

文章编号: 1005-0523(2002)04-0035-02

# 以比拟梁法求梁的位移

喻晓今

(华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

**摘要:** 有数种方法求梁的位移, 其中基本的有积分法、叠加法. 本文提出一个方法——比拟梁法, 其优点是在无法查表情况下便当算出梁位移. 当多个荷载同时作用时, 则此法优势明显. 其可方便地推广至变截面梁位移问题.

**关键词:** 梁位移; 比拟梁; 挠曲线; 挠度; 转角

**中图分类号:** TB301

**文件标识码:** A

## 0 引言

位移求解的积分法, 此法的困难是当多个荷载同时作用时, 要按控制面分段列弯矩方程, 这样, 两次积分时带来的积分常数较多, 导致依边界条件、连续条件定这些常数时要解多个联立方程, 计算繁杂.

叠加法是借用典型荷载下梁已知积分结果来进行对应位置位移的叠加, 具体是查转角方程、挠曲线方程表格. 从表中知, 梁任一位置处的位移方程大多是多次多项式, 很难记忆, 故, 离开表格便无法采用.

比拟梁法可在记忆单个荷载下悬臂梁自由端位移的简单结果的基础上, 方便地求出多种荷载下梁任意位置的位移. 简言之, 此法就是以比拟梁(形为悬臂梁)的自由端的位移来比拟所求梁的位移, 其过程较简捷.

## 1 比拟梁及位移求解

分别讨论悬臂梁、简支梁及外伸梁所对应的比拟梁及原梁位移求法.

### 1.1 原梁为悬臂梁

在欲求位移处的横截面上运用截面法计算内力, 去掉自由端部分, 所得内力视为外力, 则含固支端部分的梁段即为原梁此段的比拟梁.

由于原梁此段的内力与比拟梁的内力完全一样, 加之两梁段具有位置一样的固支端, 故在同一直角坐标下, 原梁的位移与比拟梁的完全相同. 所求此处原梁位移就是比拟梁自由端位移.

### 1.2 原梁为简支梁

设比拟梁这样构建: 原梁的约束以相应的约束反力取代. 在欲求位移处的横截面上装上固支端, 则其左、右两侧分别为此梁此处的左、右两根比拟梁, 并保持所有外力不变.

由于比拟梁的约束反力(固支端反力)与比拟梁上其它各力在静力上应符合平衡条件, 而原梁该截面处的内力与其一侧的外力也符合平衡条件, 故原梁与比拟梁对应部分的受力关系相同, 即比拟梁与原梁被比拟部分具有静力完全相同的分离体, 加之它们的  $EI$  及梁长相等, 故显然有比拟与被比拟梁段的挠曲线形状一样, 自然, 该段两端的相对转角也相等.

当然, 即使这样, 一般说, 在同一坐标下此段比拟与被比拟的位移并不是一样的坐标描述. 注意到比拟梁固支端处的原梁转角一般并不为零, 故知比拟梁的自由端(原梁铰支处)的挠度的绝对值与原

收稿日期: 2002-03-05

中国知网 <https://www.cnki.net> 喻晓今, 华东交通大学副教授.

梁挠度(比拟梁固支端处)的绝对值并不相等. 欲求原梁此处的挠度, 还须考虑原梁此处的转角影响.

很自然, 若令  $\theta$  为原梁此处转角, 则此转角乘以比拟梁长便是因转角而引起的比拟梁的横向刚体位移, 这时比拟与被比拟的两段挠曲线完全平行. 设所求原梁  $x$  位置处的挠度为  $w$ , 左段比拟梁自由端挠度为  $w_l$ , 右段比拟梁自由端挠度为  $w_r$ ,  $l$  为原跨长, 则在同一坐标下有:

$$w = -w_l + \theta x$$

$$w = -w_r - \theta(l - x)$$

上两式中,  $w_l$ 、 $w_r$  前的负号表示其与原梁位移方向相反;  $\theta$  前符号相反是因为左、右段比拟梁绕各自被比拟梁段铰支处(挠度零位)转动所生成的附加刚体位移方向相反所致;  $x$  与  $l - x$  分别是左、右段比拟梁长.

由于原梁某处挠度的唯一性, 有:

$$-w_l + \theta x = -w_r - \theta(l - x)$$

因为悬臂梁自由端位移结果简单易记, 故可借上式确定转角  $\theta$ , 代入前式又可确定原梁  $w$ .

### 1.3 原梁为外伸梁

外伸梁可以通过变换, 成为简支梁和悬臂梁情况的组合.

#### 1.3.1 两铰支承之间部分

将外伸部分上的荷载向铰支处静力简化, 则原梁成为简支梁形式. 由于跨内的内力没有变化, 其挠曲线也无变化, 故可使用原梁是简支梁的比拟梁法.

#### 1.3.2 外伸部分

将外伸部分视为悬臂梁, 固支端位于铰支点, 按原梁为悬臂梁的比拟梁法求解. 至于铰支处转角影响, 再以两铰跨内部分比拟梁法求得该铰支处的转角, 并将其乘以外伸部分比拟梁长即得外伸部分刚体位移, 此位移与上述结果叠加, 就是原梁此处位移.

## 2 算例和结语

用比拟梁法求图 1 中梁  $C$  处的位移,  $EI$  为常量.

1) 反力

$$\sum M_A = 0, Y_B = \frac{4qa}{3}$$

$$\sum Y = 0, Y_A = \frac{5qa}{3}$$

2) 左比拟梁, 有

$$-w_l = \frac{Y_A(2a)^3}{3EI} + \frac{q(2a)^4}{8EI}$$

$$-w_l = -\frac{22qa^4}{9EI}$$

3) 右比拟梁, 有

$$-w_r = -\frac{Y_B a^3}{3EI}$$

$$-w_r = -\frac{4qa^3}{9EI}$$

4) 由位移唯一性, 有

$$-w_l + \theta x = -w_r - \theta(l - x)$$

这里,  $l = 3a$ ,  $x = 2a$ , 得

$$-\frac{22qa^4}{9EI} + \theta(2a) = -\frac{4qa^3}{9EI} - \theta a$$

$$\theta = \frac{2qa^3}{3EI}$$

故  $C$  处位移为

$$\theta_C = \theta = \frac{2qa^3}{3EI}$$

$$w_C = -w_l + \theta(2a)$$

$$w_C = -\frac{10qa^4}{9EI}$$

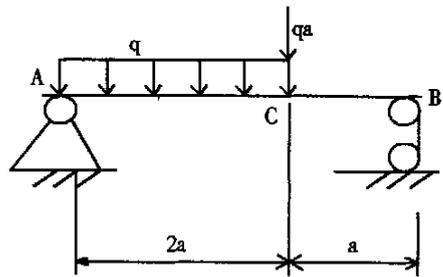


图 1 简支梁示意图

从算例可知, 比拟梁法求梁具体位置位移几何意义直观, 主要进行多项式简单代数运算, 其一般比积分法、叠加法容易求解.

### 参考文献:

[1] 刘鸿文. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992, 224~226.

[2] 孙训方, 方孝淑, 关来泰编. 孙训方, 胡增强, 金心全修订. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1994, 436~439.

[3] 范钦珊. 工程力学教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.

[4] 喻晓今. 几种荷载下的梁绝对值最大挠度的同一性[J]. 华东交通大学学报, 2000, 17(2): 40~45. (下转 40 页)

设计方法,但是传统的结构优化设计至少存在以下两个问题:

1) 在一般情况下,有些复杂的结构并不需要满足所有约束条件方能工作.例如,超静定结构某些构件的强度不足,甚至破坏,并不导致结构整体的失效.

2) 在传统结构优化的数学模型中,目标和约束函数等都是确定性的量,没有较全面和确切地考虑结构未来表现的随机性,因而优化结果不能保证均匀的安全水平.

以结构系统的可靠度作为结构优化设计的控制参数.用改进的分枝限界法判认主要失效模式,用PENT法计算结构系统的可靠度.结构可靠性分析考虑轴力效应.可有效地求解了门式刚架结构在系统可靠度约束下的最小重量设计问题.而基于可靠性的结

构优化设计把结构作为一个整体考虑,并全面研究结构在未来工作期间表现的随机性,从而克服了上述两个缺点,是较为合理的结构优化设计理论.

### 参考文献:

- [1] 邱国桦.国内外轻型钢结构应用发展概况[J].施工技术,1999,28(8).
- [2] 任兴平.门式刚架轻型房屋结构的优化设计[J].钢结构,2000,15(4):7.
- [3] 刘鹏.门式刚架的优化设计[J].工业建筑,2001,31(7):58.
- [4] 高利河,牟在根,于亚伦.门式刚架在荷载作用下的优化设计[J].北京科技大学学报,2001,23(6).
- [5] 吴剑国,龚铭,孙苏洵,张其林,等.门式刚架轻型房屋钢结构离散变量优化设计[J].建筑结构,31(8):54.

## The Development of the Optimization Design of Portal Frames in Our Country

ZHANG He-ping, CHENG Hai-qin, LUO Wei-nian

(School of Eng. and Arc., East China Jiaotong Uni., Nanchang 330013, China)

**Abstract:** Based on a mass of surveys and reading literature, a complete expatiation about the development of the optimization design of portal frames in our country is made, and the principle, the optimizing process and the respective deficiency of some optimization methods which are popular in our country at present are specialized in the paper.

**Key words:** portal frame; steel structure of light weight; optimization design

(上接第36页)

## Method of Analogy Beam for Calculation of Slope and Deflection of Laterally Loaded Symmetrical Beams

YU Xiao-jin

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** Mechanics of materials generally introduces the integration method and the superposition method for computation of the slope and deflection of beams. A new theorem to do the same job is advanced in this paper. Its advantages lie in as follows: it doesn't depend on the table showing the known deflections and slopes of various beams; it is easier than the integration method especially under complicated loads action. The new method is able to spread use to the beams of variable cross section according to the principle of superposition.

**Key words:** beam deformation; analogy beam; deflection curve; deflection; slope