

文章编号:1005-0523(2001)03-0025-04

基于分析法的非弹性动力响应

熊 华， 杨德品， 扶名福

(南昌大学 工程力学研究所 江西 南昌 330029)

摘要: 力分析法通过改变结构位移,而不是变刚度来进行非弹性分析¹⁹。它将每个非弹性变形看作一个自由度,使全部非弹性响应可用一个简单方程表示¹⁹。由于它仅需计算初始刚度,提高了方法的效率¹⁹。同时,它对应变硬化材料,理想弹塑性材料,应变软化材料均适用¹⁹。

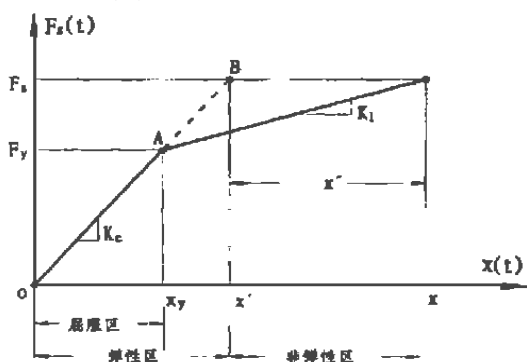
关键词: 非弹性动力响应; 力分析法

中图分类号: 0343

文献标识码: A

1 基本概念

如图(1)所示,为单自由度体系的力-位移曲线¹⁹。

 k_e —初始刚度 k_t —后屈曲刚度 F_y —屈服力 x_y —屈服位移 $F_x(t)$ — 某瞬时的外力

$x(t)$ — 某瞬时的总位移

图 1

力分析法: 延长初始刚度直线 OA 与力 $F_s(t)$ 相交于 B 点, 假定 B 点位移为弹性位移 $x'(t)$, 非弹性位移 $x''(t)$ 为总位移 $x(t)$ 与弹性位移 $x'(t)$ 之差^[13] 弹性位移卸载后可恢复, 非弹性位移为永久变形卸载后不可恢复^[13] 力 $F_s(t)$ 总是等于初始刚度 k_e 和弹性位移 $x'(t)$ 的乘积^[13]

$$x(t) = x'(t) + x''(t) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x(t) &= x'(t) + x''(t) & (1) \\ \begin{cases} x(t) \leq x_y \\ x(t) > x_y \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x'(t) = F_s(t)/k_e, x''(t) = 0 \\ x'(t) = F_s(t)/k_e, x''(t) > 0 \end{cases} & (2) \end{aligned}$$

$$F_s(t) = k_e \dot{x}(t) = k_e (x(t) - x''(t)) \quad (3)$$

方程(3)可看出,弹性位移不是常数,它随着力的变化而变化¹⁹。一般 $x(t) \neq x_y$ 。

由此可知,力分析法是通过改变结点处位移,而不是变结构刚度来分析非弹性结构动力响应¹⁹。

2 力分析法的应用

收稿日期:2001-05-10;

作者简介:熊华(1977-),男,江西南昌人,在校硕士研究生¹⁹。

$$\text{多层结构的总位移矢量 } X(t) \text{ 为 } X(t) = X'(t) + X''(t) = \begin{Bmatrix} X_1'(t) \\ X_2'(t) \\ \vdots \\ X_n'(t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} X_1''(t) \\ X_2''(t) \\ \vdots \\ X_n''(t) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$X(t)$ 矢量中每一项表示一个位移自由度^[13]

通常,非弹性位移是由结构构件的某些非弹性变形引起^[13]这些非弹性变形包括支撑处的非线性伸长,梁的塑性旋转和隔离体的屈服^[13]

在抗弯结构体系中,每个构件所受荷载都需计算,以判断构件是处于弹性范围或塑性范围^[13]当所受侧向动荷载过大,使构件某些点所受外荷载超过了承载能力时,可认为这些点处于临界状态,进入了屈服,形成了塑性铰^[13]用 $\theta''(t)$ 表示结构上全部的塑性铰^[13]

$$\theta''(t) = \begin{Bmatrix} \theta_1''(t) \\ \theta_2''(t) \\ \vdots \\ \theta_m''(t) \end{Bmatrix} \quad (5) \quad \theta''(t) - \text{塑性铰矢量} \quad m - \text{塑性铰的总数}$$

为了使结构满足协调条件,有塑性旋转的构件必须作为一个隔离体单独分析,如图(2)

为使隔离体恢复到初始形状,隔离体上应有恢复力 $F_{RF}(t)$ 和恢复力矩

$M_{RF}(t)$ ^[13]整个结构上

$$\text{恢复力 } F_{RF}(T) = \begin{Bmatrix} F_{RF1}(t) \\ F_{RF2}(t) \\ \vdots \\ F_{RFn}(t) \end{Bmatrix} = K_p \theta''(t) \quad (6) \quad \text{恢复力矩 } M_{RF}(t)$$

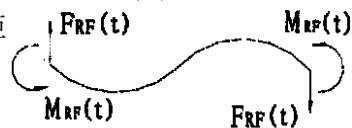


图2

$$= \begin{Bmatrix} M_{RE1}(t) \\ M_{RE2}(t) \\ \vdots \\ M_{REm}(t) \end{Bmatrix} = -K_R \theta''(t)$$

n 个位移自由度
 m 个塑性铰自由度

K_p —— 位移自由度上作用力与塑性铰自由度上转角关系矩阵

K_R —— 塑性铰自由度上弯矩与塑性铰自由度上转角关系矩阵

根据平衡条件,如图(3)在塑性铰处必有作用力 $F_a(t)$, 有 $F_a(t)$

$$= -F_{RF}(t) = K_p \theta''(t) = K X'(t) \quad (8)$$

$$\text{由(8)可知} \quad X'(t) = K^{-1} K_p \theta''(t) \quad (9)$$

K —— 结构初始刚度矩阵 $M_p(t)$ —— 塑性位移引起的塑性铰处弯矩

$$\text{运用麦克斯韦互等定理,有} \quad M_p(t) = k_p^T X''(t) = k_p^T K_p \theta''(t) \quad (10)$$

式中 k_p^T 是矩阵 K_p 的转置矩阵,表示位移自由度上非弹性位移与塑性铰自由度上弯矩的关系矩阵非弹性变形(塑性位移和塑性铰处转动)引起的塑性铰上残余弯矩 $M''(t)$

$$M''(t) = M_{RF}(t) + M_p(t) = -(K_R - k_p^T K^{-1} K_p) \theta''(t) \quad (11)$$

弹性变形引起的塑性铰上弯矩 $M'(t)$

$$M'(t) = k_p^T X'(t) = k_p^T [X(t) - X''(t)] = k_p^T [X(t) - K^{-1} K_p \theta''(t)] \quad (12)$$

$$\text{塑性铰上总弯矩} \quad M(t) = M'(t) + M''(t) = k_p^T X(t) - k_R \theta''(t) \quad (13)$$

由初始假定,每个位移自由度方向的外部作用力 $F(t)$

$$F(t) = K X'(t) = K [X(t) - X''(t)] = K [X(t) - K^{-1} K_p \theta''(t)] = K X(t) - K_p \theta''(t) \quad (14)$$

$$\text{式(13)和(14)写成矩阵形式} \quad \begin{Bmatrix} F(t) \\ M(t) \end{Bmatrix}_{n+m} = \begin{bmatrix} K & K_p \\ K_p^T & K_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X(t) \\ -\theta''(t) \end{Bmatrix}_{n+m} \quad (15)$$

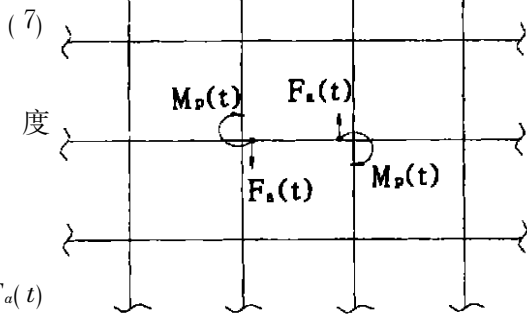


图3

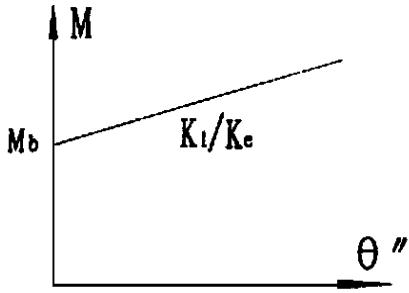


图 4

常用简化计算采用如图(4)所示, M_b 为屈服弯矩对应应变强化材料取 $K_i/K_e = 0.15$ 理想弹塑性材料取 $K_i/K_e = 0.0$, 应变软化材料取 $K_i/K_e = 0.15$

工程计算中,外部作用力 $F(t)$ 是给定的,未知量包括 m 个塑性铰上弯矩 $M(t)$, n 个位移 $X(t)$, m 个塑性铰转角 $\theta(t)$ (13)

方程(15) 可列 $(n + m)$ 个方程,方程(15) 中另外 m 个未知量可通过对塑性铰发展历程进行跟踪,列出 M 和 $\theta(t)$ 的 m 个关系式得出,如图(4) 所示(13)

3 地震时程分析

用力分析法分地震荷载作用下,结构的非弹性动力响应(19).

平衡方程为
$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = -M a_g(t) \tag{16}$$

M - 质量矩阵 C - 阻尼矩阵 $\dot{X}(t)$ - 相对速度 $\ddot{X}(t)$ - 相对加速度
 $a_g(t)$ - 地震加速度 $X(t)$ - 相对地面的弹性位移

代(4) 进平衡方程,有
$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = -M a_g(t) + K X''(t) \tag{17}$$

利用状态空间数值积分法,令
$$Z(t) = \begin{Bmatrix} X(t) \\ \dot{X}(t) \end{Bmatrix} \tag{18}$$

代(18) 进(17),有
$$\dot{Z}(t) = A Z(t) + H a_g(t) + F X''(t) \tag{19}$$

式(19) 中
$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1} & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}K \end{bmatrix}$$

方程(19) 为一阶线性微分方程,积分后有

$$Z(t) = e^{A(t-t_0)} Z(t_0) + e^{At} \int_{t_0}^t e^{-As} [H a_g(s) + F X''(s)] ds \tag{20}$$

令 $t_{k+1} = t, t = t_0, \Delta t = t - t_0$. 在小步长 Δt 范围内,可列出非弹性动力响应的递归方程

$$Z_{k+1} = e^{A \Delta t} Z_k + e^{A \Delta t} H \Delta t a_k + e^{A \Delta t} F \Delta t X''_k \tag{21}$$

a_k 和 X''_k 分别是 $a_g(t)$ 和 $X''(t)$ 的离散形式

在地震反应过程中,假定第 k 个时间步长时的 $Z_k, M_k, \theta_k(t)$ 和 X''_k 为已知,通过式(21) 可算出第 $(k + 1)$ 个时间步长时的 Z_{k+1} (13) 通过 Z_{k+1} , 可得出 X_{k+1} (13) 再利用力分析法方程(15) 算出 M_{k+1} 和 $\theta_{k+1}(t)$, 利用方程 $X''_{k+1}(t) = K^{-1} K_p \theta_{k+1}(t)$ 求出 $X''_{k+1}(t)$ (13) 则第 $k + 1$ 步的完整信息全部得出(13)

4 结论

力分析法是通过改变点处位移而不是变结构刚度来分析动力响应(13)

- 1) 将非弹性变形 $\theta(t)$ 看作一个自由度,使结构全部的非弹性响应均可写入一个简单方程(15)
- 2) 状态转换矩阵 e 仅仅利用了力分析法中的初始刚度 K , 使状态转换矩阵保持为常量,减少了计算工作量(13) 利用状态空间积分法分析非弹性动力响应也提高了计算精度(13)
- 3) 它适用于尖变硬化材料, 弹塑性材料, 应变软化材料(13)

参考文献:

[1] K J 巴特, E L 威尔逊. 有限元分析中的数值法[M]. 北京: 科学出版社, 1985.
[2] R W 克拉夫, J 彭津. 结构动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1983.
[3] Bazzurro P, Comell, Shome N, Carballo J E. Three proposals for characterizing MDOF nonlinear seismic response. Struct. Engrg., ASCE. 1998, 124(11) : 1281~1289.
[4] Lin T H. Theory of inelastic structure[M]. Wiley, New York, 1968.

Inelastic Dynamic Response Based on Force Analogy Method

XIONG Hua, YANG De-pin, FU Ming-fu

(Institute of Engineering Mechanics, Nanchang University, Nanchang 330029, China)

Abstract:Inelastic analysis is performed by varying the structural displacement, which differs from the conventional method of changing stiffness. Each inelastic deformation of structure is denoted as a degree of freedom, therefore all inelastic behaviors are represented by a single equation. The method is very efficient because only initial stiffness is used. Moreover, it can be used to analyze structure with various properties. not only strain-hardening properties but also elastic-plastic properties and strain-softening properties.

Key words:inelastic dynmic response; force analogy method