

文章编号:1005-0523(2000)03-0009-03

加肋平板稳定问题的探讨

杨福运, 张 豫

(华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 利用能量法分析了加肋平板的稳定问题, 推导了纵向临界力的计算公式, 并探讨加肋肋的合理布置¹⁹.

关键词: 平板; 加肋肋; 临界荷载

中图分类号: TU311.2

文献标识码: A

0 引言

平板在其自身平面内承受纵向压力的稳定问题, 一向受到工程界的关注¹⁹. 当压力较小时, 平板受力处于平面状态, 仅纵向压缩仍保持一个平面(如图1(a)), 属于稳定平衡形式¹⁹. 当压力达到某一临界值后, 平面将突然发生挠曲, 从而向不稳定平衡过渡(如图1(b))¹⁹.

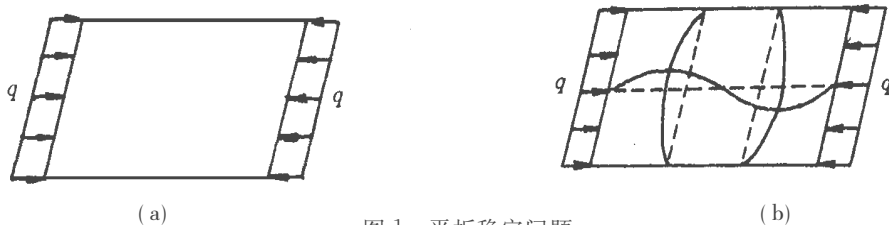


图1 平板稳定问题

为了加强平板的稳定性, 常常采用加肋的办法¹⁹. 笔者用能量法推导纵向临界力的公式, 进而探讨了加肋肋的合理布置¹⁹. 设一简支边矩形平板(如图2所示)⁽¹³⁾板厚 h , 在 $x = \xi$ 处有一横肋, 惯性矩 I_x , 在 $y = \eta$ 处有一纵肋, 惯性矩 I_y ⁽¹³⁾. 假设不考虑肋条的抗扭作用, 令板之挠度为

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b},$$

则横肋的挠度

$$W(y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi \xi}{a} \sin \frac{n\pi y}{b},$$

纵肋的挠度

$$W(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi \eta}{b}.$$

当平板挠曲变形时, 结构总势能

$$\Pi = U + V.$$

其中: U 指带肋板的变形能, 包括 $U = U_1 + U_2 + U_3$; V 指纵向力所作功⁽¹³⁾

收稿日期: 2000-06-20; 修订日期: 2000-07-20⁽¹³⁾

作者简介: 杨福运(1964-), 男, 上海市人, 华东交通大学副教授⁽¹³⁾

中国知网: <https://www.cnki.net>

若不考虑剪、扭影响,于是平板的变形能

$$U_1 = \frac{D}{2} \iint \left\{ \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{2y^2} \right)^2 - 2(1-\mu) \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right)^2 \right) \right\} dx dy$$

$$= \frac{Dab}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^2$$

横肋变形能

$$U_2 = \frac{EI_x}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial W}{\partial y^2} \right)^2 dy$$

$$= \frac{EI_x b}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 \left(\sin \frac{m\pi \xi}{a} \right)^2$$

纵向肋变形能

$$U_3 = \frac{EI_y}{2} \int_0^b \left(\frac{\partial W}{\partial x^2} \right)^2 dy = \frac{EI_y a}{4} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 \left(\sin \frac{n\pi \eta}{b} \right)^2$$

纵向力在板挠曲过程中所作功

$$V = -\frac{qh}{2} \iint \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 dx dy = -\frac{qh}{8} ab \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}^2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2$$

根据最小势能原理,平板处于平衡的充要条件为

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_{mn}} = 0$$

形成临界荷载方程,为了简化计算求最小纵向临界力,取 $m=1, n=1$, 则有

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_{11}} = \left[\frac{Dab}{8} \left(\frac{\pi^2}{a^2} + \frac{\pi^2}{b^2} \right)^2 + \frac{EI_x b}{4} \left(\frac{\pi}{b} \right)^4 \left(\sin \frac{\pi \xi}{a} \right)^2 + \frac{EI_y a}{4} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 \left(\sin \frac{\pi \eta}{b} \right)^2 - \frac{qh}{8} ab \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \right] \cdot 2a_{11}$$

$$= 0 \quad (13) \quad a_{11} \neq 0$$

$$q = \frac{D\pi^2}{a^2 h} \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{2EI_x a^3}{Db^4} \left[\frac{1}{1 + \frac{a^2}{b^2}} \right]^2 \left(\sin \frac{\pi \xi}{a} \right)^2 + \frac{2EI_y}{Db} \left[\frac{1}{1 + \frac{a^2}{b^2}} \right]^2 \left(\sin \frac{\pi \eta}{b} \right)^2 \right\}$$

$$\text{令 } \frac{D\pi^2}{a^2 h} \left(1 + \frac{a^2}{b^2} \right)^2 = q^0, \quad \left\{ 1 + \frac{2EI_x a^3}{Db^4} \left(\sin \frac{\pi \xi}{a} \right)^2 + \frac{2EI_y}{Db} \left(\sin \frac{\pi \eta}{b} \right)^2 \right\} = \alpha \text{ 则}$$

$$q = q^0 \alpha$$

当平板不高肋时

$$\alpha = 1, \quad q = q^0$$

可见 q^0 为不带劲肋的平板纵向临界力^[9].

$$\text{当仅设横向加劲肋时, } I_y = 0, \quad \alpha = 1 + \frac{2EI_x a^2}{Db^4} \left[\frac{1}{1 + \frac{a^2}{b^2}} \right]^2 \left(\sin \frac{\pi \xi}{a} \right)^2$$

显见,横肋设在跨中央时,即 $\xi = a/2$ 时,加劲肋效果最好

$$\alpha_{\max} = 1 + \frac{2EI_x a^3}{Db^4} \left[\frac{1}{1 + \frac{a^2}{b^2}} \right]^2 = 1 + 2 \frac{\beta}{b} \frac{H^3}{h^3} \frac{a^3}{b^3} \left(\frac{1-\mu}{1 + \frac{a^2}{b^2}} \right)^2$$

其中, β 为肋宽; H 为肋高; h 为板厚; μ 为泊桑比^[13]

当仅设纵向加劲肋时, $I_x = 0$, 且 $\eta = b/2$ 时

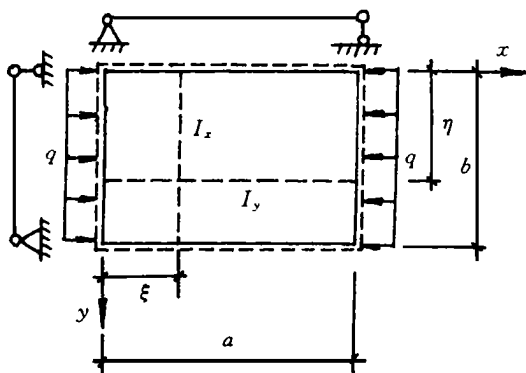


图2 简支加肋矩形平板

$$\alpha_{\max} = 1 + \frac{2EI_y}{Db} \left(\frac{1}{1 + \frac{a^2}{b^2}} \right)^2 = 1 + 2 \frac{\beta}{b} \frac{H^3}{h^3} \left(\frac{1 - \mu^2}{1 + \frac{a^2}{b^2}} \right)^2$$

由此可见 α 系数的大小取决于 $\beta/b, H/h$ 和 $a/b = \beta$
若设 $\beta/b = 1/30, H/h = 3$, 有 $\alpha_{\max} = 1 + 1.638\beta/(1 + \beta)^2$; $\alpha_{\max} = 1 + 1.638/(1 + \beta)^2$ (13)

表 1 β 和 α, α 值

β	0.25	0.50	0.75	1.00	1025	1050	1.75	2.00	2.50	3.00
α	1.022 7	1.131 0	1.283 0	1.409 5	1.487 3	1.523 8	1.531 9	1.524 9	1.486 9	1.442 2
α	2.451 0	2.048 3	1.670 9	1.409 5	1.249 5	1.155 5	1.099 9	1.066 5	1.031 1	1.014 6

比较 α 与 α , 可见当 $\beta=a/b\leqslant 1$ 时, 设纵向加劲肋较合理; 当 $\beta=a/b>1$ 时, 设横向加劲肋较合理(13)简言之, 加劲肋沿短边设置较为合理(13)

[参 考 文 献]

[1] 杨耀乾. 平板理论[M]. 北京:中国铁道出版社. 1980.
[2] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京:人民教育出版社. 1982.
[3] 陈伯真. 薄壁纬均力学[M]. 上海:上海交通大学出版社. 1988.
[4] 杨 康. 结构力学[M]. 北京:高等教育出版社. 1999.

Discussion on Stability of Rib Slab

YANG Fu-yun, ZHANG Yu

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: The paper analyses the stability of rib slab on method of energy, the formula of longitudinal critical force is deduced, and rational arrangement of stiffening rib is discussed.

Key words: slab; stiffening rib; critical load