

文章编号: 1005-0523(2001) 02-0020-05

撇开灭点的成角透视图作图方法及正确性验证

吴 绍 兰

(福州大学工艺美术学院 工业设计系, 福建 厦门 361002)

摘要: 本文介绍一种不受灭点远近限制的成角透视图法, 并对其进行几何论证¹⁹。结果表明, 这是一种遵循几何学原理的科学作图方法, 可以推广应用¹⁹。

关键词: 成角透视图; 灭点; 几何学

中图分类号: J206.2

文献标识码: A

0 引言

成角透视在透视图中的应用最广, 作图方法颇多, 有视线法、迹点灭点法、量点法和网格法¹⁹。这些方法虽然严格遵循几何学投影规律且能够得到精确的图形, 但往往需要较大的图纸幅面才能保证左右灭点均在图纸之内, 难以避免大图纸画小图形的尴尬¹⁹。从透视学的有关资料, 解决该问题的常规作法便是通过引与画面成 90° 、 60° 、 45° 等特殊角度的水平位置辅助线完成作图, 但此类方法必须先经基面作图再转换到画面作图, 作图线多且过程繁琐、费时, 应用于大图形的绘制局限性很大¹⁹。相比之下书[1]中介绍的撇开灭点成角透视法(笔者命名)恰好弥补了上述诸种方法的缺陷¹⁹。该方法撇开灭点、量点, 并省略了基面作图, 直接进入画面作图, 方法简单, 所需的

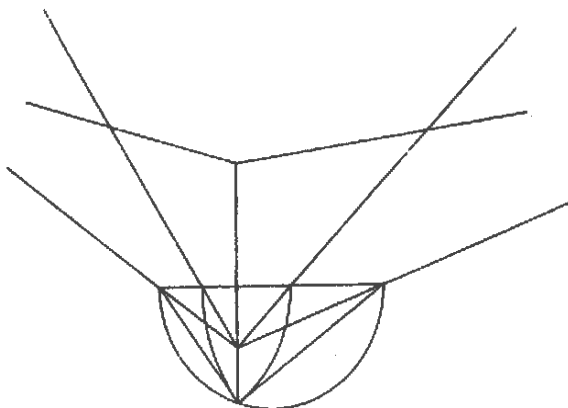
作图幅面小(见图1 高层建筑的表达)¹⁹。然而这种方法到底是经验的近似画法, 还是精确的科学画法? 现有资料无从考证¹⁹。为了验证其科学性并进一步推广, 笔者按步骤介绍其画法, 并加以几何论证¹⁹。

1 撇开灭点的成角透视图作图方法

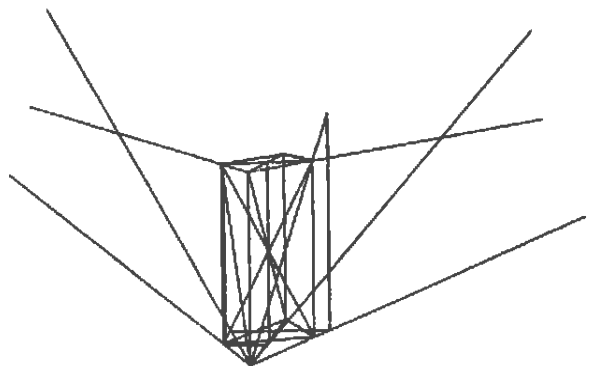
以立方体为例作图

作图步骤(一): 如图2, 根据立方体的真实高度, 先画出铅垂线 AD , 再根据画面效果的需要, 定出透视线 L_1 、 L_2 、和 L_3 (或 L_1 、 L_2 、 L_3 和 L_4 中任意三条)⁽¹³⁾。在 L_1 和 L_2 之间任意画一条水平线段 a_1a_2 、过 a_2 引铅垂线交 L_3 于 b_2 , 再过 b_2 引水平线交 a_1 的铅垂线于 b_1 , 连接 Db_1 即为立方体上底面透视线 L_4 ⁽¹³⁾。

作图步骤(二): 如图3, 以 a_1a_2 为直径画圆弧交



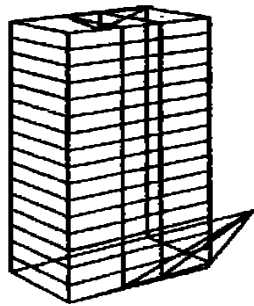
(a)



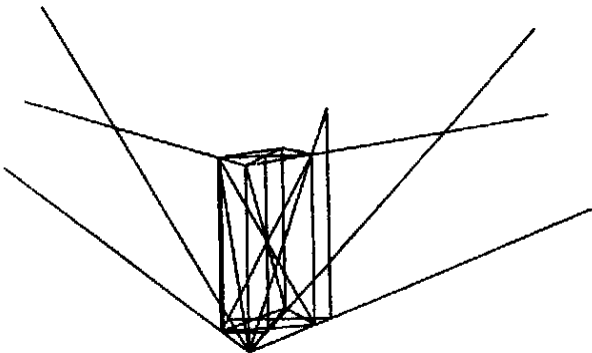
(b)

收稿日期: 2001-04-09

作者简介: 吴绍兰(1964-), 女, 福建厦门人, 福州大学工艺美术学院讲师⁽¹³⁾。



(c)



(d)

图 1 撇开灭点的成角透视图实例

DA 的延长线于 D' ;再分别以 a_1 、 a_2 为圆心,以 a_1D' 、 a_2D' 为半径画圆弧,交 a_1a_2 于 m_1 、 m_2 点,连接 A 、 m_1 即为通向右量点的量线 $M_{右}$ (13)连接 A 、 m_2 即为

连接 A 、 k_3 并延长与 L_3 交于 C ,过 C 作铅垂线交 L_1 于 B 点,则 $ABCD$ 即为立方体右侧的透视(13)同理可确定立方体左侧的透视 $AEFD$ (13)

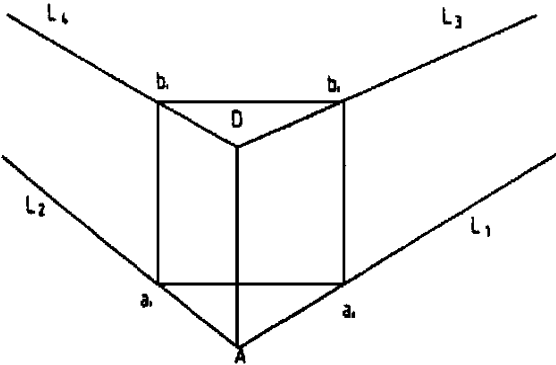


图 2 确定正确的消失线

作图步骤(四):如图 5,连接 A 、 C ,过 EF 作三角形 ENF 与三角形 ACD 相似,则 C 、 N 连线即为上底面通向左灭点的一条透视线(13)同理可画出上底面另一条通向右灭点的透视线 FP , FP 与 CN 的交点 G 为上底面的另一个端点的透视(13)

作图步骤(五):如图 6,连接 F 、 C 和 D 、 G ,交点为 O_2 ,过 O_2 作铅垂线交底边对角线 EB 于 O_1 点,延长 AO_1 交过 G 点的铅垂线于 H ,由此完成立方体的透视图作图(13)

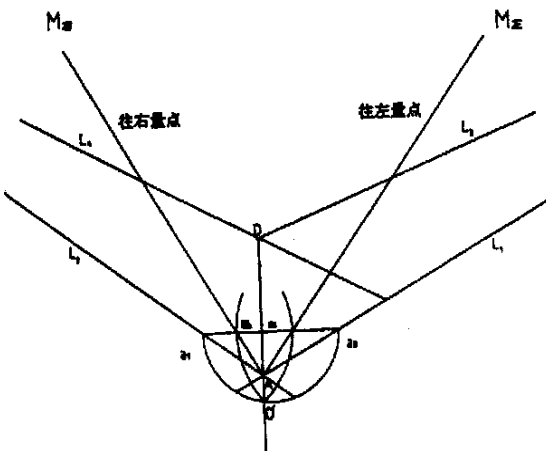


图 3 确定左、右量线

通向左量点的量线 $M_{左}$ (13)作图步骤(三):如图 4,在射线 $M_{右}$ 和 L_1 之间任意作一水平线 k_1k_2 和一铅垂线 k_2k_3 ,使

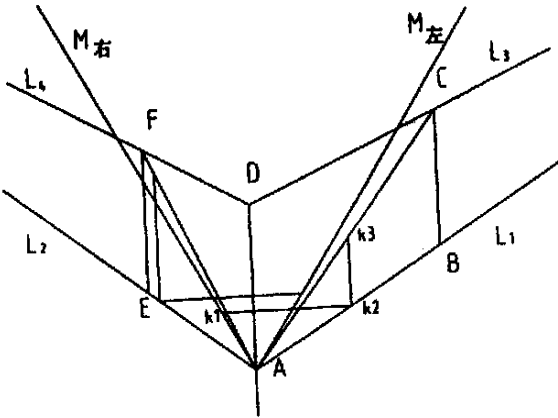


图 4 确定形体左右侧面进深

2 论 证

上面五个步骤中,第(五)步骤简单明了,不再证明(13)

下面是前四个步骤的证明过程:

第(一)步骤证明:如图 7,已知立方体的铅垂棱边 AD 和另外三条棱边的透视 L_1 、 L_2 、 L_3 、在 L_1 和

L_2 之间引一条水平线段 a^1a^2 , 过 a^2 作铅垂线 a^2b^3 ,

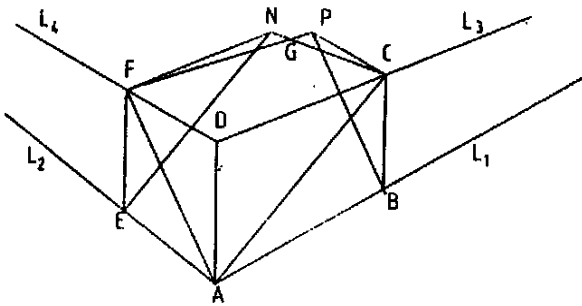


图 5 引同向消失线

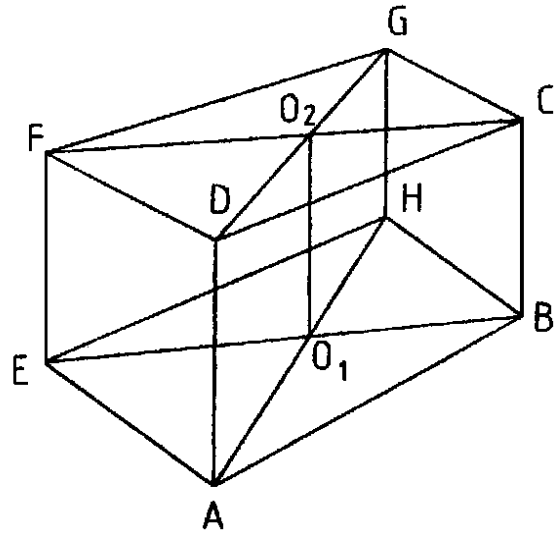


图 6 利用对角线确定立方体其它点的透视

再过 b^2 引水平线, 与过 a^1 的铅垂线交于 b^1 点^[13]求证: 点 D 、和点 b^1 的连线为左侧上底棱边的透视方向, 其实就是要求证直线 L_2 和 L_4 延长后的交点 F_2 , 与直线 L_1 和 L_3 延长后的交点 F_1 处于同一条水平线上^[13]因为直线 a^1b^1 和 AD 均为铅垂线, 故 $a^1b^1 \parallel AD$, 因而有

$$\frac{a^1b^1}{AD} = \frac{F_2b^1}{F_2D} \tag{1}$$

同理, 因为 $a^2b^2 \parallel AD$, 因而有

$$\frac{a^2b^2}{AD} = \frac{F_1b^2}{F_1D} \tag{2}$$

又由于 $a^1b^1 = a^2b^2$, 所以, 由 (1) 和 (2) 式得

$$\frac{F_1b^2}{F_1D} = \frac{F_2b^1}{F_2D}$$

可见 $b^1b^2 \parallel F_2F_1$, 而 b^1b^2 为水平线, F_2F_1 也为水平线, 这说明点 D 和点 b^1 的连线代表立方体左侧顶边的透视方向^[13]

第(二)步骤证明: 如图 8, 已知, 在直线 L_1 和 L_2 之间任意引一水平线段, 我们不妨就取第(一)步骤中的 a^1a^2 ^[13]以 a^1a^2 为直径画圆弧, 与 DA 延长线交于 D' ; 分别以 a^1 、 a^2 为圆心, 以 a^1D' 、 a^2D' 为半径画圆弧, 与水平线 a^1a^2 分别交于 m_1 、 m_2 点^[13]求证: 点 A 、 m_1 的连线 $A m_1$ 和点 A 、 m_2 的连线 $A m_2$, 延长后分别经过右、左量点^[13]由于 a^1a^2 为所作圆弧的直径, 所以, $\angle a^1D' a^2 = 90^\circ$ ^[13]又因为 $a^1D' = a^1m_2$, $a^2D' = a^2m_1$, 这符合量点法成角透视的基面作图原理, 如图

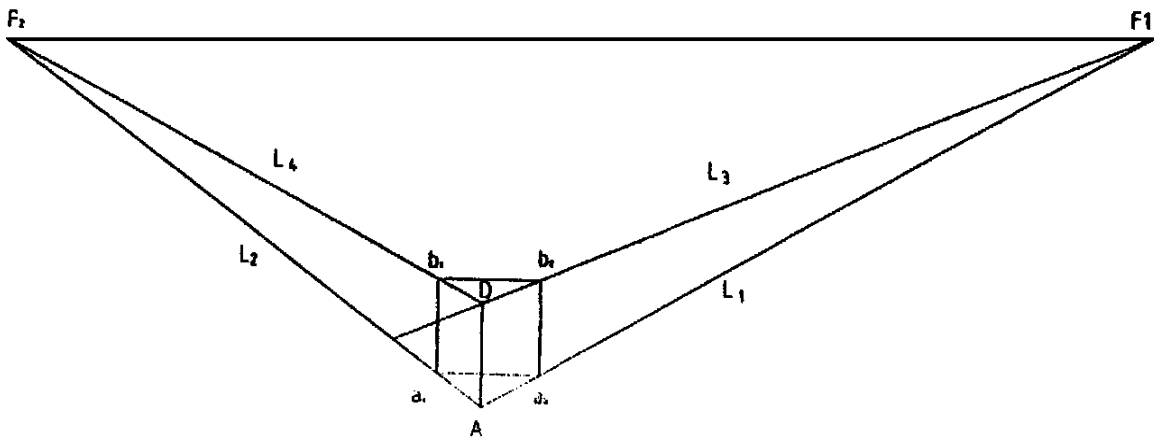


图 7 验证左、右灭点处于同一条水平线上

9, 即灭点的基面正投影与量点的基面正投影的距离, 等于灭点的基面正投影与站点的距离^[13]分别将直线 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 、 $A m_1$ 、 $A m_2$ 延长, 与视平线分别交于 F_1 、 F_2 、 M_1 、 M_2 ^[13]由于 $a^1a^2 \parallel$ 视平线, 故有 $a^1m_1 : m_1$

$m_2 : m_2a^2 = F_2M_1 : M_1M_2 : M_2F_1$, 这说明基面作图与画面作图成比例, M_1 、 M_2 分别为左、右量点^[13]第(三)步骤证明: 如图 10, 已知, 在右量线 M 上和右侧透视线 L_1 之间任意引一条水平线段 k^1k^2 和铅垂线段

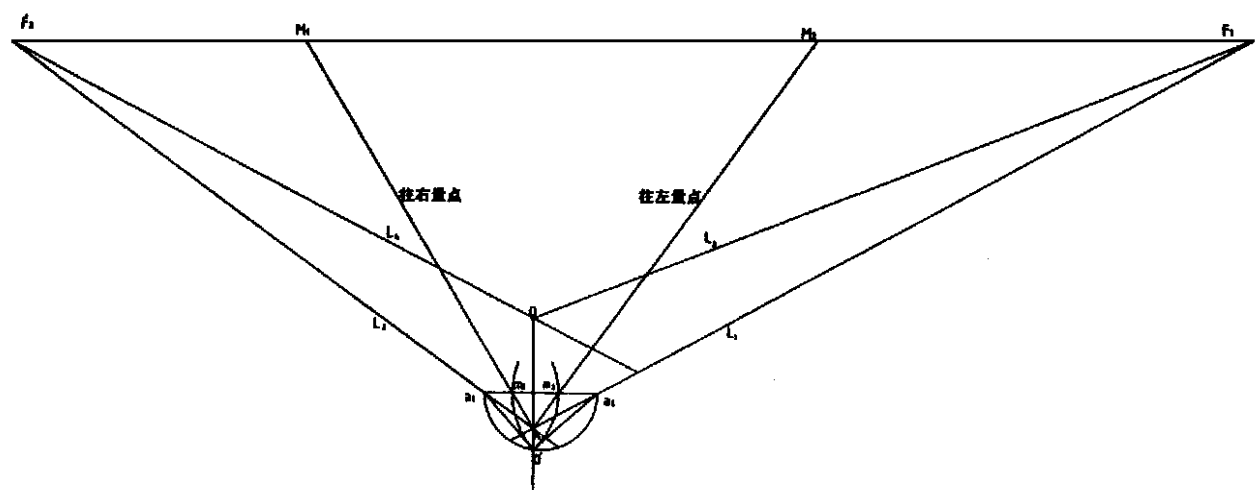


图 8 验证 AM_1 、 AM_2 即为左、右量线

k_2k_3 , 使 $k_1k_2:k_2k_3$ = 立方体右侧实长:立方体右侧实高⁽¹³⁾求证, 点 A 、 k_3 的连线代表立方体右侧面对角线的透视方向⁽¹³⁾

先补出右侧面实形 $AB\acute{C}D$, 根据量点法和真高线法, 求出 k_2 和 k_3 在右侧面上的实际位置 T_2 和 T_3 , 如果 T_3 确实是右侧面对角线的点, 则会有

$$\frac{AT_2}{T_2T_2} = \frac{\text{立方体右侧实长}}{\text{立方体右侧实高}}$$

其实, 由于 $k_1k_2 \parallel AB$, 所以有

$$\frac{k_1k_2}{AT_2} = \frac{M_1K_2}{M_1T_2} \tag{1}$$

又由于 $k_2k_3 \parallel T_2T_3$, 所以有

$$\frac{k_2k_3}{T_2T_3} = \frac{M_1k_2}{M_1T_2} \tag{2}$$

由 (1) 和 (2) 式得

$$\frac{k_1k_2}{AT_2} = \frac{k_2k_3}{T_2T_3}$$

该式可写为

$$\frac{k_1k_2}{k_2k_3} = \frac{AT_2}{T_2T_3}$$

而

$$\frac{k_1k_2}{k_2k_3} = \frac{\text{立方体右侧实长}}{\text{立方体右侧实高}}$$

所以

$$\frac{AT_2}{K_2T_3} = \frac{\text{立方体右侧实长}}{\text{立方体右侧实高}}$$

这说明 T_3 必为对角线上的点⁽¹³⁾同理可证明立方体左侧进深的作图原理⁽¹³⁾

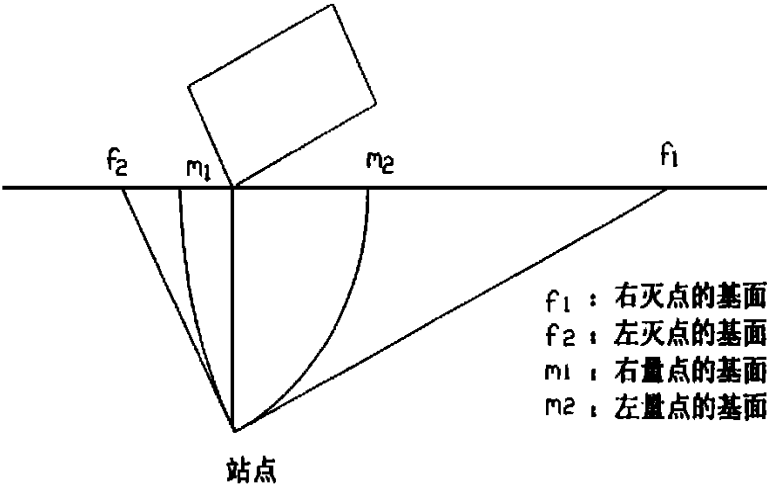


图 9 量点法原理图

第(四)步骤证明:如图 11, 已知, 过 L_2 直线上 (或 L_4 直线上) 任一点, 不妨取现成的点 E , 作一个三角形 EFN 与三角形 ADC 相似⁽¹³⁾求证: 点 C 和点 N 的连线延长后必通过左灭点 F_2 ⁽¹³⁾

用反证法证明: 假如直线 L_2 、 L_4 和 CN 延长后不汇交于同一点, 而是分别相交于 F_1' 、 F_2' 、 F_3' ⁽¹³⁾那么, 在 $\triangle F_2'AC$ 和 $\triangle F_2'EN$ 中, 因为 $AC \parallel EN$, 所以

$$\frac{AC}{NE} = \frac{F_2'A}{F_2'E} \tag{1}$$

同理, 在 $\triangle F_1'AD$ 和 $\triangle F_1'EF$ 中, 因为 $EF \parallel AD$, 所以

$$\frac{AD}{EF} = \frac{F_1'A}{F_1'E} \tag{2}$$

又因为 $\triangle EFN \sim \triangle ADC$, 所以

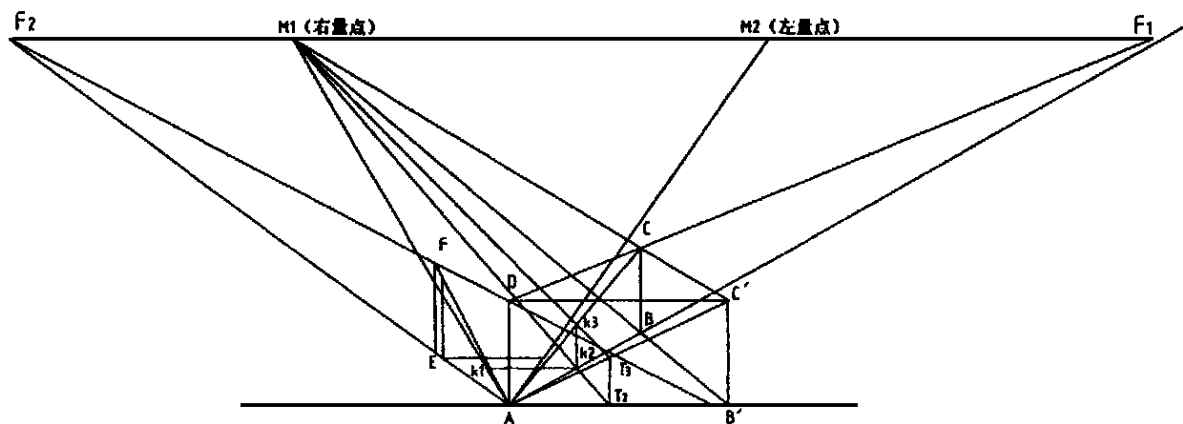


图10 验证左、右进深点

$$\frac{AC}{NE} = \frac{AD}{EF}$$

(3)

由(1)、(2)、(3)式可得

$$\frac{F_2'A}{F_1'E} = \frac{F_2'A}{F_1'E}$$

而 $F_2'A = F_2'E + EA$, $F_1'A = F_1'E + EA$

所以 $\frac{F_2'A + EA}{F_2'E} = \frac{F_1'E + EA}{F_1'E}$ 该式可

写这

$$1 + \frac{EA}{F_2'E} = 1 + \frac{EA}{F_1'E} \text{ 也即: } \frac{EA}{F_2'E} = \frac{EA}{F_1'E}$$

显然, F_1' 和 F_2' 只能是同一点(13)这说明

CN 的延长线将与 L_2 、 L_4 的延长线汇交于同一点(13)同理可求证 FP 的延长线与

L_1 、 L_3 的延长线汇交于同一点(13)则 CN

与 FP 的交点即为顶面端点 G 的透视(13)

利用上、下底对角线可求得 G 点的基透视 H 点(13)证明完毕(13)

利用上、下底对角线可求得 G 点的基透视 H 点(13)证明完毕(13)

证明完毕(13)

3 结论

不受灭点远近限制的成角透视法符合几何学原理,是一种精确的成角透视图法,可以推广应用(13)

参考文献:

参考文献:

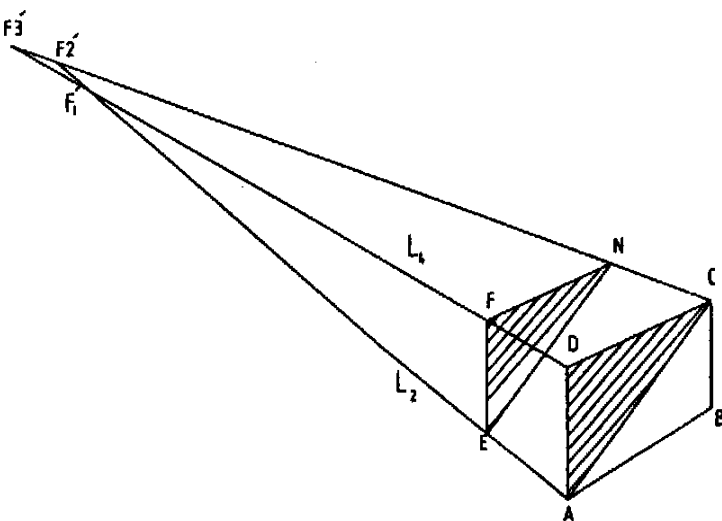


图11 用两相似三角形确定同向消失线的合理性

[1] 辛华泉,程建新.设计表现技法[M].上海:上海交通大学出版社,1988,6.

[2] 李蜀光.绘图透视原理与技法[M].成都:西南师范大学出版社,1994,12.

[3] 广州机床研究所.工业产品预想图表现技法[M].广东:广东科技出版社,1990,4.

[4] 路凤仙.设计透视学[M].福州:福建工艺美术出版社,1996,1119.

The Method of Angular Perspective Without View Points and Its Demonstration

WU Shao-lan

(Industrial Design Department, The Arts and Design College of Fuzhou University, Xiamen 361002, China)

Abstract: This paper introduces a method that we can apply it to draw angular perspective without view points, and it demonstrates this method according to the geometric principles. It turns out that this is a scientific drawing in conformity with the geometric principles.

Key words: angular perspective, view point, geometry

中国知网 <https://www.cnki.net>