

文章编号:1005-0523(2001)03-0093-03

多水源多控制点环状管网技术经济计算分析

唐朝春

(华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要:通过对目标函数(年费用折算值) W_0 在水力约束条件下最小值的分析计算,介绍了多水源多控制点起点水压未知环状管网技术经济计算的方法,并求出经济水头损失 h_{ij} 和经济管径 D_{ij} 的表达式^[9].

关键词:水源;控制点;管网;技术经济

中图分类号: TU 991.33

文献标识码: A

0 前言

在给水处理工程中,管网所占的费用是很大的,一般都在 50% 以上,因此对管网进行优化设计是十分必要的^[1]。管网优化应考虑到 5 个方面的要求,即水力条件(节点连续性方程和环能量方程),水量和水压,水质安全性,供水可靠性及经济性^[13]。管网技术经济计算是以经济性为目标函数,把其余的要求作为约束条件,建立目标函数和约束条件的表达式,由于水质安全性和供水可靠性难以具体量化,所以约束条件主要是指水力约束,以此求出经济管径或经济水头损失,从而达到管网优化设计的目的^[13]。

1 数学模型

1.1 目标函数

管网优化设计的目标就是在满足约束条件下,使得在一定年限内管网每年的建造费用与经营费用之和(年费用折算值) W_0 最小^[13]。假定投资为一次性投资,从第一年起每年的经营费用相等,项目残值为 0^[13]。得目标函数(年费用折算值) W_0 如下^[1]:

$$W_0 = \left(p + \frac{100}{t} \right) \sum b D_{ij}^\alpha l_{ij} + p Q \sum h_{ij} \quad (1)$$

式中: W_0 —— 管网年费用折算值;

p —— 每年扣除的折旧和大修费,以管网造价的 % 计;

t —— 投资偿还期, a;

b —— 单位长度管线公式^[1]中的系数;

α —— 单位长度管线公式中的指数;

D_{ij} —— 管径, m;

L_{ij} —— 管段长度, m;

P —— 综合系数, $P = 8.76 \beta E \rho / \eta$ 其中 β 为供水能量变化系数; E 为电费, 分/kWh; ρ 为水的密度, kg/L; g 为重力加速度, m/s²; η 为水泵效率;

Q —— 输入管网的总流量, L/s;

$\sum h_{ij}$ —— 从管网起点到控制点的任一条管线的
的水头损失总和, m^[13]

由水力学可知,水头损失值等于^[2]:

$$h_{ij} = \frac{k Q_{ij}^\alpha L_{ij}}{D_{ij}^m} \quad (2)$$

式中 k —— 阻力系数

将(2)式代入(1)式得:

$$W_0 = \left(p + \frac{100}{t} \right) \sum b k^\alpha Q_{ij}^\alpha h_{ij}^{-\frac{\alpha}{m}} L_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} + p Q \sum h_{ij} \quad (3)$$

1.2 水力约束条件

1) 节点连续性方程

$$A q_{ij} + q_i = 0 \quad (4)$$

式中 A —— 衔接矩阵

q_{ij} —— 管段流量列向量

q_i —— 节点流量列向量

此方程在流量分配时已经满足^[13]

2) 环能量方程

$$L h_k = 0 \quad (5)$$

式中: L —— 回路矩阵

h_k —— 管段水头损失列向量

3) 水泵扬程

$$H_p \geq H_0 + \sum h_{ij} \quad (6)$$

式中: H_p —— 水泵扬程

H_0 —— 控制点的水压

2 技术经济计算分析

图 1 所示为两水源两控制点的管网, 两个水源输入管网的流量分别为 Q_I 、 Q_{II} , 如果水源水压未知, 控制点 3、6 的水压为 H_3 、 H_6 , 求目标函数(年费用折算值) W_0 最小值^[3]

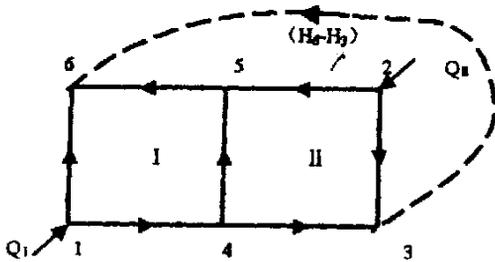


图 1 多水源多控制点环网

2.1 数学模型

1) 目标函数

按(3)式可得:

$$W_0 = \left(p + \frac{100}{t} \right) \sum_{ij=1}^7 bk^m q_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} h_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} l_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} + P_I Q_I H_I + P_{II} Q_{II} H_{II} \quad (3)$$

2) 约束条件

按(4)~(6)式的要求可得:

$$\text{环 I: } h_{1-6} - h_{5-6} - h_{4-5} - h_{1-4} = 0 \quad (7)$$

$$\text{环 II: } h_{2-3} + h_{4-5} - h_{2-5} - h_{3-4} = 0 \quad (8)$$

$$\text{虚环: } h_{5-6} + h_{2-5} - h_{2-3} - H_6 + H_3 = 0 \quad (9)$$

$$\text{水源节点 1: } H_I - h_{1-6} - H_6 = 0$$

$$\text{水源节点 2: } H_{II} - h_{5-6} - h_{2-5} - H_6 = 0$$

式中 H_I 、 H_{II} 为 1、2 水源节点的水泵扬程^[3]

2.2 构造拉格朗日函数

根据拉格朗日条件极值法^[3], 欲求 W_0 的最小值, 可构造拉格朗日函数如下:

$$F(h, H_I, H_{II}) = \left(p + \frac{100}{t} \right) \sum_{ij=1}^7 bk^m q_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} h_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} l_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} + P_I Q_I H_I + P_{II} Q_{II} H_{II} + \lambda_1 (h_{1-6} - h_{5-6} - h_{4-5} - h_{1-4}) + \lambda_2 (h_{2-3} + h_{4-5} - h_{2-5} - h_{3-4}) + \lambda_3 (h_{5-6} + h_{2-5} - h_{2-3} - H_6 + H_3) + \lambda_4 (H_I - h_{1-6} - H_6) + \lambda_5 (H_{II} - h_{5-6} - h_{2-5} - H_6)$$

式中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$ 为待定系数^[3]

2.3 经济水头损失和经济管径计算

为求 W_0 的最小值, 令函数 $F(h, H_I, H_{II})$ 对 h_{ij} 及 H_I, H_{II} 的偏导数为零, 消去未定系数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5$, 并令:

$$q_{ij} = q_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} l_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} \quad (10)$$

$$A = \frac{mP}{(p + \frac{100}{t}) b \alpha^{\frac{\alpha}{m}}} \quad (11)$$

经整理可得相应的节点方程为:

$$\text{节点 1: } \alpha_{-6} h_{1-6}^{-\frac{\alpha}{m}} + \alpha_{-4} h_{1-4}^{-\frac{\alpha}{m}} = A Q_I \quad (12)$$

$$\text{节点 2: } \alpha_{-5} h_{2-5}^{-\frac{\alpha}{m}} + \alpha_{-3} h_{2-3}^{-\frac{\alpha}{m}} = A Q_{II} \quad (13)$$

$$\text{节点 4: } \alpha_{-4} h_{1-4}^{-\frac{\alpha}{m}} - \alpha_{-4} h_{3-4}^{-\frac{\alpha}{m}} - \alpha_{-5} h_{4-5}^{-\frac{\alpha}{m}} = 0 \quad (14)$$

$$\text{节点 5: } \alpha_{-5} h_{2-5}^{-\frac{\alpha}{m}} + \alpha_{-5} h_{4-5}^{-\frac{\alpha}{m}} - \alpha_{-6} h_{5-6}^{-\frac{\alpha}{m}} = 0 \quad (15)$$

由(12)~(15)式 4 个节点方程, (7)~(8)式 2 个实环方程及(9)式 1 个虚环方程, 共计 7 个方程, 可求得 7 个未知数 h_{ij} ($ij=1, 2, 3, \dots, 7$)^[3]

为求各管段的经济水头损失 h_{ij} 值, 按莫希宁虚流量法^[4]可设虚流量 x_{ij} 为^[1]:

$$x_{ij} = \frac{q_{ij} h_{ij}^{-\frac{\alpha}{m}}}{A Q} = \frac{q_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} l_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} h_{ij}^{-\frac{\alpha}{m}}}{A Q}$$

得经济水头损失 h_{ij} 为:

$$h_{ij} = \frac{(q_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} l_{ij}^{\frac{\alpha}{m}})^{\frac{m}{\alpha}}}{(A Q x_{ij})^{\frac{m}{\alpha}}} = \frac{(q_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} l_{ij}^{\frac{\alpha}{m}}) x_{ij}^{-\frac{m}{\alpha}}}{(A Q)^{\frac{m}{\alpha}}} \quad (16)$$

由(2)式可得:

$$D_{ij} = \left(\frac{k q_{ij}^{\frac{\alpha}{m}} l_{ij}^{\frac{\alpha}{m}}}{h_{ij}} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (17)$$

将(16)式代入(17)式得:

$$D_{ij} = k^{\frac{1}{m}} A^{\frac{1}{\alpha m}} (x_{ij} Q q_{ij}^{\frac{\alpha}{m}})^{\frac{1}{\alpha m}} \quad (18)$$

由(11)式和经济因素 $f = \frac{mpk}{(p + \frac{100}{t}) \alpha}$ 表达式^[1]可

得:

$$A = \frac{mp}{(p + \frac{100}{t}) b \alpha^{\frac{\alpha}{m}}} = \frac{mpk}{(p + \frac{100}{t}) b \alpha} k^{-\frac{\alpha}{m}} = f k^{-\frac{\alpha}{m}} \quad (19)$$

将(19)式代入(18)式, 整理后得经济管径 D_{ij} 为:

$$D_{ij} = (f x_{ij} Q q_{ij}^{\frac{\alpha}{m}})^{\frac{1}{\alpha m}} \quad (20)$$

在(16)和(20)式中, 按照 $q_i + \sum q_{ij} = 0$ 的条件初分配流量时已得出 q_{ij} , f 和 Q 是已知值, 要求出各管段的经济水头损失 h_{ij} 或经济管径 D_{ij} , 只须求出 x_{ij} 值, 各管段的虚流量 x_{ij} 值可通过虚流量平差^[4]

的方法求得,只要将求得的 x_{ij} 值代入(16)和(20)式中,即可求得管段的经济水头损失 h_{ij} 或经济管径 D_{ij} 值^[13]

3 总结

通过对目标函数(年费用折算值) W_0 的计算分析可知,求解经济水头损失和经济管径的问题,最后可归纳为求解以下方程的问题^[13]

1) 节点方程

对于任何有 J 个节点, N 个控制点(水压已知), L 个实环, P 条管段的多水源多控制点的环状管网均可写出 $(J-N)$ 个类似于(12)~(15)式的节点方程如下:

$$\left. \begin{aligned} \sum \alpha h_{ij}^{-\frac{\alpha}{m}} &= A Q_i && \text{(水源节点)} \\ \sum \alpha h_{ij}^{-\frac{\alpha}{m}} &= 0 && \text{(其它节点)} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中 Q_i 为水源节点的输入流量^[13]

2) 实环方程

对于 L 个实环可写出 L 个实环能量方程^[13]

$$\sum h_i = 0 \quad (22)$$

式中 L 为实环的个数($L = \text{I}、\text{II}、\text{III} \dots$)^[13]

3) 虚环方程

对于 N 个水压已知的控制点可以写出 $(N-1)$

个类似于(9)式的虚环方程:

$$\sum h_{ij} = H_i - H_j \quad (23)$$

式中 i, j 为控制点, ij 为节点 i 至节点 j 之间所选定线路上管段集合, H_i, H_j 为控制点水压(已知)^[13]

根据(21)~(23)式共 $(J-N) + L + (N-1) = J + L - 1 = P$ 个方程,应用莫希宁虚流量法^[4],可求解 P 个管段的经济水头损失 h_{ij} 或经济管径 D_{ij} ^[13]

4) 在实际应用中,多采用近似计算的方法,仅作虚流量分配,不进行虚流量平差计算^[13]或进一步简化为每一管段的 $x_{ij} = 1$,即按单独工作管段考虑,由此算出的经济水头损失 h_{ij} 或经济管径 D_{ij} ,在管网末端虽有误差,但足以满足工程要求^[13]

参考文献:

- [1] 严煦世,范瑾初.给水工程[M].北京:中国建筑工业出版社,1999.
- [2] 西南交通大学水力学教研室.水力学[M].北京:高等教育出版社,1991.
- [3] 同济大学数学教研室.高等数学[M].下册.北京:高等教育出版社,1993.
- [4] 许仕荣,邱振华.给水管网的计算理论与电算应用[M].湖南:湖南大学出版社,1997.

Analysis of Technique-economy Calculation for Water Sources and Control Points Pipe Network

TANG Chao-chun

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: This paper analyzes the minimum of goal function (converting value of annual cost) W_0 with hydraulic restriction, introduces a method of technique-economy calculation for water sources and control points pipe network on unknown hydraulic head of starting point, and obtains the equation of economical head loss h_{ij} and pipe diameter D_{ij} .

Key words: water source; control point; pipe network; technique economy