

文章编号: 1005-0523(2000)04-0001-06

旋转主轴的陀螺效应对铣削系统稳定性的影响

郭厚[✉], 熊国良, 伊俊敏

(华东交通大学 机械工程学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 通过建立一个新的旋转主轴动态铣削模型, 分析了旋转主轴的陀螺效应对铣削系统稳定性的影响¹⁹。研究表明: 虽然旋转主轴的陀螺效应不会改变铣削系统的不稳定区, 但会明显增加其特征值的实部(达30%), 同时对系统的响应频率影响很大¹⁹。换句话说¹⁹它将使得对稳定性的估计值偏离保守¹⁹。

关键词: 铣削颤振; 旋转主轴; 陀螺效应; 稳定特性

中图分类号: F840.67

文献标识码: A

0 引言

机床颤振是一种由于切削刀具与工件之间的相互作用而产生的自激振动¹⁹。在早期的研究中, 几乎所有的研究者们都或多或少地应用了奈奎斯特稳定性判据和基于 Tobias 等研究的反馈控制理论来进行频域内的稳定性分析^[1]¹⁹。但据作者所知, 已有的研究尚未考虑旋转主轴的陀螺效应对铣削系统的颤振频率、振动形式稳定性特征的影响¹⁹。旋转主轴铣削系统的稳定性分析要比固定主轴铣削系统复杂得多¹⁹。主轴的陀螺效应将使得固有频率响应与转速有关, 而弯曲振动形式曲线也将由于陀螺效应而分叉成两条(即前向模式和后向模式)¹⁹。在这种情况下, 频响函数或铣削系统的系统矩阵必然与速度有关¹⁹。因此, 颤振频率和特征值的实部(即稳定特性)必须在某个特定转速下同时求解¹⁹。虽然求解固定主轴铣削系统的特征转速下同时求解¹⁹。虽然为解固定主轴铣削系统的特征方程有各种方法^[2], 但这些方法对于考虑了陀螺效应的铣削系统来说则并不有效¹⁹。

本文将建立一个新的旋转动态铣削模型¹⁹。应用该模型研究旋转主轴的陀螺效应对铣削系统的稳定性特征的影响¹⁹。

1 动态铣削力

零螺旋角铣刀的铣削力模型研究已经开展几十年了^[3]¹⁹。本文将采用^[4]建立的力学模型¹⁹。此模型虽然比较简单, 但却足以表达铣削力的主要特征¹⁹。

图1所示为端铣刀切削工件时的横截面图¹⁹。作用于第 j 齿上的切向和径向切削力在旋转坐标轴中可表示为^[4]:

收稿日期: 2000-09-20; 修订日期: 2000-10-21

作者简介: 郭厚[✉](1965-), 男, 江西吉水人, 华东交通大学讲师¹⁹。

$$F_{ij}(t) = K_t(\theta) ah(\theta), F_{rj}(t) = K_r(\theta) F_{ij}(t) \quad (1)$$

其中: a 是轴向切削深度; $K_t(\theta)$ 和 $K_r(\theta)$ 为由实验确定的切削系数, 对于各向同性材料的工件被认为是常数, $h(\theta)$ 为切屑厚度, 可表示为

$$h(\theta) = g(\theta) [V_f \sin \theta + (R_{j0}(\theta) - R_j(\theta))] \quad (2)$$

其中: V_f 为每齿的进给量; R_{j0} 和 R_j 分别表示 θ 处上一次切削和本次切削

的铣刀径向位移; $g(\theta)$ 为开关函数, 它表示第 j 个齿是否正处于或已退出切削位置^[13] 即当 $\theta_k \geq \theta \geq \theta_k$ (其中, θ_k 和 θ_k 分别表示铣刀的切入角和退出角) 时, $g(\theta) = 1$, 在其他情况下, $g(\theta) = 0$ ^[13]

在方程 (2) 中, $g(\theta) V_f \sin \theta$ 项为切屑的静态分量^[13] 显见, 这些静态分量所产生的切削力之和为周期等于 $1/f_t$ 的函数, f_t 为铣齿的通过频率^[13] 因此, 当 f_t 接近于系统的固有频率时, 受迫振动将急剧增大^[13] 这种现象有可能引起自激振动^[13] 然而, 由于这些静态分量产生的周期切削力与系统的响应无关, 不会引起任何再生不稳定性, 因此, 这一项可以从方程中删去^[13]

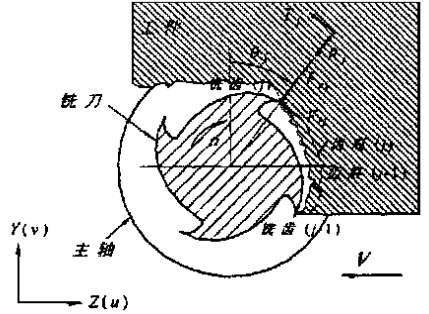


图 1 动态铣削力模型

作用于铣齿上总的动态铣削力 $F_c(t)$ 在固定坐标系 (XYZ) 中可以分解成以下 2 个分力:

$$F_v(t) = \sum_{j=0}^{N_t-1} F_{vj} = \sum_{j=0}^{N_t-1} (F_{tj} \sin \theta - F_{rj} \cos \theta) \quad (3)$$

$$F_u(t) = \sum_{j=0}^{N_t-1} F_{uj} = \sum_{j=0}^{N_t-1} (-F_{tj} \cos \theta - F_{rj} \sin \theta) \quad (4)$$

其中: N_t 是总的铣齿数^[13] 将方程 (1) 和 (2) 代入 (3) 和 (4), $R_j(\theta) = -u \sin \theta - v \cos \theta$ 重组方程后, 得

$$\begin{Bmatrix} F_v(t) \\ F_u(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{vv} & a_{vu} \\ a_{uv} & a_{uu} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v - v_0 \\ u - u_0 \end{Bmatrix} = (1 - e^{-TD}) [a(t)] \begin{Bmatrix} v \\ u \end{Bmatrix} \quad (5)$$

其中:

$$a_{vv} = a \sum_{j=0}^{N_t} \frac{1}{2} g(\theta) [K_t(\theta) \sin^2 \theta - K_t(\theta) K_r(\theta) (1 + \cos^2 \theta)] \quad (6)$$

$$a_{vu} = a \sum_{j=0}^{N_t} \frac{1}{2} g(\theta) [K_t(\theta) (1 - \cos^2 \theta) - K_t(\theta) K_t(\theta) \sin^2 \theta] \quad (7)$$

$$a_{uv} = a \sum_{j=0}^{N_t} \frac{1}{2} g(\theta) [K_t(\theta) (1 + \cos^2 \theta) - K_t(\theta) K_r(\theta) \sin^2 \theta] \quad (8)$$

$$a_{uu} = a \sum_{j=0}^{N_t} \frac{1}{2} g(\theta) [K_t(\theta) \sin^2 \theta - K_t(\theta) K_r(\theta) (1 - \cos^2 \theta)] \quad (9)$$

e^{-TD} 为时延算子 (即 $e^{-TD} v(t) = v(t-T) = v_0$); v 和 u 为主轴在 Y 和 Z 方向的位移; $[a(t)]$ 为方向动态铣削系数矩阵, 它也是一个周期为 f_t 的函数^[13]

2 旋转主轴的动态有限元模型

图2所示为考虑陀螺项后用杆 Timoshenko 理论建立的一个旋转主轴有限元,其中用了两坐标参考系以描述有限元的运动,即:固定坐标系(XYZ)和随轴旋转的坐标系(xyz)⁽¹³⁾该有限单元的初始形状为直杆状,有8个自由度⁽¹³⁾在某个给定节点上,有4个自由度:2个位移自由度 v 和 u ,2个相对于 Z 和 Y 轴的偏角 Ψ 和 Φ ⁽¹³⁾此单元同时考虑了剪切、转动惯性和陀螺效应⁽¹³⁾动能由平移和

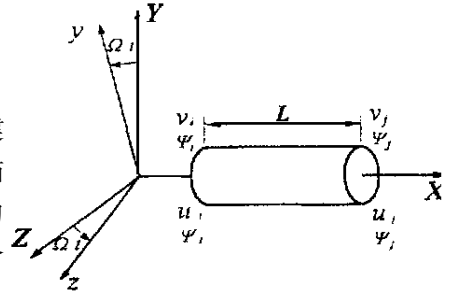


图2 一个典型的转轴单元

转动二项组成,而势能则包括了弹性弯曲、剪切和轴向分量⁽¹³⁾总的势能与动能确定之后,单元的平移和转动质量矩阵,刚度矩阵和陀螺矩阵便可应用扩展的 Hamilton 原理得到如下计算式^[5](关于 $M_0, M_1, M_2, N_0, N_1, N_2, G_0, G_1, G_2, K_0$ 和 K_1 矩阵参见附录)⁽¹³⁾

1) 平移质量矩阵

$$M = M_0 + \Phi M_1 + \Phi^T M_2 \quad (10)$$

其中, Φ 表示横向剪切效应($\Phi = 12EI/kAGL^2$); EI 是每单位曲率的弯曲刚度; G 是剪切模量; A 是轴的横截面积; k 是取决于横截面形状的常数⁽¹³⁾

2) 转动质量矩阵

$$N = N_0 + \Phi N_1 + \Phi^T N_2 \quad (11)$$

因此,总的质量矩阵为 $M+N$ ⁽¹³⁾

3) 陀螺矩阵

$$G = G_0 + \Phi G_1 + \Phi^T G_2 \quad (12)$$

4) 刚度矩阵

$$K = K_0 + \Phi K_1 \quad (13)$$

5) 圆盘质量单元

在小位移的情况下,对称圆盘的动能表达式为

$$T_D = \frac{1}{2} (m_D (u^2 + v^2) + I_{Dz} (\dot{\Psi} + \dot{\Phi}) + I_{Dx} (\Omega^2 \Psi \Psi + 2\Omega \Psi \Phi)) \quad (14)$$

其中: m_D 是圆盘的质量; I_{Dx} 和 I_{Dz} 是圆盘绕 X 轴和 Z 轴(或 Y 轴)的转动惯量⁽¹³⁾应用拉格朗日方程求解方程(4)可得到空间固定坐标中的质量和陀螺矩阵

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial \mathcal{T}}{\partial \delta} = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{u} \\ \dot{\Psi} \\ \dot{\Phi} \end{Bmatrix} + \Omega \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \\ 0 & 0 & -I_{Dx} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ u \\ \Psi \\ \Phi \end{Bmatrix} \quad (15)$$

其中: $\delta = (v, u, \Psi, \Phi)^T$ ⁽¹³⁾

6) 轴承刚度和阻尼模型

由主轴轴承产生的弹性力和阻尼力可表示为

$$\begin{Bmatrix} F_{BY_i} \\ F_{BZ_i} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i - v_b \\ u_i - u_b \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{yy} & c_{yz} \\ c_{zy} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_i - \dot{v}_b \\ \dot{u}_i - \dot{u}_b \end{Bmatrix} \quad (16)$$

其中： F_{BY_i} 和 F_{BZ_i} 分别为 Y 和 Z 方向上主轴的第*i*个节点轴承的阻尼力； v_i 和 u_i 分别为 Y 和 Z 方向上第*i*个节点处的位移； v_b 和 u_b 为轴承的相对位移； k_{yy} ， k_{yz} ， k_{zy} ，和 k_{zz} （或 c_{yy} ， c_{yz} ， c_{zy} 和 c_{zz} ）表示轴承的刚度（或粘性阻尼）系数^[13]

图 3 所示的动态模型是基于如下假设：用于固定主轴和工件夹紧系统的铣床结构具有足够的刚度（或即使移动也一起移动），因而只须考虑刀具与工件之间的相对运动^[13]虽然本文只模拟了连续主轴，但由于切削系统的稳定性特征不受轴头部小锥度的影响，因此可以认为轴向切削区具有相同的深度^[13]

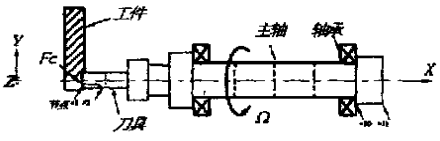


图 3 铣削过程中旋转主轴的动态有限元模型

将各单元的局部有限元矩阵组合整体有限元矩阵，同时合并主轴、轴承和铣削力模型，可得到整体动态铣削模型如下

$$\mathbf{M} \{\dot{U}_s\} + \mathbf{G} \{U_s\} + \mathbf{K} \{U_s\} + (1 - e^{-TD}) [A(t)] \{U_s\} = \{0\} \quad (17)$$

其中： $\{U_s\} = \begin{Bmatrix} \hat{U}_s \\ U_s \end{Bmatrix}$ 表示主轴的整体位移矢量^[13]它所包括的矢量 $\{\hat{U}_s\}$ 与工件端的主轴头自由度有关，而 $\{U_s\}$ 侧与主轴的剩余自由度有关^[13]

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_s \quad (18)$$

其中： $\mathbf{M}_s$ 为主轴的整体质量矩阵^[13]

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_b \quad (19)$$

其中： $\mathbf{K}_s$ 为主轴的整体刚度矩阵； $\mathbf{K}_b$ 为轴承的整体刚度矩阵，它与方程(16)中的刚度矩阵有关^[13]

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_s + \mathbf{C}_s + \mathbf{C}_b \quad (20)$$

其中： $\mathbf{G}_s$ 为主轴的整体陀螺矩阵； $\mathbf{C}_s$ 为主轴的整体结构阻尼矩阵，它的取值有二种： $\mathbf{C}_s = \alpha \mathbf{M}_s$ 或 $\mathbf{C}_s = \alpha \mathbf{M}_s + \beta \mathbf{K}_s$ （ α 和 β 为阻尼系数）； $\mathbf{C}_b$ 为轴承整体阻尼矩阵，它与方程(16)中的阻尼矩阵有关^[13] $[A(t)]$ 为切削力有关的时变矩阵，可写成

$$[A(t)] = \begin{bmatrix} [\alpha(t)] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

其中： $[\alpha(t)]$ 由方程(6)～(9)给定^[13]容易验证 $[A(t)]$ 为周期函数，周期为 T ； e^{-TD} 为时延算子^[13]

4 稳定性分析在铣削中的应用

考虑一个只有 6 个有限元的简单动态铣削模型，如图 4 所示^[13]其参数见表 1^[13]该模型的运动主要是铣刀与工件之间的相对移动^[13]所采用的铣刀有 8 个直齿，即 $N_t = 8$ ，切入角和切出角分别为 $\theta_i = 0^\circ$ 和 $\theta_o = 90^\circ$ ^[13]

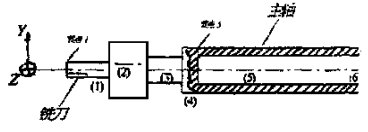


图 4 装有铣刀的旋转主轴有限元模型

表 1 主轴的有限元模型参数

节点号	1	2	3	4	5	6
长度/m	0.0450	0.0400	0.0500	0.0200	0.2000	0.2000
外径/m	0.0190	0.0745	0.0400	0.0600	0.0600	0.0600
内径/m	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0400	0.0400
E/Pa	4.5e+11	2.1e+11	2.1e+11	2.1e+11	2.1e+11	2.1e+11

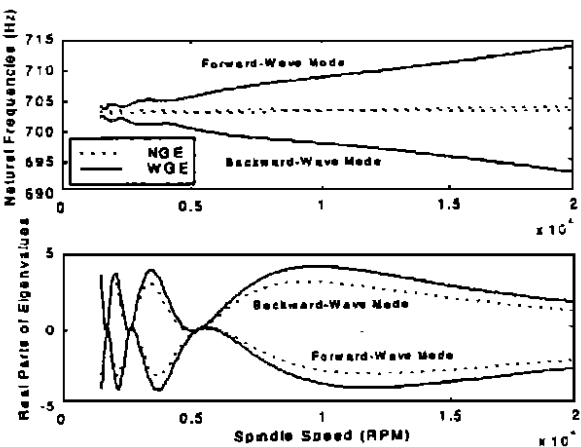
所有节点 5 和节点 7 处的主轴刚度系数为: $k_{yy}=k_{zz}=5.0\text{E}+8(\text{N/m})$ 和 $k_{yz}=k_{zy}=0(\text{N/m})$

为了分析旋转主轴的陀螺效应对铣削系统稳定性特征的影响,本文将考虑了陀螺效应的铣削模型的特征值与不考虑陀螺效应时进行了比较,其结果如图 5 所示(13)由图可见,虽然陀螺效应不会改变铣削系统的不稳定区,但将提高其特征值的实部达 30%(13)此外,还可以注意到陀螺效应对系统的响应频率影响很大(13)

4 结 论

笔者通过建立一个新的旋转主轴动态铣削模型,分析了主轴的陀螺效应对铣削系统稳定性特征的影响(13)本文的研究得出了以下两点结论:

- 1) 虽然旋转主轴的陀螺效应不会改变铣削系统的不稳定区,但会明显增加其特征值的实部(达 30%);
- 2) 陀螺效应对系统的响应频率影响很大(13)



(NGE:不考虑陀螺效应;WGE:考虑陀螺效应)

图 5 不同模型的稳定性结果比较

[参 考 文 献]

[1] S A TOBIAS and W FISHWICK A Theory of Regenerative Chatter· The Engineer-London 1958.

[2] I MINIS and T YANUSHEVSKY· A New Theoretical Approach for the Prediction of Machine Tool Chatter· 1993 ASME Journal of Engineering for Industry 115,1-8.

[3] J TLUSTY and P MACNEIL· Dynamics of Cutting Forces in End Milling· Annlds of the CIRP1975, 24,21-25.

[4] H D NELSON· A Finite Rotating Shaft Element Using Timoshenko Beam Theory· Journal of Mechanical Design, 1980, 102, 793~803.

[5] M LALANNE and G FERRARIS· Rotor Dynamics Prediction in Engineering· John Wiley and Sons Ltd., England· 1990.

Study of Gyroscopic Effect of Spindle on the Stability Characteristics of the Milling System

GUO Hou-kun, XIONG Guo-Liang, YI Jun-ming

(School of Mechanical Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: A new dynamic milling model¹ of a rotating spindle is developed and the gyroscopic effect of the spindle on the stability characteristics of the milling system is investigated for the first time. The results show that although the gyroscopic effect of the rotating spindle does not change the instability regions in milling, it increases the real parts of the eigenvalues of the system or reduces the critical axial depth of cut. In other words, it makes the stability prediction less conservative.

Key words: milling chatter; rotating spindle; gyroscopic effect

“广茂达杯”中国首届机器人灭火比赛我校勇夺第二

由中国自动化学会、中国机械工程学会、中国人工智能学会、国家 863 计划智能机器人专家组、国家 863 计划空间机器人专家组、中国机器人工程协会等九个一级学会联合主办的, 2000 年“广茂达杯”中国首届机器人灭火大赛于 10 月 22~25 日在湖南长沙中南大学体育馆举行¹⁹。比赛分中学组和大学组两个级别进行, 来自上海大学、同济大学、南京航空航天大学、国防科技大学、成都电子科技大学、大连理工大学等十几所高校的代表队参加了大学组的比赛¹⁹。我校派出了由机械工程学院院长熊国良博士为领队、机械工程学院教授宋京伟博士为技术指导、机械工程学院教师左雪平硕士为教练以及机械工程学院学生刘举平、杨宝、万海龙、刘晓斌、周建其等人组成的代表队参赛, 经过三轮的激烈角逐, 我校代表队获得了本次比赛大学组第二名的好成绩¹⁹。

在校、院领导及相关老师的大力支持下, 代表队成员于七月底就开始了赛前准备, 经过所三个月的努力, 我校代表队在方案的确定、软硬件的搭建和整机调试等方面都取得了突破性进展, 并在本次比赛中发挥出色, 取得了较好的成绩, 为学校赢得了荣誉¹⁹。

本次比赛旨在激励年轻学生通过对机器人的学习, 培养对机器人的兴趣并亲自研究和调试机器人, 使学生能从机械、电子、计算机硬件软件、人工智能和工程组织等方面获得较好的锻炼, 从而促进机器人技术的进步和相关人才的培养¹⁹。