

文章编号:1005-0523(2001)02-0016-05

圆柱中厚壳弹塑性有限变形屈曲分析计算

扶名福, 江五贵, 杨德品, 李相麟

(南昌大学 工程力学研究所, 江西 南昌 330029)

摘要:在柱壳的有限元计算中,采用 Mindlin 八结点杂交壳单元和增量荷载法,基于选择积分、缩减积分及完全积分三种积分模式编制了分层计算各种厚板壳的有限元程序 FEAM,并对圆柱中厚壳分别在集中力偶作用下和局部法向均布荷载作用下的弹塑性有限变形和屈曲问题进行了分析和计算¹⁹.

关键词:中厚度柱壳;弹塑性;有限变形;屈曲

中图分类号: O343 **文献标识码:** A

0 引言

自 1813 年 Sophie Germain 导出薄板弯曲的正确表达式以及 N·Aron (1874) 和 A·E·H·Love (1888) 建立薄壳理论以来,随着板壳结构在工程中逐步推广应用,板壳理论也随之发展¹⁹特别自本世纪六十年代开始,各国经济、科技的高速发展,促使理论研究也飞速前进¹⁹文献[1](1991)基于 Cosserat 介质曲面较系统地阐述了有限变形壳体理论¹⁹.中国的吴连元教授对圆柱壳受移动荷载下的非线性屈曲进行了大量的研究工作,考虑了剪切效应,提出了修正的 Donnell 理论[2, 3, 5, 6,],但修正的 Donnell 理论仍采用 3Kirchhoff-Love 壳体假设,因此修正的 Donnell 方程直接应用于中厚壳,误差较大¹⁹.Donnell 理论用于中厚壳时的误差,Koiter 及吴连元均没有给出数学或实验上的论证,此时误差是难以预料的¹⁹.在大量由板壳组成的工程结构中,根据 Kirchhoff-Love 假设建立的薄板壳近似理论的计算结果已经满足工程计算的精度¹⁹但如果板壳比较厚,近似理论不仅不能取得满意的结果,甚至会导致错误的结论¹⁹.在管材弯曲加工过程中,有时会遇到类似以上的问题,在板壳理论著作中对薄壳并没有一个明确的定义,很多著作把 $\frac{t}{r} \leq 0.1$ 作为上限值,黄万灼于 1989 年发表文章指出,当 $\frac{t}{r} \leq \frac{1}{10.6} \sim \frac{1}{6.8}$ 时应用薄壁理

论才可满足工程上误差 $\leq \pm 10\%$ 的要求,而对圆柱壳的厚度/半径($\frac{t}{r}$)之比大于上述定义值时,按薄壳理论计算的结果将产生较大误差^{[7] 19}.本文采用 Mindlin 八结点杂交壳单元和增量荷载法,基于选择积分、缩减积分及完全积分三种积分模式编制了分层计算各种厚度板壳的有限元程序 FEAM¹⁹由于问题的复杂性,在此我们分析计算了圆柱在集中力偶作用下和受局部法向均布荷载作用下的变形与屈曲情况¹⁹.

1 非线性几何关系和本构关系

利用 V·Karman 模型,只考虑挠度 w 对 x', y' (局部坐标系)的偏导数对中面膜应变的影响,于是

Green 应变张量可表示为

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon' \\ \epsilon'' \\ \gamma'_{xy} \\ \gamma'_{xz} \\ \gamma'_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x'} \\ \frac{\partial v}{\partial y'} \\ \frac{\partial u}{\partial y'} + \frac{\partial v}{\partial x'} \\ \frac{\partial u}{\partial z'} + \frac{\partial w}{\partial x'} \\ \frac{\partial v}{\partial z'} + \frac{\partial w}{\partial y'} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x'} \right\}^2 / 2 \\ \left\{ \frac{\partial w}{\partial y'} \right\}^2 / 2 \\ \frac{\partial w}{\partial x'} \frac{\partial w}{\partial y'} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \epsilon + \epsilon \quad (1)$$

在弹性阶段有

$$[D] = \frac{E}{1-\mu^2} \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & \mu & 1 & 0 & 0 \\ \mu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & \frac{k(1-\mu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k(1-\mu)}{2} \end{array} \right] \quad (2)$$

其中 k 表示剪切应力修正系数,一般 $k=5/6$ (13) μ 为泊松比, E 为弹性模量, D_f' 与 D_s' 分别为弯曲弹性模量矩阵与剪切弹性模量矩阵(13)

假如结构进入弹塑性阶段,在 Mindlin 板壳理论中,假定屈服函数 F 是弯曲应力 σ 的函数,与剪应力 τ 没有关系(4)(13)其中 $\sigma = [\sigma, \sigma, \tau_x]^T$, $\tau = [\tau_x, \tau_y]^T$ (13)屈服函数 F 同时也是强化参数 H 的函数(13)当某些点出现屈服,只要不出现卸载,这些应力将会停留在屈服面上,

$$F(\sigma, H) = 0 \quad (3)$$

应力 - 应变增量之间的关系为

$$\begin{bmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (D_{ep})_f & 0 \\ 0 & D_s' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\epsilon \\ d\gamma \end{bmatrix} \quad (4)$$

或

$$d\sigma' = D_{ep} \, d\epsilon' \quad (5)$$

其中,

$$d\epsilon = \begin{Bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\epsilon_{xy} \end{Bmatrix}$$
$$d\gamma = \begin{Bmatrix} d\gamma_{xz} \\ d\gamma_{yz} \end{Bmatrix}$$

($D_{ep})_f$ 对应于 D_{ep} 中的平面应力问题(13) s' 一直保持弹性(13)

$$(D_{ep})_f = D_f' - \frac{d\sigma d\sigma^T}{A + d\sigma^T \alpha'} \quad (6)$$

其中

$$\alpha' = \left[\frac{\partial F}{\partial \sigma}, \frac{\partial F}{\partial \tau}, \frac{\partial F}{\partial H} \right]^T \quad (7)$$

$$d\sigma = D_f' \alpha' \quad (8)$$

$$A = - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial F}{\partial H} dH \quad (9)$$

式中 λ 是比例常数(13)

2 集中力偶下圆柱壳的变形与屈曲分析

首先考虑悬臂圆柱管在末端作用集中力偶的情况(13)对于该力偶,应用圣维南原理,将其简化为在第 37 结点和第 9 结点作用方向相反的集中力,单元

及结点划分如图 1 所示(13)图 1 中圆弧代表圆柱形约束(13)我们按两种情况(大变形理论与小变形理论)对圆柱管进行分析,比较两种算法的吻合情况,由于对称性,取圆柱壳的二分之一进行有限元分析,划分 2×4 个 8 节点 40 自由度 Mindlin 壳单元,采用 3×2 高斯积分,分 4 层计算(内侧为第 1 层,以此类推)(13)对于本问题,当选用 2×2 高斯积分时,结构出现零能模式(13)

假如圆柱壳材料各特性如下: $t=2mm$, $D=16mm$, $\sigma=260\text{ MPa}$, $E=200\text{ MPa}$, $\mu=0.5$, $\rho=38.2mm$,理想弹塑性(13)其中 t 为柱壳厚度, D 为柱壳外部直径, σ 为初始屈曲应力, E 为杨氏模量, μ 为泊松比, ρ 为圆柱约束半径(13)

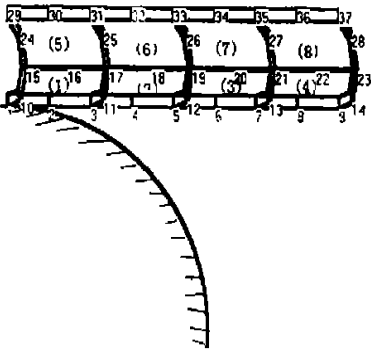


图 1 圆柱壳结点及单元划分示意图

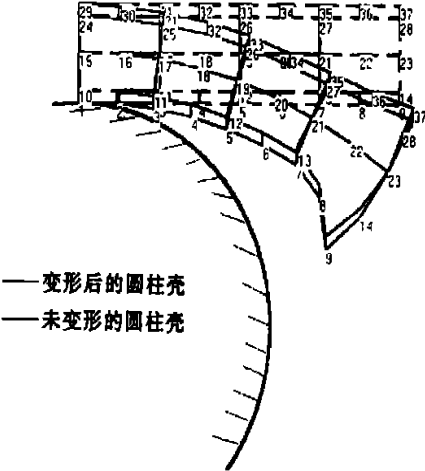


图 2 受集中力偶下圆柱壳变形图

由于结构的对称性,以 x 轴为对称轴(13)以下讨论它的等效应力等效应变关系时,以第 1 单元第 7 高斯点为例,而讨论它的位移荷载曲线时,选取第 5 结点为例(13)

当 $P=185.75\text{ MN}$ 时,圆柱壳变形图如图 2 所示,等效应力等效应变曲线及位移荷载曲线如图 3, 4(13)在图中,壳体各层的应力应变曲线很接近,并且各高斯积分点的应力应变曲线也很接近(13)

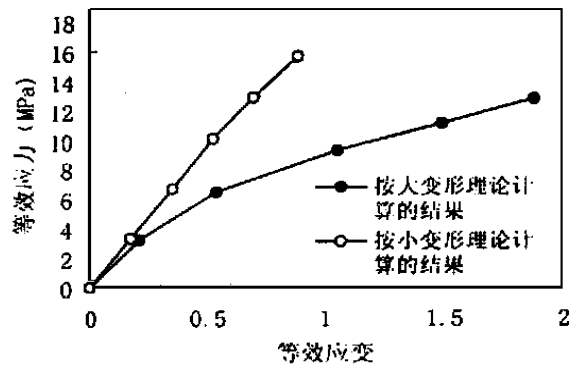


图3 第1单元第1层第7高斯积分点应力应变曲线
标注:(小)为按小变形理论计算的结果,(大)为按大变形理论计算的结果[13]

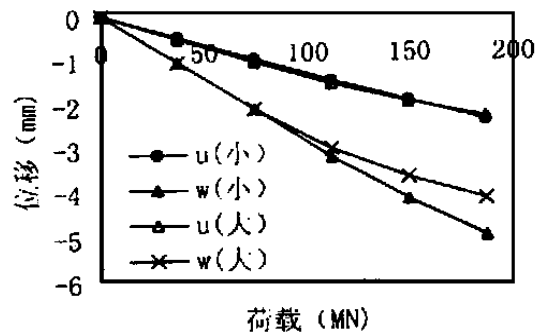


图4 第5结点位移荷载曲线

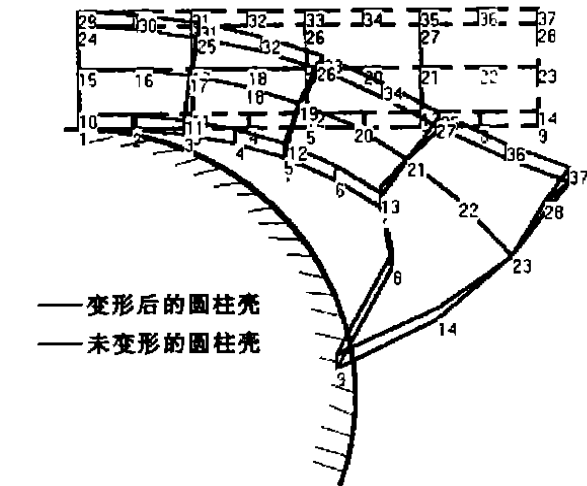


图5 受集中力偶开始屈曲的壳体变形图
从图3,4可看出,利用小变形理论与大变形理论将会产生较大的差异[13]
下面来讨论圆柱壳在受集中力偶时的失稳,我们按大变形理论从应力应变曲线来定性定量地分析这种情况[13]

圆柱壳在受集中力偶作用下,很容易产生局部失稳,但整体仍然可以继续承受荷载,壳屈曲后的壳

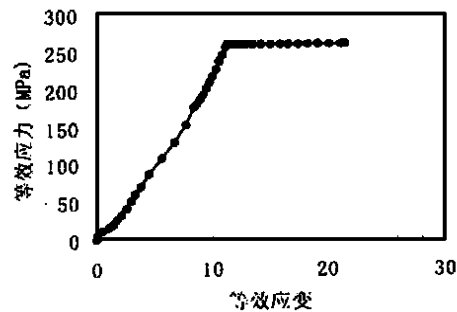


图6 第4单元第7高斯积分点第1层应力应变曲线

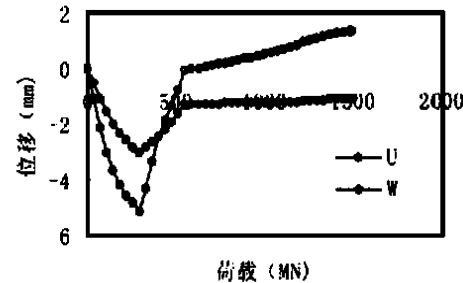


图7 屈曲后第5结点位移荷载曲线

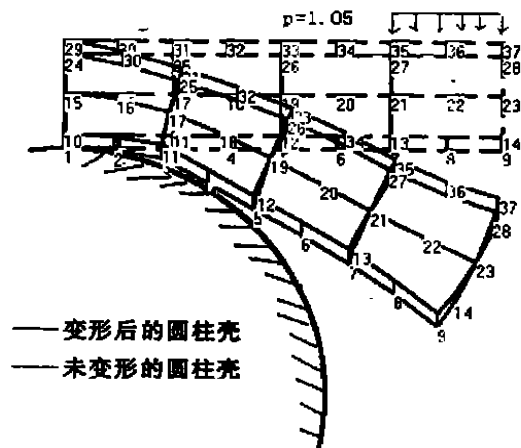


图8 圆柱壳在法向均布荷载下的变形

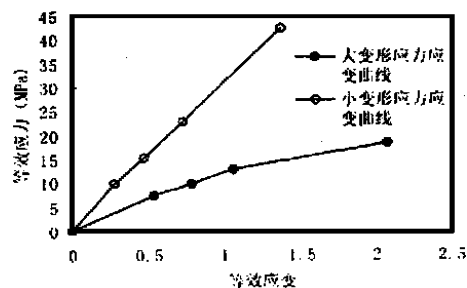


图9 局部法向荷载下的应力应变曲线
体形状发生急剧变化,第9结点已快速地被弯至圆弧,第5结点反而往上移动而折起,但整个结构能继续承受荷载,如图5,6,7所示[13]

图5为荷载加到1 505 MN时的变形图,图6,7

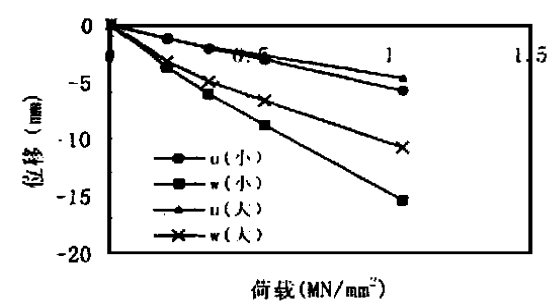


图 10 局部法向荷载下第 5 结点位移荷载曲线

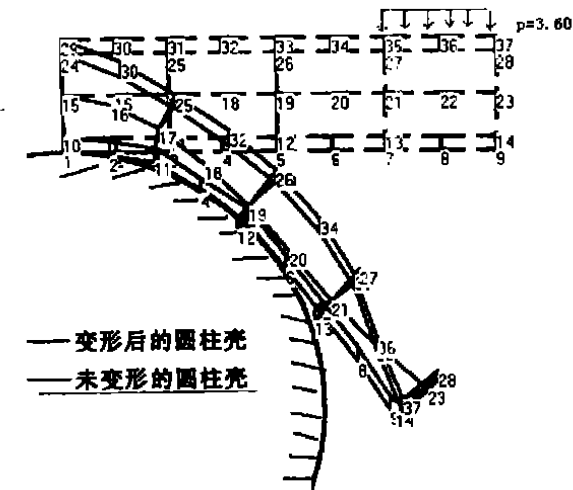


图 11 受均布法向荷载圆柱壳体开始屈曲时的变形图

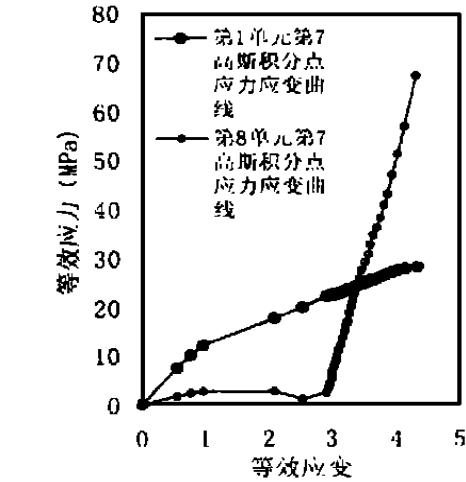


图 12 等效应力应变曲线

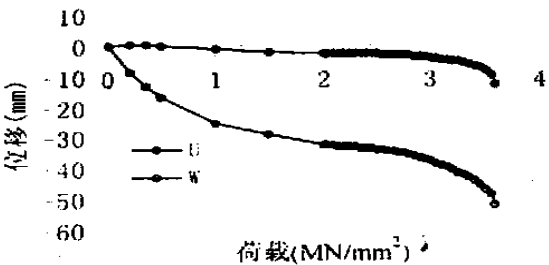


图 13 第 37 结点位移荷载曲线

为相应的等效应力应变曲线及位移荷载曲线^[13]从图 6 可看出,单元 4 第 7 高斯积分点已进入屈服阶段,但结构能继续承受荷载,图 7 显示当荷载加大到 300 MN 时结构就已局部失稳^[13]

3 局部法向均布荷载作用下圆柱壳体的变形与屈曲

现在考虑受局部法向荷载的情况^[13]在结构末端第 8 单元作用均布法向荷载,单元及结点划分如图 1 所示^[13]我们按两种情况(大变形理论与小变形理论)对圆柱壳进行分析,比较两种算法的吻合情况,由于对称性,取圆柱壳的二分之一进行有限元分析,划分 2×4 个 8 节点 40 自由度 Mindlin 壳单元,采用 3×2 高斯积分^[13]对于本题,当选用 2×2 高斯积分时,结构出现零能模式^[13]

采用选择积分模式,考虑第 5 结点与第 1 单元第 7 高斯点^[13]当 $P = 1.05 \text{ MN/mm}^2$ 时,从图 8 可以看出,各点弯曲得很好^[13]从图 9, 10 中容易看出按小变形理论计算的结果与大变形有较大差异^[13]

继续加大荷载,当荷载增加到 $p = 3.60 \text{ MN/mm}^2$ 时,以第 1 单元(一般单元)与第 8 单元(易屈曲单元),第 37 结点为例,圆柱壳的第 8 单元已塌下(图 11),第 8 单元在屈曲前有应力松弛现象(图 12),第 37 结点位移急剧增加(图 13)^[13]

图 12 显示,当荷载达到 2.0 MN/mm^2 时,圆柱壳在法向荷载作用下,突然塌陷,等效应力在短暂的下降之后急剧增加,塌陷处位移急剧增加,如图 13 所示^[13]

4 结论

本文对中厚壳在集中力偶和法向局部荷载作用下的有限弹塑性变性及屈曲进行了分析计算,得到了一些有意义的结果¹⁹利用本文选择的理论所编制的有限元程序 FEAM 可对圆柱壳体的变形进行有效的分析,同时,利用 FEAM 可对壳体屈曲的临界荷载及屈曲后结构的承载与形状改变作定性与定量的分析¹⁹.

参考文献:

[1] 扶名福,杨德品.壳体有限变形理论及其应用[M].上海:同济大学出版社,1991.
[2] 黄玉盈,等.各向异性中厚度板壳的弹塑性大变形分析[J].工程力学,1995,12(3):77~85.
[3] 罗蜀榕,吴连元.板壳弹塑性屈曲的有限元分析[J].固

体力学学报, 1993, 14(3) ; 237~239.

[4] Owen D R J, Hinton E. Finite Elements in Plasticity [J]. Theory and Practice, Pineridge Press Limited, 1980.

[5] 吴连元, 周祥玉. 圆柱薄壳稳定性的一个修正理论[J]. 应用力学学报. 1989, 6(1) ; 1~10.

[6] 吴连元, 许昌. 圆柱壳体在移动集中荷载作用下的弯曲解[J]. 上海交通大学学报, 1989, 23(5) ; 45~54.

[7] 黄万灼. 空心圆柱弯曲时的剪应力[J]. 力学与实践, 1989, 11(1) ; 39~41.

Analysis and Calculation for Buckling of Elasto-plastic Finite Deformation on Moderately Thick Cylindrical Shells

FU Ming-fu, JIANG Wu-gui, LI Xiang-lin

(Institute of Engineering Mechanics, Nanchang University, Nanchang, 330029, China)

Abstract: Eight nodes heterosis incremental loading which based on selected (reduced or full) integratin are adopted during FEM engineering calculation for shells. The finite elements program FEAM using the Layered approach is authorized to analyze the deformation of shells whose thickness is variable. In the end, buckling of finite elastoplastic deformation on moderately thick cylindrical shells subjected to local normal uniformly distributed loads and concentrated couples is analyzed and calculated.

Key words: moderately thick cylindrical shells; finite deformation; elasto-plasticity; buckling