

文章编号:1005-0523(2000)02-0069-07

一种分析周转轮系变速器的新方法

张会明

(华东交通大学 机械工程学院, 江西 南昌 330013)

摘要:提出了一种用矩阵对周转轮系变速器的运动学和动力学进行分析的新方法^[1]该方法通过一个简单的程序,能自动生成计算系数矩阵,便于在计算机上求解,它适用于任意结构的周转轮系机构,实例表明,该方法不仅简单实用而且为研究周转轮系机构提供了一种重要的分析工具^[19].

关键词:矩阵;周转轮系变速器

中图分类号:TH112.3

文献标识码:A

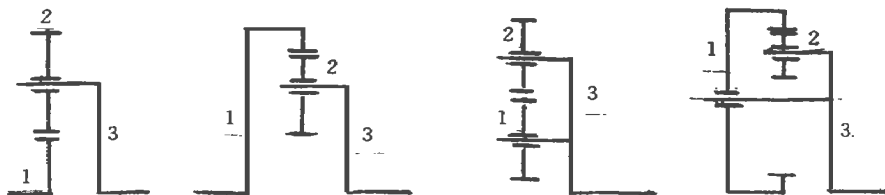
0 引言

在各类车辆和工程机械中,广泛应用着不同类型的周转轮系变速器,对其进行运动学和动力学分析是机构学研究中的一个十分重要的领域^[13]周转轮系机构已有不少成熟的分析方法应用于各类周转轮系变速器的设计之中,然而,随着现代工业的发展和变速器复杂程度的增加,其分析的难度也随之增大,因而寻求一种较简单实用的分析方法,一直是人们追求的目标之一^[13]

本文提出了一种利用矩阵对其同时进行运动学和动力学分析的新方法^[13]由于该方法利用一个简单的程序,自动生成转速系数矩阵和转矩系数矩阵,并经过矩阵运算^[13]便可解出变速器的运动学和动力学问题^[13]因而,便于在计算机上对多种设计方案进行分析、比较、选择,是计算机辅助设计(CAD)的一个组成部分,它适用于任何复杂结构的周转轮系变速器^[13]

1 变速器的矩阵表示法

1.1 行星齿轮单元、基本构件和连接构件



1—太阳轮 2—行星轮 3—系杆

图1 行星齿轮单元

行星齿轮单元为变速器的基本单元,由一对啮合着的太阳轮与行星轮(内啮合或外啮合)

收稿日期:1999-08-27;修订日期:2000-02-26

作者简介:张会明(1944—),男,江西吉安人,华东交通大学教授,工学硕士^[13]

和一根系杆组成的(13)如图 1 所示(13)基本构件是指变速器中的单个构件,如输入轴、输出轴、齿轮、系杆、离合器主动盘和被动盘及制动鼓等(13)每个行星齿轮单元是由 3 个基本构件组成的,每个离合器有 2 个基本构件,而每个制动器仅有一个基本构件(13)设整个系统的基本构件数为

$$q = 2 + 3x + 2y + Z \quad (1)$$

式中: x 为行星齿轮单元数, y 为离合器数, Z 为制动器数(13)

始终连接在一起,并以相同速度转动的构件称为连接件(13)

1.2 结构矩阵

结构矩阵表示变速器中基本构件之间的相互关系,为此,需要对基本构件编号(13)本文编号的顺序为:输入轴、输出轴、行星齿轮单元(在每个行星齿轮单元内的顺序为:齿轮 a 、 b 和系杆 h)、离合器和制动器,而行星齿轮单元之间、离合器之间以及制动器之间的顺序号是任意的,连接件的编号也是任意的(13)如果一个齿轮或一根系杆属于几个不同的单元,则该构件可以有一个以上的编号(13)结构矩阵是一个 p 行 q 列矩阵(p 为连接件数、 q 为基本构件数),如果 j 列基本构件属于 i 行连接件,则矩阵中 i 行 j 列的元素值为 1,否则为 0(13)

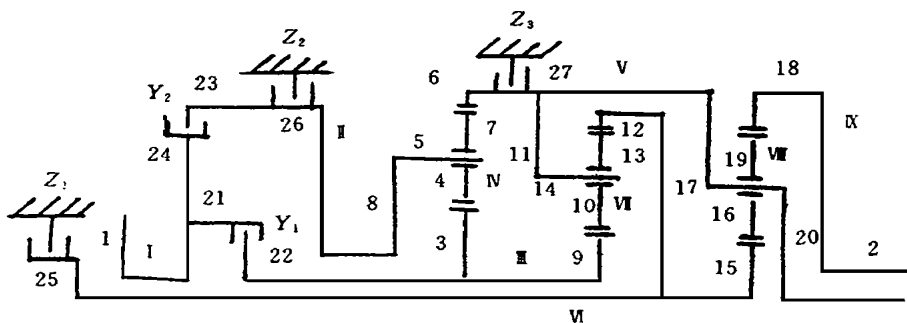
1.3 自由度与操纵件矩阵

周转轮系变速器的自由度

$$f = p - x \quad (2)$$

其中: f 为周转轮系变速器的自由度数, p 为连接件数, x 为行星齿轮单元数(13)操纵件矩阵能反映变速器操纵件工作状态与档位关系,是一个 $y + Z$ 方阵,若 i 行档位时 j 列操纵件结合,则矩阵中 i 行 j 列元素值为 1,否则为 0(13)

下面以图 2 为例说明如下:



1—输入轴;2—输出轴;3~5—行星齿轮单元 x_1 的 a 、 b 、 h ;6~8—单元 x_2 的 a 、 b 、 h ;9~11—单元 x_3 的 a 、 b 、 h ;12~14—单元 x_4 的 a 、 b 、 h ;15~17—单元 x_5 的 a 、 b 、 h ;18~20—单元 x_6 的 a 、 b 、 h ;21、22—离合器 y_1 的盘;23、24—离合器 y_2 的盘;25—制动器 Z_1 的鼓;26—制动器 Z_2 的鼓;27—制动器 Z_3 的鼓;I—IX—连接件

图 2 基本构件和连接构件的编号

图 2 为某车辆上使用的周转轮系变速器简图,它的基本构件编号数为 27,其行星齿轮单元有 6 个,分别为 $x_1, \dots, x_6$, 2 个离合器 y_1, y_2 , 3 个制动器 Z_1, Z_2, Z_3 , 9 个连接件 I, ..., IX(13)

该变速器的结构矩阵如表 1 所示(13)由式 (2),可知该变速器的自由度为 3,变速器有 5 个操纵件,能实现 5 个档位,为得到某个确定的档位须结合 2 个操纵件(13)因此,该变速器的操纵件矩

阵如表 2 所示,它是一个 5×5 方矩.

2 周转轮系变速器的运动学分析

2.1 转速分析

由于同一连接件上所有基本构件的转速是相同的^[13]因而,若一个连接件包括 k 个基本构件,则能写出 $k-1$ 个转速方程式,如图 2 中的连接件 II,包括 4 个基本构件,得到 3 个转速方程式: $n_5-n_8=0$; $n_5-n_{23}=0$; $n_5-n_{26}=0$ ^[13]而每个行星齿轮单元的齿数 a 、 b 和系杆 h 之间的运动方程式为: $n_a-\alpha_b+(\alpha-1)n_h=0$ ^[13]

表 1 结构矩阵

	轴		x^1			x^2			x^3			x^4			x^5			x^6			γ^1		γ^2		Z_1	Z_2	Z_3
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
I	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
II	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
III	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
IV	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
VI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
VII	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VIII	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
IX	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

式中: n_a 、 n_b 、 n_h 分别为齿轮 a 、 b 和杆 h 的转速, α 为齿数比^[13]

即 $\alpha=Z_b/Z_a$ (内啮合) 或 $\alpha=-Z_b/Z_a$ (外啮合), Z_a 、 Z_b 分别为齿轮 a 、 b 的齿数^[13]

因而,图 2 变速器的转速方程式组

连接件 I : $n_1-n_{21}=0$,

$\vdots$

连接件 IX : $n_2-n_{18}=0$;

行星齿轮单元 x^1 : $n_3-\alpha_{n^4}+(\alpha-1)n_5=0$,

$\vdots$

行星齿轮单元 x^6 : $n_{18}-\alpha_{n^{19}}+(\alpha-1)n_{20}=0$ ^[13]

将以上线性方程组写成矢量式

$$A_n n=0$$

(3)

n 为 $[n_1\ n_2\cdots\ n_{27}]$, A_n 为变速器转速系数矩阵,如表 3 所示^[13]

2.2 转速系数矩阵 A_n 的自动生成

A_n 矩阵为 q 列 $q-p+x$ 行矩阵,它可以分为上部的 $q-p$ 行和下部的 x 行 2 部分:

- 1) 上部 $q-p$ 行可直接由结构矩阵表 1 自动生成,若表 1 中的某连接件包含 k 个构件,则它在表 3 中占 $k-1$ 行;
- 2) 下部 x 行中的每一行中含有 3 个非零元素 1、 $-\alpha$ 、 $\alpha-1$, 它的列对应着该行星齿轮单元的基本构件编号,它可由表 1 中的行星齿轮单元自动生成^[13]

表 3 转速系数矩阵

	1 2	3 4 5	6 7 8	9 10 11	12 13 14	15 16 17	18 19 20	21 22	23 24	25	26	27
1	1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	-1 0	0 0 0	0 0	0	0
2	1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 -1	0 0	0	0
3	0 0	0 0 1	0 0 -1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
4	0 0	0 0 1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	-1 0	0 0	0	0
5	0 0	0 0 1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 -1	0	0
6	0 0	1 0 0	0 0 0	-1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
7	0 0	1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 -1	0 0	0 0	0	0
8	0 0	0 1 0	0 -1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
9	0 0	0 0 0	1 0 0	0 0 -1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
10	0 0	0 0 0	1 0 0	0 0 0	0 0 -1	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
11	0 0	0 0 0	1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 -1	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
12	0 0	0 0 0	1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 -1	0 0	0 0	0 0	0	0
13	0 0	0 0 0	1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	-1
14	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1 0 0	-1 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
15	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	-1 0	0	0
16	0 0	0 0 0	0 0 0	0 1 0	0 -1 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
17	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 1 0	0 -1 0	0 0	0 0	0 0	0	0
18	0 1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	-1 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
19	0 0	$1-\alpha\alpha-1$	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
20	0 0	0 0 0	$1-\alpha\alpha-1$	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
21	0 0	0 0 0	0 0 0	$1-\alpha\alpha-1$	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
22	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	$1-\alpha\alpha-1$	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
23	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	$1-\alpha\alpha-1$	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0	0
24	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	$1-\alpha\alpha-1$	0 0	0 0	0 0	0	0

2.3 转速和传动比的计算

由以下 2 步对转速系数矩阵 A_n 进行变换:1) 由表 2 可知变速器处于某档时,操纵件的工作状态,例如图 2 所示变速器处于 1 档时,离合器 y_1 和制动器 Z_2 结合;2) 若某离合器接合时,则表 3 中相应二列相加,转速列阵 相应项合并;若某制动器接合,则表 3 中相应列的全部元素为 0⁽¹³⁾

在已知输入轴的转速 n_1 时(或其它任意基本构件的转速),可求出任意构件的转速,并由下式计算变速器的传动比

$$i_T = n_1/n_2 \tag{4}$$

如果算出某构件的转速(或传动比)为正,说明该构件的转向与输入轴的转动方向相同(假设输入轴的转向为正),反之亦然⁽¹³⁾而行星轮相对于系杆的转速等于行星轮与系杆的转速差⁽¹³⁾

3 周转轮系变速器的动力学分析

3.1 转矩分析

当变速器处于稳定运行状态时,作用在每个连接件上的转矩之和为 0⁽¹³⁾例如图 2 中连接件

I, 包含 3 个基本构件, 其转矩方程式为: $T_1 + T_{21} + T_{24} = 0$

每个行星齿轮单元可以得到二个转矩方程式: $\alpha \eta T_a + T_b = 0; T_a + T_b + T_h = 0$

式中 T_a, T_b, T_h 是齿轮 a, b 和系杆 h 作用于连接上的转矩; η 为齿轮啮合副的传动效率, 是考虑啮合摩擦损失的结果, 它包括外啮合效率 η 和内啮合效率 η^{11} 2 种, 由各个齿轮单元的 α 值来判断, 若 $\alpha > 0$, 则 $\eta = \eta^1$; 若 $\alpha < 0$, 则 $\eta = \eta^{11}$; t 表示齿轮 a, b 间转矩传动方向, 由下式判断

$$\begin{aligned} T_a(n_a - n_h) &< 0 & t &= 1 \\ T_a(n_a - n_h) &> 0 & t &= -1 \\ T_a(n_a - n_h) &= 0 & t &= 0 \end{aligned}$$

当离合器接合时, 作用于离合器主动件和从动件上的转矩之和等于零
即 $T_y^1 + T_y^{11} = 0$ (13) 因而, 图 2 变速器的转矩方程式组为

$$\begin{aligned} \text{连接件 I: } T_1 + T_{21} + T_{24} &= 0, \dots, \text{连接件 IX: } T_2 + T_{18} = 0 \quad (13) \\ \alpha \eta^1 T_3 + T_4 &= 0 \end{aligned}$$

行星齿轮单元 x_1 : $\alpha \eta^1 T_3 + T_4 = 0, T_3 + T_4 + T_5 = 0; \dots$

行星齿轮单元 x_6 : $\alpha \eta^6 T_{18} + T_{19} = 0, T_{18} + T_{19} + T_{20} = 0$

离合器 y_1 : $T_{21} + T_{22} = 0$; 离合器 y_2 : $T_{23} + T_{24} = 0$

将以上线性方程组写为矢量式

$$A_T T = 0 \quad (5)$$

式中: $T = [T_1 T_2 \dots T_{27}]^T$, A_T 为转矩系数矩阵, 如表 4 所示 (13)

3.2 转矩系数矩阵 A_T 的自动生成

A_T 矩阵为 q 列 $p + 2x + y$ 行矩阵, 它可分为上部的 p 行、中部的 $2x$ 行和下部的 y 行 3 部分 (13)

1) 上部 p 行和结构矩阵完全相同, 可以由表 1 自动生成;

2) 中部 $2x$ 行由行星齿轮单元自动生成, 每个行星齿轮单元产生 2 个方程式, 占 2 行, 其非零值对应着基本构件;

3) 下部 y 行由离合器直接产生, 也可以由结构矩阵的相应部分自动生成 (13)

3.3 转矩和效率的计算

以下 2 步对转矩系数矩阵 A_T 进行变换: 1) 由表 2 判定变速器处于某档时, 操纵件的工作状态; 2) 将变速器处于某档时不工作操纵件的相应列删去, 并将转矩列阵的相应项也删去 (13)

在已知输入轴的转矩 T_1 时 (或其它基本构件的转矩) 可求出任意构件的转矩, 并由下式计算变速器的总效率

$$\eta = -T_{2n2} / T_{1n1} \quad (6)$$

如果一个齿轮或一个系杆有多于 1 的编号, (例如图 2 中的齿数 4, 7, 系杆 5, 8 等) 则作用于此构件的转矩应等于它的所有编号的转矩之和 (13) 如果算出某构件的转矩为正, 则作用于该构件的转矩方向与输入轴转矩方向相同, 反之亦然 (13)

表 4 转速系数 A_r 矩阵

	1 2	3 4 5	6 7 8	9 10 11	12 13 14	15 16 17	18 19 20	21 22	23 24	25	26	27
1	1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1 0	0 1	0	0	0
2	0 0	0 0 1	0 0 1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	1 0	0	1	0
3	0 0	1 0 0	0 0 0	1 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 1	0 0	0	0	0
4	0 0	0 1 0	0 1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
5	0 0	0 0 0	1 0 0	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0 1	0 0	0 0	0	0	1
6	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1 0 0	1 0 0	0 0 0	0 0	0 0	1	0	0
7	0 0	0 0 0	0 0 0	0 1 0	0 1 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
8	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 1 0	0 1 0	0 0	0 0	0	0	0
9	0 1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1 0 0	0 0	0 0	0	0	0
10	0 0	$\alpha \eta^1$ 1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
11	0 0	1 1 1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
12	0 0	0 0 0	$\alpha \eta^2$ 1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
13	0 0	0 0 0	1 1 1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
14	0 0	0 0 0	0 0 0	$\alpha \eta^3$ 1 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
15	0 0	0 0 0	0 0 0	1 1 1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
16	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	$\alpha \eta^4$ 1 0	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
17	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1 1 1	0 0 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
18	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	$\alpha \eta^5$ 1 0	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
19	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1 1 1	0 0 0	0 0	0 0	0	0	0
20	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	$\alpha \eta^6$ 1 0	0 0	0 0	0	0	0
21	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1 1 1	0 0	0 0	0	0	0
22	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	1 1	0 0	0	0	0
23	0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0	1 1	0	0	0

4 算 例

以图 2 所示的变速器为例, 已知数据为: 所有行星齿轮单元中太阳轮、行星轮和齿圈的齿数各自相同, 它们分别为: 太阳轮齿数 $Z_s=22$, 行星轮齿数 $Z_p=19$, 齿圈齿数 $Z_r=60$, 行星齿轮单元的齿数比分别为: $\alpha=-0.86$, $\alpha=0.32$, $\alpha=-0.86$, $\alpha=0.32$, $\alpha=-0.86$, $\alpha=0.32$; 外啮合传动效率 $\eta=0.98$, 内啮合传动效率 $\eta^1=0.99$; 输入轴转速 $n_1=2\,000_{\text{rot/min}}$ ⁽¹³⁾ 输入轴的输入转矩 $T_1=800\text{ N}\cdot\text{m}$ ¹⁹.

求变速器处于 1 档工况时, (即离合器 y_1 , 制动器 Z_2 结合) 输出轴的转速、转矩及系统的总效率⁽¹³⁾由结构矩阵表 1、转速系数 A_n 矩阵表 3、转矩系数 A_r 矩阵表 4 及式 (3)、(4)、(5)、(6), 经矩阵运算, 计算结果为: 输出轴转速 $n_2=-364.3_{\text{r/min}}$, 转矩 $T_2=4\,277\text{ N}\cdot\text{m}$, 系统的效率 $\eta=0.97$, 整个计算过程简单明了⁽¹³⁾

5 结 论

中国知网 <https://www.cnki.net>

1) 用矩阵分析周转轮系变速器方法, 能同时进行运动学和动力学分析, 适用于具有任意

自由度、各种类型的复杂的周转轮系机构;

2) 由于转速系数矩阵和转矩系数矩阵都可以自动生成,因而能在计算机上计算任何构件的转速和所传递的转矩能进行零件强度计算和操纵件的设计,同时又能对不同的设计方案进行分析、比较和择优^[13]

[参 考 文 献]

- [1] 张光裕. 工程机械底盘构造与设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1986.
- [2] Lei Tian and LU Li-qiao. Matrix system for the Analysis of planetary Transmission[J]. Transactions of the ASME. Journal of Mechanical Design, 1997, 119(3) .
- [3] Hsu C H and Lam K T. A New Graph Representation for the Automatic Kinematic Analysis of planetary spur-gear Trains[J]. Transactions of the ASME. Journal of Mechanical Design, 1992, 114(2) .

A New Method for the Analysis of Epicyclic Transmission

ZHANG Hui-ming

(School of Mechanical Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013 China)

Abstract: This paper presents a new method for the analysis of both Kinematics and dynamics of epicyclic train transmission with the matrix system. The method can automatically generate a valuation coefficient matrix through a general program and quickly determine the solution in the computer. It is suitable for any epicyclic train transmission. The examples show that the method is simple and practical and it provides a valuable analytical method to study epicyclic train transmission.

Key words: matrix; epicyclic train transmission