

文章编号: 1005-0523(2003)04-0081-04

整体弹性关节四连杆机构动力学分析

刘平安

(华东交通大学 机电工程学院, 江西 南昌 330013)

摘要:整体弹性关节机构作为一种精密传动机构与传统机构相比具备突出的特征,文中比较了其特点并说明了其应用.并以四连杆机构为例讨论了整体弹性关节机构在忽略质量和惯性时的运动学、动力学分析问题,最后通过实例计算说明其求解过程.

关键词:整体弹性关节;四连杆机构;运动学;动力学

中图分类号:TH112.1

文献标识码:A

0 引言

整体弹性关节机构是相对于传统轴承关节机构提出的,是指利用整块板材采用线切割等加工方式加工出机构的几何结构^{[1][4]}.主要区别在于其关节是用其弹性变形来实现相对运动,即利用弹性变形而非专用部件轴承来传递运动和动力的.与传统轴承关节机构相比它具有十分突出的特征.

首先从运动学角度考虑,它不存在轴承关节的无法消除的运动副摩擦、间隙,也就不存在各运动副的运动误差的累积,故传动精度高,可实现精密传动^[2].其次,由于采用整块材料一次切割成功,一方面,无需装配,结构简单,具备无装配设计(Design for Non-Assembly)制造的生产周期短,成本低的优点;另一方面,可以按实际需要而做成尺寸很小的机构,故结构十分紧凑;更重要的是,由于材料性能的一致性,因而环境因素对整个机构的性能的影响相对由各种不同材料组成的机构要小,故性能较稳定.第三,要求各运动副的运动范围即变形在弹性极限范围内,其运动学和动力学性能主要由其材料性能和弹性关节尺寸来决定,尤其是材料的杨氏模量和关节刚度系数、关节力和力矩.最后,从动力学方面看,通过计算不难发现即使在输出力为零的情况下,其运动副反力也相当大,故目前只能用于角位移范围不大的场合,用作双摇杆机构,这是它应用受到限制的主要原因之一.目前在超精密(如纳米级)定位机构^{[3][5]}设计和微型机器人^[6]机构中得到广泛应用,但从发展的观点看,在精密仪器仪表等函数机构中也将得到应用.由于其关节传动方式的改变,使其动力学模型建立的方式也和传统轴承关节机构不同,尽管在设计方面^{[7][8]}它与传统机构设计方式区别不大.关于整体弹性关节机构研究的文章近年来虽不断涌现,但多数为结构设计^{[1][2][7][8]}和应用方面的研究^{[5][6]},从运动学、动力学角度的研究则较少.本文在介绍整体弹性关节机构的基本知识的基础上,以四连杆机构为例介绍其动力学模型的建立与分析.

1 整体弹性关节四杆机构结构

如图1为一整体弹性关节四连杆机构结构图.四个转动副A、B、C、D均为弹性转动副,四杆长度分别为

收稿日期:2003-03-21

作者简介:刘平安(1962-),男,江西萍乡人,副教授.

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

l_1, l_2, l_3 和 l_4 . θ_{10}, θ_{30} 为机构的初始位置, 它是该机构加工出来的位置, 在此位置各关节无变形也不受力, 为简单起见, 图中取 $\theta_{10} = \theta_{30} = 90^\circ$, 同时 l_2 与 l_1, l_3 相垂直. 当杆 AB 逆时针方向转过角度 θ_1 时从动杆 CD 逆时针方向转过 θ_3 , 如图中虚线所示, 并约定自起始位置逆时针方向转角为正, 顺时针方向为负. 由于受构件间结构限制各构件均不能作整周转动, 其运动范围与各构件及其运动副几何结构和尺寸有关, 以及受材料弹性极限的限制. 在一定的范围内可以由运动要求来设计其结构尺寸.

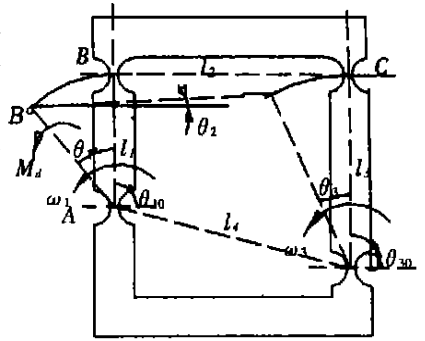


图1 整体弹性关节四连杆机构结构图

2 整体弹性关节四连杆机构的运动学模型

对图1中 $AB^{\circ}C^{\circ}D$ 列机构位置方程,

$$-l_1 \sin \theta_1 + l_2 \cos \theta_2 = l_2 - l_3 \sin \theta_3 \quad (1)$$

$$l_1 \cos \theta_1 + l_2 \sin \theta_2 = -l_3 + l_1 + l_3 \cos \theta_3 \quad (2)$$

设杆 AB 为主动构件, 给定其角位移 θ_1 , 解方程(1)和(2), 得摇杆 CD 和连杆 BC 的转角分别为:

$$\theta_3 = -\beta + \sin^{-1} \frac{l_1 l_2 \sin \theta_1 + l_1 (l_1 - l_3) (1 - \cos \theta_1) + l_3^2}{l_3 \sqrt{l_2^2 + l_3^2 + 2 l_1 (l_1 - l_3) (1 - \cos \theta_1) + 2 l_1 l_2 \sin \theta_1}} \quad (3)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1} \frac{-l_1 \cos \theta_1 + l_3 \cos \theta_3 - l_3 + l_1}{l_2} \quad (4)$$

式中
$$\beta = \tan^{-1} \frac{l_1 \cos \theta_1 + l_3 - l_1}{l_2 + l_1 \sin \theta_1}$$

按式(3)和(4)解出 θ_3, θ_2 各有两个解, 按机构初始位置和运动连续性选取其合乎实际的解, 常为绝对值较小的角.

3 整体弹性关节四连杆机构的动力学模型

由于机构的传动是靠关节的弹性变形来完成的, 故各关节的相对位移都会产生弹性反力矩, 在不计各构件质量和转动惯量的情况下(目前的应用较多在低速, 体积和质量较小的情况, 故大多数满足这一条件), 其动力学模型便转换为每一个位置的静力平衡模型. 设在图一中机构主动构件正向转过 θ_1 角, 此位置需平衡力矩为 M_d , 各构件受力模型如图2(a, b, c)所示.

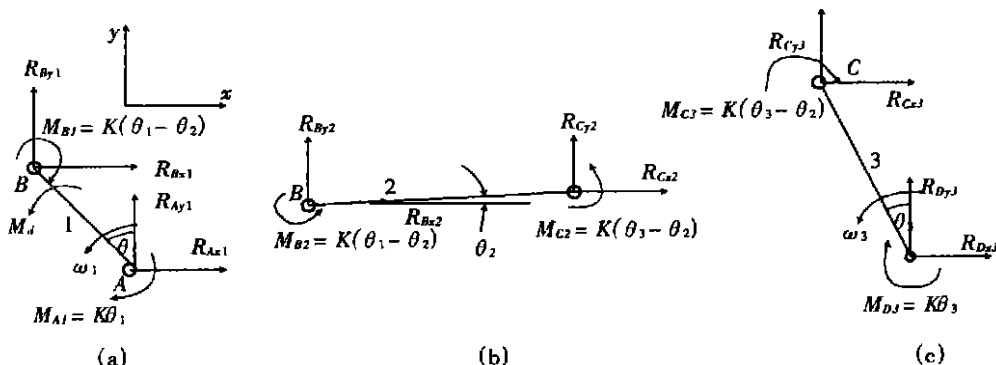


图2 (a)构件AB受力图 (b)构件BC受力图 (c)构件CD受力图

图2(a, b, c)为各构件所在位置受力图. 各关节反力用 R 加上三个下标表示, 第一个为大写字母(A, B, C, D)代表关节符号, 第二个字母 x, y 表示方向, 第三个数字(1, 2, 3)表示受力构件. 同一关节上作用在不同构件上的反力大小相等方向相反, 为作用力和反作用力关系. 各关节的反力矩为关节旋转刚度系数 $k^{[4]}$ 与关节相对转角 θ (弧度)之积. 于是四个关节有8个运动副反力再加上一个平衡力矩 M_d 共9个未知数, 三个活动构

件每个可列 3 个力平衡方程共 9 个方程.

以矩阵形式表示为

所以

$$\begin{aligned}AR&=B\\R&=A^{-1}B\end{aligned}\tag{5}$$

式中:

$$A=\begin{bmatrix}1&1&0&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&1&0&0&0&0&0\\0&-l_1\cos\theta_1&0&-l_1\sin\theta_1&1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-l_2\sin\theta_2&-l_2\cos\theta_2&0&0&0\\0&0&0&0&0&-1&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&-1&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&l_3\cos\theta_3&l_3\sin\theta_3\end{bmatrix}$$

$$R=\begin{bmatrix}R_{Ax1}\\R_{Bx1}\\R_{Ay1}\\R_{By1}\\M_d\\R_{Cx2}\\R_{Cy2}\\R_{Dx3}\\R_{Dy3}\end{bmatrix}\qquad B=k\begin{bmatrix}0\\0\\2\theta_1-\theta_2\\0\\0\\2\theta_2-\theta_1-\theta_3\\0\\0\\2\theta_3-\theta_2\end{bmatrix}$$

所以每给定一个转角 θ_1 后按式(3)和(4)得到 θ_3, θ_2 , 再由矩阵方程(5)便可得到所有运动副反力和所需的平衡力矩 M_d . 式中 k 为弹性关节旋转刚度系数.

计算实例

如图 1 所示机构设各构件尺寸如下: $l_1=40\text{ mm}, l_2=60\text{ mm}, l_3=70\text{ mm}$, 采用厚度 $b=5\text{ mm}$ 的普通钢板切割而成, 其关节尺寸为: $b=5\text{ mm}, t=1\text{ mm}, r=4.5\text{ mm}, w=10\text{ mm}$, 如图 3 所示, 则转动刚度系数^[4]为

$$\kappa=\frac{Ebt^2}{24(0.565t+0.16r)}$$

式中 $E=200\text{ GPa}$ (即 10^9 N/m^2)为材料杨氏模量, 代入数据求得 $k=31.758\text{ 1 N}\cdot\text{m/Rad}$. 设图 1 位置 $\theta_1=10^\circ$, 用 Matlab 6.1 编程计算, 结果如下: $\beta=46.028^\circ, \theta_2=0.2504^\circ, \theta_3=5.6952^\circ$, 各运动副反力(N)及平衡力矩为:

$R=(-102.6015\quad 102.6015\quad 139.9203\quad -139.9203\quad 14.0167\quad 102.6015\quad -139.9203\quad 102.6015\quad -139.9203)^T$, 故 $M_d=14.0167\text{ N}\cdot\text{m}$. 从计算结果也可以看出其关节反力比较大, 故不适宜于大转角范围传动.

4 结 语

本文以四杆机构为例介绍了整体弹性关节机构的运动学、动力学分析问题, 由于采用整块材料一次切割而成, 故即使对平面多杆机构如六杆机构也可以做到结构简单、紧凑, 并易于实现精密运动传递, 在仪器仪表及函数机构等精密传动甚至超精密传动中的应用将会越来越广泛, 如实现对数运动传动 $y=\log x$ 和指数运动规律 $y=x^{1.5}$ 的四杆机构等^[10], 其设计与分析问题将会引起人们越来越多的注意, 主要的不足在于其运动

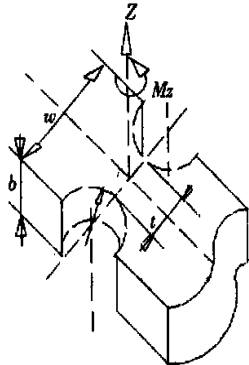


图 3 整体弹性关节结构及尺寸图

副反力太大,不适于大转角范围传动.

参考文献:

- [1] Midha, A., Norton, T. W. and Howell, L. L., On the Nomenclature, classification, and abstractions of compliant mechanisms[J]. *Journal of Mechanical Design*, 1994, (116):270~279.
- [2] Lee, C. W. and Kim, S. W., An ultraprecision stage for alignment of wafers in advanced micro-lithography, *Precision Engineering*, 1997, (21):113~122.
- [3] Her, I. and Chang, J. C., A linear scheme for the displacement analysis of micro-positioning stages with flexure hinges, *Journal of Mechanical Design*, 1994, (116):770~776.
- [4] S. T. Smith and D. G. Chetwynd, *Foundations of ultraprecision mechanism design* Gordon and Breach Science Publishers, 1992, (104):181~215.
- [5] Fite, K. and Goldfarb, M., Position control of a compliant mechanism based micro-manipulator, *Proc. of the 1999 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Detroit, Michigan, 1999:21~27.
- [6] Grace, K. W., Colgate, J. E., Glucksberg, M. R. and Chun, J. H., A six degree of freedom micro-manipulator for ophthalmic surgery, *Proceedings IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, IEEE Comput. Soc. Press, Los Alamitos, CA, USA; 1993, (1):630~635.
- [7] Hara, A. and Sugimoto, K., Synthesis of parallel micro-manipulators, *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 1989, (111):34~39.
- [8] Jae, W., Ryu, D. G. and Kee, S. M., Optimal design of a flexure hinge based XY^θ wafer stage, *Precision Engineering*, 1997, (21):18~28.
- [9] 方跃法, 黄真. 自由度并联机器人弹性动力学模型[J]. *机械科学与技术*. 1990, 90 (1):62~69
- [10] 曹惟庆, 徐曾荫. 机构设计[M]. 北京:机械工业出版社, 1993.

Four-Bar Linkages with Monolithic Flexure Hinge Joints and their Dynamic Models

LIU Pin-an

(School of Mechanical Engineering, East China Jiaotong University Nanchang 330013, China)

Abstract: Compared with conventional mechanisms with bearings, the mechanisms with monolithic flexure joints, used as precision transmission mechanisms, feature many prominent advantages in some aspects. The kinematics and dynamics models of a four-bar linkage with monolithic flexure joints as an example, which exactly become a static balancing problem, have been derived with the elimination of the masses and mass moment of inertia of its moveable bodies. Finally, the solving procedure is shown through a case study.

Key words: monolithic flexure hinge joints; four-bar linkages; kinematics; dynamics