

文章编号: 1005-0523(2003)04-0124-03

# 三相交流电路中瞬时功率的分析和研究

刘福之

(华东交通大学 基础科学学院, 江西 南昌 330013)

**摘要:** 基于瞬时无功功率理论分析了  $\alpha-\beta$  坐标系中的功率成分和三相电路中各相功率间的关系. 为检测谐波电流和无功电流提供了研究的基础.

**关键词:** 三相电路; 瞬时功率; 谐波补偿

**中图分类号:** TM131.4

**文献标识码:** A

## 1 引言

随着电力电子装置广泛的使用, 它所产生的谐波和无功功率给电网带来的影响也日益严重, 电力谐波的治理已成为一个人们关注的课题. 无源 L·C 滤波器存在一定的缺点, 人们把注意力集中到对有源电力滤波器方面的研究. 要实时检测电网中的谐波和无功电流, 须研究电路中的各种功率成分和它们之间的关系. 本文应用三角函数的方法研究了日本学者赤木泰文<sup>[1]</sup>提出的瞬时实功率、瞬时虚功率, 以及它们和三相电路中各相的有功功率和无功功率间的关系, 物理意义明确, 是研究检测无功电流和谐波电流的基础.

## 2 三相电路中的瞬时功率

将三相瞬时电压  $e_a, e_b, e_c$  和三相瞬时电流  $i_a, i_b, i_c$  变换到两相正交的  $\alpha-\beta$  坐标中, 得两相瞬时电压  $e_\alpha, e_\beta$ . 两相瞬时电流  $i_\alpha, i_\beta$ .

$$\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

瞬时电压  $e_\alpha, e_\beta$  和瞬时电流  $i_\alpha, i_\beta$  在  $\alpha-\beta$  坐标中如图 1 所示.

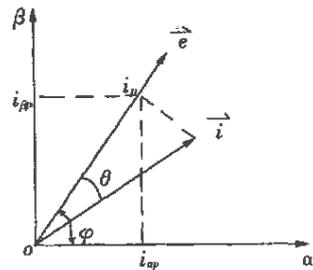


图 1

$$\vec{e} = \vec{e}_\alpha + \vec{e}_\beta \quad (3)$$

$$\vec{i} = \vec{i}_\alpha + \vec{i}_\beta \quad (4)$$

设三相瞬时电压电流为

$$\begin{cases} e_a = E_m \sin \omega t \\ e_b = E_m \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ e_c = E_m \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (5)$$

收稿日期: 2003-02-15

作者简介: 刘福之(1943-), 男, 江西丰城人, 教授.

$$\begin{cases} i_a = I_m \sin \omega t \\ i_b = I_m \sin(\omega t - \theta - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c = I_m \sin(\omega t - \theta + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (6)$$

代入(1)、(2)式得

$$\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} E_m \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ -\cos \omega t \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \begin{bmatrix} \sin(\omega t - \theta) \\ -\cos(\omega t - \theta) \end{bmatrix} \quad (8)$$

经(1)、(2)式的变换,三相电路中功率的计算转换为在  $\alpha$ 、 $\beta$  两相中功率的计算.

$$p = e_\alpha i_\alpha + e_\beta i_\beta \quad (9)$$

把(8)式中的  $i_\alpha$  对  $e_\alpha$ ,  $i_\beta$  对  $e_\beta$  分解为有功分量和无功分量.

$$\begin{cases} i_{\alpha p} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \cos \theta \sin \omega t \\ i_{\alpha q} = -\sqrt{\frac{3}{2}} I_m \sin \theta \cos \omega t \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} i_{\beta p} = -\sqrt{\frac{3}{2}} I_m \cos \theta \cos \omega t \\ i_{\beta q} = -\sqrt{\frac{3}{2}} I_m \sin \theta \sin \omega t \end{cases} \quad (11)$$

将(10)式(11)式代入(9)式,得  $\alpha$  相功率:

$$p_\alpha = e_\alpha i_\alpha = \frac{1}{2} \frac{3}{2} E_m I_m \cos \theta - \frac{1}{2} \frac{3}{2} E_m I_m \cos \theta \cos 2\omega t - \frac{1}{2} \frac{3}{2} E_m I_m \sin \theta \sin 2\omega t \quad (12)$$

$\beta$  相功率:

$$p_\beta = e_\beta i_\beta = \frac{1}{2} \frac{3}{2} E_m I_m \cos \theta + \frac{1}{2} \frac{3}{2} E_m I_m \cos \theta \cos \omega t + \frac{1}{2} \frac{3}{2} E_m I_m \sin \theta \sin 2\omega t \quad (13)$$

(12)、(13)式中第一项是直流功率,第二项是瞬时交流特征功率,第三项是瞬时交流无功功率.

(12)、(13)式中还可以看出  $\alpha$  相、 $\beta$  相的瞬时交流特征功率符号相反,说明为什么三相电路是平衡的多相电路<sup>[5]</sup>.由(12)、(13)式则(9)式等于

$$p = p_\alpha + p_\beta = \frac{3}{2} E_m I_m \cos \theta \quad (14)$$

(14)式说明三相平衡电路中的瞬时功率实际上等于有功功率.三相电路中总瞬时无功功率应该是(12)、(13)式中第三项的和,它等于零,说明无功功率在三相之间传递,对总功率无贡献.

$$q = e_\beta i_\alpha - e_\alpha i_\beta \quad (15)$$

将(7)、(8)式代入上式得

$$q = e_\beta i_\alpha - e_\alpha i_\beta = \frac{3}{2} E_m I_m \sin \theta \quad (16)$$

它是三相电路中的无功功率的大小.上边的(9)、(15)两式正是日本学者赤木泰文<sup>[1]</sup>(H. Akagi)定义的瞬时实功率和瞬时虚功率.

将  $\alpha$  相和  $\beta$  相中的有功电流,即(10)(11)式中的  $i_{\alpha p}$ 、 $i_{\beta p}$  逆变换可得三相电路中各相的瞬时有功电流,将  $\alpha$  相和  $\beta$  相中的无功电流  $i_{\alpha q}$ 、 $i_{\beta q}$  逆变换可得三相电路中各相的瞬时无功电流.

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \\ i_{c p} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha p} \\ i_{\beta p} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \\ i_{c q} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha q} \\ i_{\beta q} \end{bmatrix} \quad (18)$$

上面两式说明在  $\alpha-\beta$  坐标系中瞬时有功电流和瞬时无功电流与三相电路中各相的瞬时有功电流和瞬时无功电流间的关系.如检测出  $\alpha$ 、 $\beta$  相中的有功电流和无功电流,就可以通过逆变换算出三相电路中各相的相关电流.

### 3 谐波电流的检测

电网中的电流可表示为:

$$i = i_{1p} + i_{1q} + i_f \quad (19)$$

式中:

$i_{1p}$  基波有功电流;

$i_{1q}$  基波无功电流;

$i_f$  高次谐波电流.

(19)式还可写成

$$i_q = i_{1q} + i_f = i - i_{1p} \quad (20)$$

(20)式说明检测出基波有功电流后,可用总电流减去基波有功电流得到需补偿的基波无功电流和高次谐波电流.

由图1及(7)、(8)式可得

$$i = \sqrt{i_\alpha^2 + i_\beta^2} = \frac{3}{2} I_m \quad (21)$$

$$e = \sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2} = \frac{3}{2} E_m \quad (22)$$

$$i_p = i \cos \theta = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \cos \theta \quad (23)$$

$$i_{\alpha p} = i_p \cos \psi = i_p \frac{e^\alpha}{e} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \cos \theta \sin \omega t \quad (24)$$

$$i_{\beta p} = i_p \sin \psi = i_p \frac{e^\beta}{e} = -\sqrt{\frac{3}{2}} I_m \cos \theta \cos \omega t \quad (25)$$

以上分析可以看出:检测出基波有功电流后<sup>[3,4]</sup>,由(24)、(25)式可算出 $\alpha$ 、 $\beta$ 相的有功电流,再由(17)式可以算出三相电路中各相的有功电流 $i_{a1p}$ 、 $i_{b1p}$ 、 $i_{c1p}$ ,由(20)式可算得各相需补偿的电流 $i_Q$ .

### 参考文献:

[1] 赤木泰文,金泽喜平,藤田光悦等.瞬时无效电力の一

般化理论とその应用.日本电气学会论文志 B,1983,103(7):483~490.

[2] 刘进军,王兆安.瞬时无功功率与传统功率理论的统一数学描述及物理意义[J].电工技术学报,1998,13(16):6~12.

[3] 李民,王兆安,卓放.基于瞬时无功功率理论的高次谐波和无功功率检测[J].电力电子技术,1992,2:14~17.

[4] 刘润华,杜丽.一种谐波及无功电流的快速检测方法[J].电工技术杂志,1998,2:12~15.

[5] 西安交通大学电工基础教研室编.电工基础[M].西安:西安交通大学,1964,1.

注:(15)式各文献的定义也不一样[见参考文献2的注],本文依照传统功率的概念,电流落后电压 $Q>0$ ,电流超前电压 $Q<0$ ,在(15)式中 $e_{\alpha\beta}$ 前取负号.

## Analysis and Study on Instantaneous Power of Three-phase AC Circuit

LIU Fu-zhi

(School of Natural Science, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** Based on the theory of instantaneous reactive power, the paper tries to show the relations between the power ingredients of coordinates and various power of three-phase AC circuit, and provides a method for detecting harmonious current and reactive current.

**Key words:** three-phase circuit; instantaneous power; harmonious compensation