

文章编号:1005-0523(2001) 03-0090-03

低含水率污泥管道排放驱动压力计算方法

王全金, 唐朝春

(华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 采用宾汉型塑性流体和假塑性流体两种模型, 推导了低含水率污泥管道排放驱动压力所遵循的微分方程。对于宾汉型塑性流体模型, 得到了计算驱动压力的显式计算公式, 据此可进行污泥泵型选择。

关键词: 低含水率污泥; 管道排放; 管道驱动压力

中图分类号: TU 991.33 文献标识码: A

在治理河道、湖泊污染时涉及到清除低含水率污泥及其排放问题。在污水处理厂, 也有大量低含水率污泥排放问题。通常污泥是通过高压泵将其压入管道来排放的。国外用管道排放低含水率污泥已很普遍^[1]。对于设计用管道方式排放低含水率污泥目前还没有成熟的理论和分析模型。文献[1]的作者 E·John List 曾对低含水率污泥排放问题进行了初步研究。低含水率污泥管道排放设计的关键是要确定驱动污泥在管道中运动的压力, 该压力与污泥在管道运动中所遇到的阻力有关。本文在文献[1]工作的基础上, 将污泥在管道中的运动看作一维非牛顿流体, 采用宾汉型塑性流体和假塑性流体两种模型, 并考虑管道不同铺设角度推导了低含水率污泥管道排放所遵循的控制微分方程。对于宾汉型塑性流体模型, 得到了计算污泥驱动压力的显式计算公式, 对于假塑性流体模型, 则需运用数值积分法才能求解控制方程。

1 体积模量

作用在一定体积流体上的压力与体积改变有如下关系

$$K = \frac{(p - p_0) V}{V - V_0} \tag{1}$$

其中: V_0 表示压力 p_0 时的物质体积, V 为压力 p 时的体积^[3]

由质量不变, 得

$$V_0 \rho_0 = V \rho \tag{2}$$

其中: ρ_0 表示压力 p_0 时的物质密度, ρ 为压力 p 时的密度^[3]

在压力较高时, 污泥的体积模量接近常数, 约为 $2\,550\text{ KN/m}^2$, 比水的体积模量 $2 \times 10^6\text{ KN/m}^2$ 小得多^[3]

2 宾汉型塑性流体和假塑性流体

根据污泥在管道中的运动特性, 可将污泥看作非牛顿流体, 非牛顿流体的切向应力与流速梯度间的关系可用如下两模型描述^[2]

宾汉型塑性流体

$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{du}{dy} \tag{3}$$

假塑性流体

$$\tau = \tau_0 + k \left(\frac{du}{dy} \right)^n \tag{4}$$

其中: τ_0 表示污泥开始在管道运动时需克服的临界切向阻力, μ 为流体动力粘性系数, k 与 n 是与压强、温度和流体成分有关的参数^[3]

3 污泥在管道中运动的控制微分方程

为了建立污泥在管道中运动的控制微分方程, 作如下假设:

- 1) 管道是均匀的, 管径为 D , 截面积为 ω
- 2) 污泥在管道中匀速流动;
- 3) 污泥是非牛顿流体, 切向应力与流速梯度间的关系符合宾汉型塑性流体或假塑性流体模型;

4) 污泥在输送过程中质量守恒⁽¹³⁾

在管道中作两个假想的平面,截取一长为 Δx 的污泥段,考察作用在污泥段上力的平衡条件,如图 1,有

$$p_1 \omega - p_2 \omega + G \cos \alpha - T = 0 \tag{5}$$

其中:重力 $G = \rho \omega g \cos \alpha$ α 为重力正方向与管道中心线之间的夹角,切向阻力 $T = \pi D \tau$,将重力和切向阻力的表达式代入(5)中,并令 $\Delta x \rightarrow 0$,则有

$$\frac{dp}{dx} = - \rho g \cos \alpha + \frac{4 \tau}{D} \tag{6}$$

对于宾汉型塑性流体

$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{2u_{max}}{D} = \tau_0 + \frac{4 \mu v}{D} \tag{7}$$

其中, u_{max} 为管道最大流速^[3], v 为管道平均流速,且 $v = \frac{1}{2} u_{max}$

对于假塑性流体

$$\tau = \tau_0 + k \left(\frac{4v}{D} \right)^n \tag{8}$$

将(7)、(8)两式代入(6)中,得到

$$\frac{dp}{dx} = - \rho g \cos \alpha + \frac{4 \tau_0}{D} + \frac{16 \mu v}{D^2} \tag{9}$$

$$\frac{dp}{dx} = - \rho g \cos \alpha + \frac{4 \tau_0}{D} + \frac{4k}{D} \left(\frac{4v}{D} \right)^n \tag{10}$$

上两式中的 τ_0 可通过试验确定⁽¹³⁾为此只要选择长度为 L 的排污管,并将其水平放置,这时 $\cos \alpha = 0$ 再在管道两端施加不同的压力差,并测量出管道中污泥的平均流速 v ,将测得的数据绘入以 $\frac{4v}{D}$ 为横座标, $\frac{p_2 - p_1}{4L}$ 为纵座标的图中,见图 2,则纵座标上的截距即为 τ_0 ,斜率即为(9)式中的参数 μ ⁽¹³⁾

4 方程的求解

考虑匀速排放污泥情况,设单位时间内排放的污泥质量为 m ,由于

$$m = \rho \omega v \tag{11}$$

排放口处有

$$m \alpha = \rho \omega v \alpha \tag{12}$$

其中: $m \alpha$ 、 ρ 和 $v \alpha$ 分别为管道排放口处单位时间内排放的污泥质量、密度和平均流速⁽¹³⁾

将(11)式代入(9)中,有

$$\frac{dp}{dx} = - \rho g \cos \alpha + \frac{4 \tau_0}{D} + \frac{16 \mu m}{\rho \omega D^2} \tag{13}$$

又由(1)、(2)两式,有

$$p = p_0 - p \alpha = K \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) \tag{14}$$

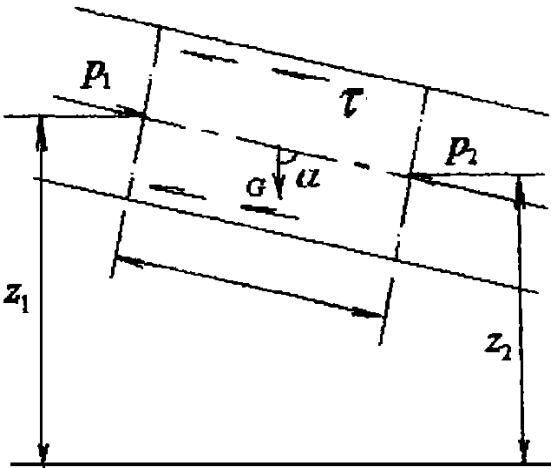


图 1 管道污泥段力的平衡

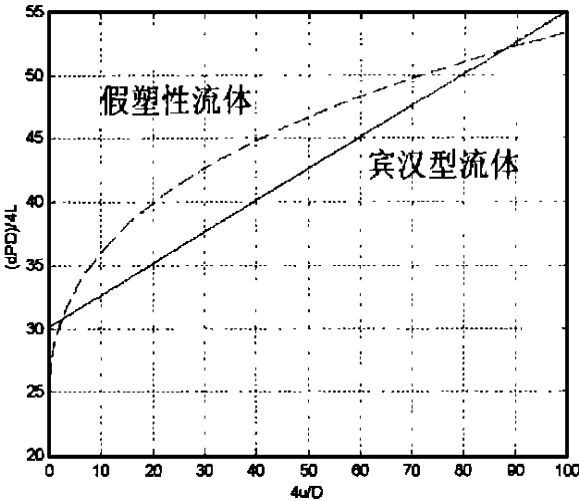


图 2 宾汉型塑性流体和假塑性流体模型

其中, p 为驱动污泥流动的压力⁽¹³⁾

令 $\rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}$, 由(14)式得

$$\frac{dp}{dx} = -K \frac{d\rho^*}{dx} \tag{15}$$

代入(13)中,有

$$K \frac{d\rho^*}{dx} = \rho_0 g \cos \alpha - \frac{4 \tau_0}{D} - \frac{16 \mu m}{\rho_0 \omega D^2} \tag{16a}$$

或

$$\frac{d\rho^*}{dx} = \frac{\rho_0 g \cos \alpha}{K} - \frac{4 \tau_0}{K D} - \frac{16 \mu m}{\rho_0 \omega D^2 K} \tag{16b}$$

令

$$a = \frac{g \rho_0 \cos \alpha}{K} \quad b = \frac{4 \tau_0}{K D} \quad c = \frac{16 \mu m}{\rho_0 \omega D^2 K} \tag{17}$$

则(16)式成为

$$\frac{d\rho^*}{dx} = a \rho^{*2} - b \rho^* - c \tag{18}$$

解上述微分方程,得到

$$\ln \frac{a - b \rho^* - c}{a \rho^{*2} - b \rho^* - c} = \frac{2b}{4a + b^2}$$

$$\left[\operatorname{atanh} \frac{2a-b}{4ac+b^2} - \alpha \operatorname{anh} \frac{2a\rho_*-b}{4ac+b^2} \right] = 2aL \quad (19)$$

对采用宾汉型塑性流体模型求排污管驱动压力的步骤为:

- 1) 利用(17)式计算 a, b, c ;
- 2) 用迭代法或用 MATLAB 软件^[4]解非线性代数方程(19), 得到 ρ_* ;
- 3) 用(14)式计算排污管驱动压力差 Δp ⁽¹³⁾

对于假塑性流体, 则有

$$\frac{d\rho_*}{dx} = \frac{\rho_* g \rho_{\cos} \alpha}{K} - \frac{4\tau}{KD} - \frac{4}{D} \left(\frac{4m}{\rho_* \rho_{\cos} D} \right)^n \quad (20)$$

由(20)式给出的微分方程没有解析解, 只能用数值积分的方法求解⁽¹³⁾

5 算例

某污水处理厂需要排污泵输送污泥, 已知: $K = 2\,550 \times 10^3 \text{ N/m}^2$, $\mu = 12 \text{ kg/ms}$, $k = 242 \text{ kg/ms}$, $\tau = 1458.6 \text{ N/m}^2$, $n = 0.347$, $D = 0.30 \text{ m}$, $L = 150 \text{ m}$, $m = 8.83 \text{ kg/s}$, $\rho_{\cos} = 1060 \text{ kg/m}^3$ ^{[1](13)}试求排污泵驱动压力 Δp ⁽¹³⁾

解: 考察 $\alpha = 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ 四种管道铺设情况, 计算 a, b, c 如下:

$$a = \begin{cases} 0.002\,040 & \alpha = 60^\circ \\ 0.000\,000 & \alpha = 90^\circ \\ -0.002\,04 & \alpha = 120^\circ \\ -0.003\,53 & \alpha = 150^\circ \end{cases} \quad \begin{matrix} b = 0.007\,63 \\ c = 9.96 \times 10^{-5} \end{matrix}$$

代入(19)式, 利用 MATLAB 软件解非线性代数方程, 得到

$$\rho_* = \begin{cases} 1.731\,6 & \alpha = 60^\circ \\ 2.152 & \alpha = 90^\circ \\ 2.707\,5 & \alpha = 120^\circ \\ 3.218\,3 & \alpha = 150^\circ \end{cases} \quad \Delta p = \begin{cases} 1\,866 \text{ KN/m}^2 & \alpha = 60^\circ \\ 2\,938 \text{ KN/m}^2 & \alpha = 90^\circ \\ 4\,354 \text{ KN/m}^2 & \alpha = 120^\circ \\ 5\,657 \text{ KN/m}^2 & \alpha = 150^\circ \end{cases}$$

Method of Calculating the Pressure of Pumping Sludge with Low Moisture Content

WANG Quan-jin, TANG Chao-chun

(School of Civil Eng. and Arc, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In this paper, the differential equations for pumping sludge with low moisture content are deduced by using Bingham-type plastic fluid and pseudo-plastic fluid modals. For Bingham-type plastic fluid modal, the explicit formula for calculating the pumping pressure is obtained, which can be used to choose the pump type.

Key words: sludge with low moisture content; pumping sludge; drive pressure in pipe line

上述结果说明, 排污管道放置位置对污泥在管道中运动的驱动压力有很大的影响⁽¹³⁾

需要指出的是, 文献[1]的结果只适用于管道水平放置的情况, 而本文给出的计算公式则适用于管道任意放置的情况, 具有一般性⁽¹³⁾对算例中的问题, 文献[1]计算结果为 $2\,940 \text{ KN/m}^2$, 试验值为 $3\,050 \text{ KN/m}^2$, 而本文计算结果为 $2\,938 \text{ KN/m}^2$ ($\alpha = 90^\circ$), 可见吻合良好⁽¹³⁾

6 结束语

本文采用宾汉型塑性流体和假塑性流体两种模型, 推导了低含水率污泥管道于任意角度铺设时污泥排放所遵循的控制微分方程⁽¹³⁾对于宾汉型塑性流体模型, 得到了计算管道压力的显式计算公式, 据此可进行污泥泵型选择⁽¹³⁾

参考文献:

[1] E·John List, Imad A· Hannoun, Wen-Li Chiang· Simulation of sludge pumping[J]· Water Environment Research, 1998, 70(2) .
[2] Batchelor, G· K· (1967) · An Introduction to Fluid Dynamics[M]· Cambridge University Press, G· B·
[3] 西南交通大学, 哈尔滨建工学院· 水力学[M]· 北京: 人民教育出版社, 1979.
[4] 龚 剑, 朱 亮, MATLAB 5· X 入门与提高[M]· 北京: 清华大学出版社, 2000.