产或人身安全19.

起重机是由起升、变幅、旋转和运行等机构构成的，每个机构又是由若干个零部件组成的，在使用中，如果零部件发生故障，一般都会影响该零部件所在机构的工作，因而，机构可靠度的基础是零部件的可靠度，而机构的可靠度又决定了产品的可靠度19.

产品可靠性框图一般有串联、并联、串－并联、并－串联等多种19.对于起重机而言，产品可靠性框图可用图 1 表示，A、B、C、D 分别表示组成产品的机构，可见，只要有一个机构失效，整个产品就失效，这种功能关系称为串联关系19.

$$\longrightarrow A \longrightarrow B \longrightarrow C \longrightarrow D \longrightarrow$$

图 1　串联关系的产品可靠性框图

起重机的失效过程是由三个不同阶段组成:早期失效期、偶然失效期和耗损失效期19.其失效曲线如图 2 所示19.

早期失效期(DFR)出现在产品投入使用的初期，是由于设计、制造和装配质量、检验差错而造成的19.一般通过调整、跑合等措施，在起重机(尤其是定型产品)出厂前就已消除19.

早期失效期后便进入偶然失效期(CFR)(又称为正常工作期)，产品的失效率会大体趋于稳定并降至最低，并在相当一段时间内大致维持不变，这时期发生的故障是偶然的或随机的，起重机处于最佳工作状态，这段时间 $T$ 称为起重机的有效寿命19.

经过长时间的偶然失效期后，由于机构的某些零部件经过长时间的使用，出现磨损、老化、疲劳和耗损等现象，单位时间内的故障次数迅速上升，这个时期称为耗损失效期(IFR)19.

**收稿日期:**1998-10-18;**修订日期:**1998-12-04

**作者简介:**洪家娣(1949－)，女，上海市人，华东交通大学机械工程系副教授19.

本文主要研究起重机在偶然失效期内的可靠性[9].

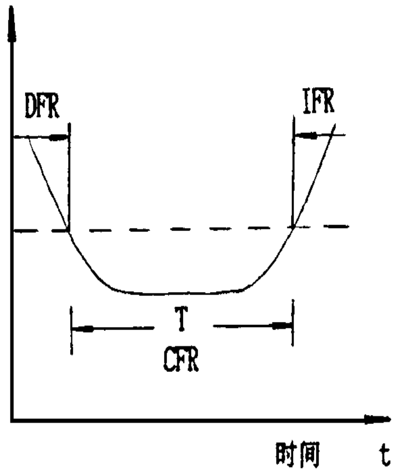



图 2　失效曲线

# 1　零部件的模糊可靠性

## 1.1　零部件的可靠性分析

和传统的安全系数法不同,可靠性分析是将起重机零部件的基本参数,包括应力、强度以及尺寸等作为随机变量,应用概率论和数理统计的方法,用特定条件下零部件不发生失效的概率来进行强度及刚度分析,这种可靠性分析法较真实地反映了负载和强度的实际情况[13]

对机械零部件正常工作影响最大的两个因素是广义应力和广义强度[13]所有施加于零部件上的物理量,如压力、温度、湿度、冲击等统称为零部件所承受的应力,用 $y$ 表示,而零部件能够承受这种应力的程度,统称为强度,用 $x$ 表示[13]

设零部件的强度 $x$ 和应力 $y$ 均服从正态分布,均值分别为 $u_x$ 和 $u_y$,方差为 $\sigma_x^2$ 和 $\sigma_y^2$,则零部件的可靠度为:

$$R_r = P(x - y > 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{u_x - u_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}}^{\infty} \exp\left[-\frac{G^2}{2}\right] \mathrm{d}G = 1 - \Phi(G) = \Phi(G_R) \qquad (1)$$

$$G_R = \frac{u_x - u_y}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} = -G \qquad (2)$$

式中:$\Phi(G)$ 为标准正态分布函数;$G_R$ 为可靠性系数[13]

式(1)、(2)称为联结方程或耦合方程[13]

机械零部件可能失效的模式有:材料屈服、断裂、疲劳、过度变形、腐蚀、磨损、压杆失稳、蠕变等[13]其致命失效模式可能只有一种,也可能有几种[13]当零部件只有一种致命失效模式时,则仅需要按这一失效模式发生的概率来计算其可靠度;如果还有其它致命失效模式,则应计算所有致命失效模式的可靠度并得出零部件的可靠度[13]

由于工作条件的复杂,零部件的实际可靠度可按下式计算

$$\prod_{i=1}^{n} R_i \leqslant R_r \leqslant R_{i(\min)} \qquad (3)$$

式中 $R_{i(\min)}$ 为机械零部件最有可能发生的那种失效模式下的可靠度;$\prod_{i=1}^{n} R_i$ 为零部件在 $n$ 种可能的失效模式下的可靠度[13]

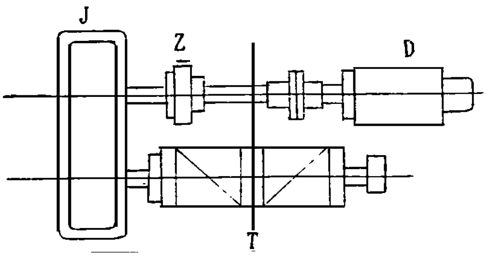
很明显,若零部件的失效模式是单一的,则实际可靠度将接近(小于)或等于 $R_{i(\min)}$,若失效模式是多种的,则零部件的实际可靠度接近(大于)或等于 $\prod_{i=1}^{n} R_i$($n$ 为失效模式数)[13]

## 1.2　机构的可靠性分析

由于组成机构的零部件间的功能关系有串联、并联、串－并联等多种,因而,机构可靠度的计算应根据不同的情况选用相应的计算式,为说清此问题,以起重机起升机构可靠度的计算为例[13]

### 1.2.1 串联系统起升机构的可靠度

普通桥式起重机的起升机构如图 3 所示，它是由电动机、接盘、传动轴、制动器、减速器、卷筒等零部件组成的⒀为叙述方便，将组成机构的零部件统称为单元⒀显而易见，这些单元中只要有一个失效，则起升机构就将失效，各单元间的这种关系称为串联关系，可用式(15) 计算机构的可靠度 $R_s(t)$，此时式(15) 中 的 $R_1(t)$、$R_2(t)$、…、$R_n(t)$ 分别表示各单元的可靠度⒀




D－电动机；Z－制动器；
J－减速箱；T－滚筒19.
图 3 普通桥式起重机起升机构

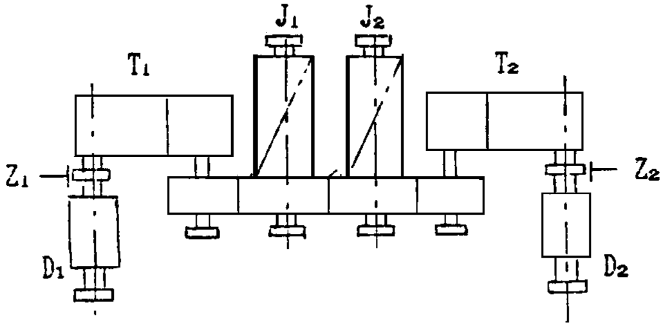
### 1.2.2 并联系统起升机构的可靠度

铸造起重机的起升机构如图 4 所示，它是由两套起升系统并联组成的，当一套发生故障时，另一套可单独完成升降工序，这种带有冗余起升系统的起升机构可视为并联系统，其可靠度可由下式计算

$$R_s = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - R_i) \qquad (4)$$

式中：$R_i$ 为并联单元的可靠度⒀

可见，并联系统的可靠度总是大于系统中任何一个单元的可靠度，且并联单元数越多，系统的可靠度越大⒀




D－电动机； Z－制动器；
J－减速器； T－滚筒19.
图 4 铸造起重机起重机构

当并联系统中各单元的可靠度相等时，即 $R_1 = R_2 = \cdots R_n = R$ 时，式(4) 又可写为

$$R_s = 1 - (1 - R)^n \qquad (5)$$

### 1.2.3 表决系统起升机构的可靠度

由 $n$ 个单元组成的一个并联系统，只要其中任意 $k$ 个单元不失效，系统就不会失效，这种系统称为 $n$ 中取 $k$ 的表决系统，记为 $k/n$ 系统⒀如图 5(a) 所示为某 75 吨副小车的起升机构，它是由两台电动机经减速器驱动两个卷筒，为了保证卷筒同步运行，在减速器的高速轴之间加一根同步传动轴，在两台电动机和同步轴三个部件中，只要两个能工作，就能使卷筒卷扬，是 3 取 2 的表决系统⒀

设 $D_1$、$D_2$、$B$ 的可靠度分别为 $R_1$、$R_2$、$R_3$，而 $Z_1$、$Z_2$、$J_1$、$J_2$、$T_1$、$T_2$ 的可靠度相同，都为 $R$，则机构运行时如图 5(b) 所示的可靠度为

$$R_s = [R_1R_2R_3 + (1 - R_1)R_2R_3 + R_1(1 - R_2)R_3 + R_1R_2(1 - R_3)]R^6 \qquad (6)$$

机构停止时如图 5(c) 所示的可靠度为

$$R_s = [R_1R_2R_3 + (1 - R_1)R_2R_3 + R_1(1 - R_2)R_3 + R_1R_2(1 - R_3)]R^4 \qquad (7)$$

## 1.3 模糊性分析

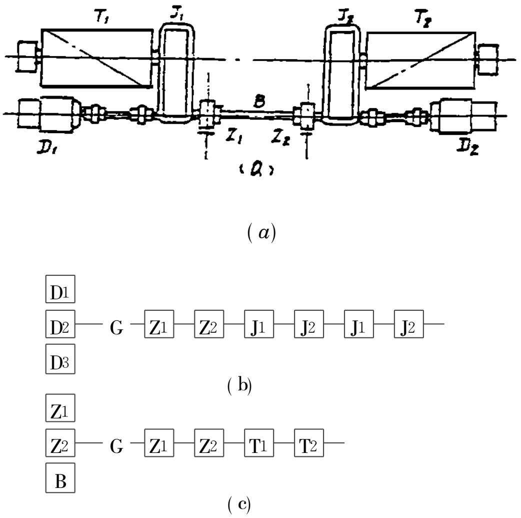


机械可靠性将零部件处于正常工作状态的界限看作是明确的，非此即彼的⒀但是在现实中

存在着大量的处于中介过渡状态的现象,而模糊性所描述的正是这种具有不清晰边界的事件[13]在实际工程中,零部件的失效过程就属于典型的模糊事件[13]零部件的强度从"完全许用"到"完全不许用"间的界限是模糊的[13]另外,零部件正常工作准则的模糊性、零部件所承受载荷的模糊性以及其它模糊因素,使零部件"正常工作"这一事件 $Z$ 除具有随机性外,还具有模糊性,应将其看作为模糊随机事件,记为 $Z$,可靠度为

$$R_r = P(Z) = \int_l \mu_Z(Z) f(Z)\,\mathrm{d}Z \qquad (8)$$

式中:$l$ 为论域; $\mu_Z(Z)$ 为随机变量 $z$ 的隶属度; $f(Z)$ 为 $z$ 的概率密度函数[13]




D—电动机;Z—制动器;
J—减速箱;T—滚筒.
图5　(a)　75吨副小车起升机构
(b)　机构运行　(c)　机构停止

## 1.4　隶属函数的确定

当同时考虑应力和强度的随机性和模糊性时,则零部件在规定的时间内能正常工作必须满足的条件为

$$Z = x - y \geqslant 0 \qquad (9)$$

式中:$x$ 为零部件的模糊广义强度; $y$ 为零部件的模糊广度应力; $Z$ 为零部件"正常工作"模糊随机事件[13]

在由(8)式计算零部件的模糊可靠度时,首先必须确定隶属函数 $\mu_Z(Z)$,常见的隶属函数有正态型、戒上型、戒下型和 Γ型等[13]隶属函数的具体形状由模糊变量及模糊约束的性质决定,以零部件的应力——强度问题为例,当 $Z = x - y \geqslant 0$ 时,零部件不会失效,取 $z$ 对 $Z$ 的隶属度 $\mu_Z(Z) = 1$;当 $Z = X - Y < 0$,且 $|Z| > |a|$ $(a < 0)$ 时,零部件会失效,即取 $\mu_Z(z) = 0$;当 $a < Z < 0$ 时,零部件处于过渡状态,$0 < \mu_Z(Z) < 1$;因而应选择戒下型(升半型)为隶属函数[13]升半型有六种,其中应用最多的是升半梯型隶属函数

$$\mu_Z(Z) = \begin{cases} 1 & (z > 0) \\ 1 - z/a & (a \leqslant z \leqslant 0) \quad (a < 0) \\ 0 & (z \leqslant a) \end{cases} \qquad (10)$$

式中:$a$ 为分布参数[13]

分布参数 $a$ 绝对值的大小反映了零部件从正常工作到完全失效的过渡区域的大小,在一般情况下,可取 $a = -0.05x$ 作为过渡区的阈值[13]为便于计算,可用 $u_x$ 代替 $x$ 计算[13]

## 1.5　模糊可靠度 $R$ 的计算

设零部件的强度 $x$ 和应力 $y$ 均服从正态分布,则 $Z = x - y$ 也服从正态分布,均值与方差分别为 $u_z$ 和 $\sigma_z^2$,并且

$$u_z = u_x - u_y \qquad (11)$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \qquad (12)$$

$Z$ 的概率密度 $$f(Z)=\frac{1}{\sigma_z\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-u_z}{\sigma_z}\right)^2\right] \tag{13}$$

将式(10)、(13)代入式(8)，$l$ 取为$(-\infty,\infty)$，积分可得：

$$R_r=1-\left(1-\frac{u_z}{a}\right)\Phi\left(\frac{a-u_z}{\sigma_z}\right)-\frac{u_z}{a}\Phi\left(-\frac{u_z}{\sigma_z}\right)+\frac{\sigma_z}{a\sqrt{2\pi}}\left[e^{-\frac{u_z^2}{2\sigma_z^2}}-e^{-\frac{(a-u_z)^2}{2\sigma_z^2}}\right] \tag{14}$$

式中：$\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布函数⒀

由式(14)确定了零部件的模糊可靠度之后，再根据具体情况，选用相应的计算式计算机构的可靠度⒀

计算实例：

已知轮胎式起重机底盘某零件的工作应力及材料强度均为正态分布，应力的均值 $u_y=460$ MPa，标准差 $\sigma_y=42$ MPa，材料强度的均值 $u_x=850$ MPa，标准差 $\sigma_x=81$ MPa，求该零件的模糊随机可靠度⒀

解：由(11)式、(12)式分别求得：

$u_z=390$ MPa，$\sigma_z=91.24$ MPa⒀

隶属函数取升半梯形分布，如图 6 所示，$a=-0.05u_x=-42.5$ MPa，将 $a$，$u_z$，$\sigma_z$ 代入(14)式，得到模糊随机可靠度 $R=0.998\,23$

若不考虑模糊性，用联结方程(1)、(2)式，可求得可靠度 $R=0.990\,67$，可见，模糊可靠度大于普通可靠度⒀

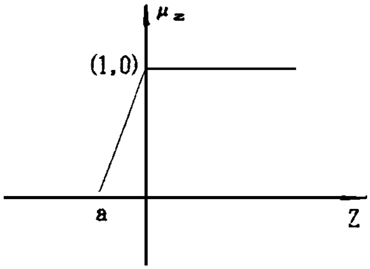


图 6 升半梯型隶属函数

## 2 起重机的模糊随机可靠度和工作寿命

由于组成起重机的各机构的功能关系为串联关系，如图 1 所示，起重机的可靠度为：

$$\begin{aligned}R_M(t)&=P[(t_1>t)\cap(t_2>t)\cap\cdots(t_n>t)]\\&=P(t_1>t)\cdot P(t_2>t)\cdots P(t_n>t)\\&=R_1(t)\cdot R_2(t)\cdots R_n(t)\\&=\prod_{i=1}^{n}R_i(t)\end{aligned} \tag{15}$$

式中：$t$ 为起重机正常工作(寿命)时间(随机变量)；$t_i(i=1,2,\cdots,n)$ 为起重机第 $i$ 个机构正常工作时间(随机变量)，$n$ 为组成起重机的机构数⒀

由(15)式可见，串联系统的可靠度将随着机构数量的增加和机构可靠度的减小，使起重机的可靠度迅速降低⒀

可以证明，串联系统的失效率 $\lambda_M(t)$ 为各机构失效率 $\lambda_i(t)(i=1,2,\cdots,n)$ 之和，即

$$\lambda_M(t)=\lambda_1(t)+\lambda_2(t)+\cdots+\lambda_n(t)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(t) \tag{16}$$

由于所讨论的问题主要是针对起重机正常工作期或偶然失效期，一般可认为起重机的失效率 $\lambda_M(t)$ 和各机构的失效率 $\lambda_i(t)(i=1,2,\cdots,n)$ 均为常数，则(16)式可改写为

$$\lambda_M = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \tag{17}$$

起重机的平均寿命为:

$$\theta_M = \frac{1}{\lambda_s} = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i} \tag{18}$$

## 3 结　论

1) 起重机是由某些彼此相互协调工作的零部件以及由它们所组成的机构构成的⒀起重机的可靠性不仅与零部件、机构本身的可靠性有关,而且与它们之间的相互匹配有关⒀本文采用分解——综合法,在建立零部件模糊随机可靠性的基础上,得出机构的可靠性进而分析整机的可靠性,物理概念清晰⒀

2) 本文既考虑了起重机基本参数的随机性,又考虑了模糊性,因而更真实地反映了起重机的实际工作状况,所得到的结果更符合实际情况,有助于进一步减少设计中的盲目性⒀

3) 显而易见,在(14)式中,若令 $\alpha \to 0$ 则模糊可靠度 $R_r$ 趋向于普通可靠度 $R_r$,因而普通可靠度仅是模糊可靠度的特例⒀

### [ 参 考 文 献 ]

[1]　刘惟信19.机械可靠性设计[M]19.北京:清华大学出版社,1996
[2]　卢玉明19.机械零件的可靠性设计[M]19.北京:高等教育出版社,1989
[3]　汪培庄19.模糊集合论及其应用[M]19.上海:上海科学技术出版社,1983
[4]　贺仲雄19.模糊数学及其应用[M],天津:天津科学技术出版社,1983
[5]　刘元利19.起重机起升机构的可靠性分析[J]19.起重运输机械,1990,(2)

# Analysis of Fuzzy Reliability of Crane

HONG Jia-di[1],　SHI Zhen-bang[2]

(College of Mechanical Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** A fuzzy mathematical theory is applied to a reliability analysis of mechanical crane system· Computing formula of crane fuzzy randons reliability and membership function of mechanical elements are derived, and some calculation is exemplified· A valuable basis for crane design is provided·

**Key words:** crane; fuzzy random reliability; membership function