

文章编号: 1005—0523(2004)02—0041—03

组合梁桥的耦合计算模型研究

彭可可¹, 贺国京¹, 覃长柄², 杜学昆², 王修琼¹

(1. 中南大学土木建筑学院, 湖南 长沙 410075; 2. 贵阳铁路分局, 贵州 贵阳 550000)

摘要: 基于虚功原理, 将耦合的概念与有限元理论相结合, 推导了耦合模型的矩阵方程, 从而提出组合梁的耦合计算模型. 用于处理组合梁 RC 板与钢梁共同工作的连接问题. 并通过实例计算验证该方法优于其他常用方法.

关 键 词: 耦合; 约束方程; 组合梁; 接触

中图分类号: TU3

文献标识码: A

组合梁能按各组成部件所处的受力位置和特点, 较大限度的充分发挥钢与砼各自材料的特性, 不但能满足结构的功能要求, 还有较好的技术经济效益. 因而在现代桥梁结构中得到广泛的应用.

连接件是钢筋砼翼板与钢梁共同工作的基础, 它主要用来承受钢筋砼翼板与钢梁接触面间的纵向剪力, 抵抗二者的相对滑移和掀起作用^[1-2]. 目前, 对于连接件的处理, 常用两种方法: 其一, 建立精确的连接件模型, 对真实结构进行详尽的模拟, 但这种方法过于复杂, 增加了计算的难度. 其二, 用共节点的方式对连接件进行简单的处理, 但这种方法不能准确反映连接件的工作特点, 造成计算结果误差较大. 一种较为合理的做法是使用耦合, 将其与有限元相结合, 来实现组合梁桥的建模及计算. 当需要迫使两个或多个位移取得相同(但未知)值时, 可以将这些位移自由度耦合在一起.

1 理论和模型

1.1 公式推导

虚功原理: $\delta U = \delta V^{[3]}$ (1)

式中: U 为变形成能, $U = U_1 + U_2$ (2)

V 为外力做功, $V = V_1 + V_2 + V_3$ (3)

$\delta U_1 = \int_v \{ \delta \epsilon \}^T \{ \sigma \} dv = \int_v \{ \delta \epsilon \}^T [D] \{ \epsilon \} dv =$

$\{ \delta u \}^T \int_v [B]^T [D] [B] dv \{ u \}$ (4)

式中: $\{ \epsilon \}$ 为应变矢量, $\{ \epsilon \} = [B] \{ u \}$; $\{ \sigma \}$ 为应力矢量, $\{ \sigma \} = [D] \{ \epsilon \}$

$\delta U_2 = \int_{A_f} \{ \delta w_n \}^T \{ \sigma \} d(A_f) = \{ \delta u \}^T k \int_{A_f} [N_n]^T [N_n] d(A_f) \{ u \}$ (5)

式中: $\{ w_n \}$ 为法向位移, $\{ w_n \} = [N_n] \{ u \}$; $[N_n]$ 为法向位移形函数; $\{ \sigma \} = k \{ w_n \}$

$\delta V_1 = - \int \{ \delta w \}^T \frac{\{ F^a \}}{v} dv = - \{ \delta u \}^T \rho \int_v [N]^T dv \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{ u \}$ (6)

式中: $\{ w \}$ 为任意点的位移矢量, $\{ w \} = [N] \{ u \}$; $[N]$ 为位移形函数; $\{ F^a \}$ 为 D'alembert 力矢, $\{ F^a \} = m \{ \ddot{w} \}$

$\delta V_2 = \int_{A_p} \{ \delta w_n \}^T \{ P \} d(A_p) = \{ \delta u \}^T \int_{A_p} [N_n] [P] d(A_p)$ (7)

式中: $\{ P \}$ 为面荷载矢量

$\delta V_3 = \{ \delta u \}^T \{ F_e^{nd} \}$ (8)

式中: $\{ F_e^{nd} \}$ 为单元节点力向量

由公式(3)~(8)代入公式(1)可推出下式:

$\{ \delta u \}^T \int_v [B]^T [D] [B] dv \{ u \} + \{ \delta u \}^T k \int_{A_f} [N_n]^T [N_n] d(A_f) \{ u \} = - \{ \delta u \}^T \rho \int_v [N]^T [N] dv \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{ u \} + \{ \delta u \}^T \int_{A_p} [N_n]^T [P] d(A_p) + \{ \delta u \}^T \{ F_e^{nd} \}$ (9)

收稿日期: 2003—09—12

作者简介: 彭可可(1978—), 湖南怀化人, 在读硕士研究生.

移项整理得有限元方程:

$$[M_e]\{\ddot{u}\} + ([K_e] + [K_e^f])\{u\} = \{F_e^{pr}\} + \{F_e^{nd}\}$$

(10)

式中: $[K_e] = \int_v [B]^T [D] [B] dv$; $[K_e^f] = k \int_{A_f} [N_n]^T [N_n] d(A_f)$;

$$[M_e] = \rho \int_v [N]^T [N] dv; \{\ddot{u}\} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u\}; \{F_e^{pr}\} = \int_{A_p} [N_n]^T [P] d(A_p)$$

1.2 计算模型

由动力方程的求解格式^[4], 公式(10)可表达为:

$$[\bar{K}]\{u\} = \{\bar{F}\}$$

(11)

式中: $[\bar{K}]$ 为有效动力刚度矩阵; $\{\bar{F}\}$ 为荷载列向量

1.2.1 强耦合模型

引入 $(\{X_1\}, \{X_2\})$ 描述对应的位移耦合自由度, 则强耦合模型的矩阵方程为:

$$\begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{X_1\} \\ \{X_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{F_2\} \end{Bmatrix}$$

(12)

1.2.2 弱耦合模型

将 $[K_{11}]$ 和 $[F_1]$ 分别表示为 $(\{X_1\}, \{X_2\})$ 的函数,

$[K_{22}]$ 和 $[F_2]$ 分别表示为 $(\{X_1\}, \{X_2\})$ 的函数, 得弱耦合模型如下:

$$\begin{bmatrix} [K_{11}(\{X_1\}, \{X_2\})] & [0] \\ [0] & [K_{22}(\{X_1\}, \{X_2\})] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{X_1\} \\ \{X_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1(\{X_1\}, \{X_2\})\} \\ \{F_2(\{X_1\}, \{X_2\})\} \end{Bmatrix}$$

(13)

1.3 耦合模型的实现

1.3.1 约束方程

约束方程提供了比耦合更通用的联系自由度的方法. 根据式(13)有如下形式:

$$Cons\ tant = \sum_{i=1}^N (Coefficient(I) \times * (I))$$

(14)

式中 $U(I)$ 是自由度, N 是方程中项的编号.

1.3.2 直接生成耦合自由度集

在有限元模型中, 迫使两个或多个位移自由度集取得相同(但未知)值, 在两重复节点

间形成销钉、铰链、万向节和滑动连接. 其本质上与约束方程是一致的.

2 算例

2.1 计算条件

某铁路旧梁桥, 桥上线路在 300 米半径的曲线上. 桥跨布置为一孔 16 m 钢筋砼梁——一孔 44 m 结合梁——一孔 16 m 钢筋砼梁, 全长 95.31 m. 其中结合梁计算跨度 43.68 m, 两端简支, 上部为钢筋砼板, 下部为钢板梁. 如图 1:

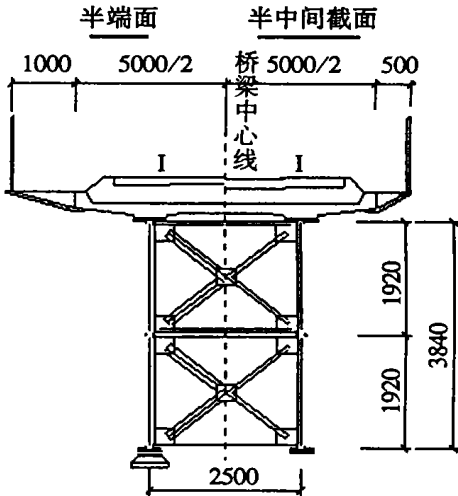


图 1 组合梁桥侧视图

2.2 计算模型

上下平纵联、中间横联和端横联简化为弹性梁单元, 主梁和道碴槽板用板单元模拟, 道碴、线路设备等作为附加质量集中到节点上. 静力分析时, 静载荷为结构自重和列车活载, 列车活载沿线路曲线布置. 剪力连接件间距 0.8 m.

采用强耦合模型, 根据(14)式, 其约束方程为:

$$0 = UY(i) - UY(m), 0 = UX(i) - UX(m), 0 = UZ(i) - UZ(m)$$

(15)

式中, UY 、 UX 、 UZ 分别对应节点的沿桥竖向、纵向和横向的平动自由度; i 、 m 为连接件处一对对应的节点号.

建立计算模型如图 2、图 3 所示:

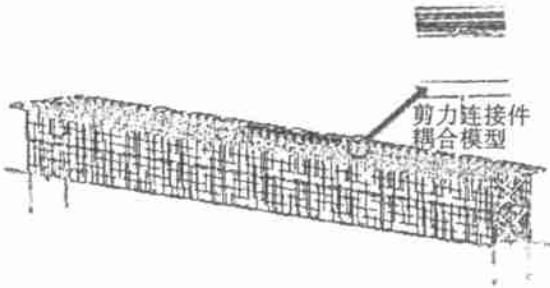


图 2 有限元模型

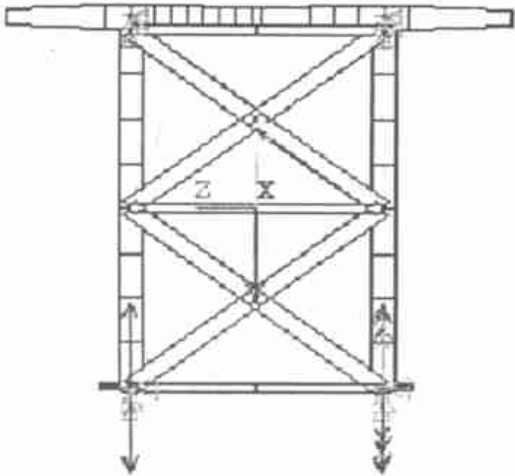


图 3 有限元模型侧视图

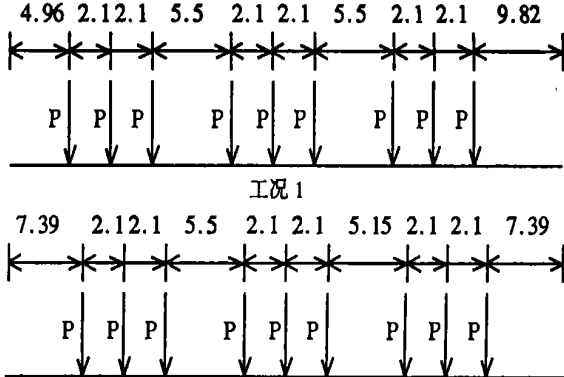


图 4 轮位布置图

2.3 计算结果分析

列车活载为韶山 I 型, $P=21\text{ t}$, 工况 1 和工况 2 的轮位布置如图 4.

表 1 频率实测值与理论计算值对照表^[5]

振型			频率		
			理论计算	理论计算	脉动法实
			值 1	值 2	测值
一阶	横向弯曲	正对称	2.7673	2.9755	2.7200
二阶	竖向弯曲	正对称	3.8662	3.9903	3.8000
三阶	扭 转	反对称	5.7871	6.2267	—

注:理论计算值 1 指耦合模型的计算结果;理论计算值 2 指非耦合模型计算所得的结果,下同.

表 2 挠度实测值与理论计算值比较表

单位:mm

序号	计算截面 I			计算截面 II			计算截面 IV		
	计算值 1	计算值 2	实测值	计算值 1	计算值 2	实测值	计算值 1	计算值 2	实测值
工况 1	-12.0	-15.0	-8.0	-19.4	-23.0	-12.4	-11.7	-12.0	-7.5
工况 2	-11.8	-14.0	-7.8	-19.5	-23.0	-12.5	-12.2	-14.0	-8.0

注:计算截面 I 的位置为 $x=6.99\text{ m}$;计算截面 II 的位置为 $x=23.18\text{ m}$;计算截面 IV 的位置为 $x=36.69\text{ m}$. 计算截面 I 与 IV 为对称截面.

表 3 主要控制截面正应力实测值与理论计算值比较表

单位:MPa

序号	计算截面 I			计算截面 II			计算截面 IV		
	计算值 1	计算值 2	实测值	计算值 1	计算值 2	实测值	计算值 1	计算值 2	实测值
工况 1	31.7	32.9	28.5	36.9	44.5	31.5	28.0	32.8	22.5
工况 2	31.2	32.8	27.5	37.7	47.5	32.0	29.8	33.7	24.5

从表 1 可以看出,利用耦合概念建立的有限元模型,其计算结果与实测数据最大相对误差为 1.8%.而理论计算值 2 采用的虽然是有限元模型,但处理连接问题时,采用的是共节点方案,其计算结果与实测值最大相对误差为 9.6%.可见,用耦合处理组合梁的连接问题可以较好的模拟结构的实际情况.

从表 2、表 3 可以看出,校验系数均符合相关规定^[6],计算值 1、2 均属合理范畴.耦合模型的校验系数较大,其挠度、截面正应力的计算结果相对于非耦合模型更好的反映了真实值,是一种有效的方法.

3 结 语

组合梁的钢筋砼翼缘板与钢板梁的连接问题实质上是一种接触问题,多数接触问题中接触区域是未知的,表面与表面会突然接触或突然不接触,这会导致系统刚度的突然变化.如果接触模型没有摩擦,接触区域始终连在一起,并且是小挠度小转动问题,那么可以用耦合或约束方程代替接触.这样可以保证分析仍是线性的.就一般的组合梁而言,考虑恒载的作用,可以认为 RC 板与钢梁是始终接触的,因而可以采用本文提出的耦合——有限元模型进行分析.本文提出的组合梁耦合计算模型仅用于线性求解,主要运用该模型对组合梁的动力特性和静力响应进行了分析.

(下转第 46 页)

ary crack. J. Appl. Mech, 1957, 24, 109.

[5] 范天佑. 断裂力学基础[M]. 南京: 江苏科学技术出版社, 1978.

[6] Murakami Y. and nemat-Nassers S. Growth and stability of interacting surface flaws of arbitrary shape. Engng. Fract. Mech., 1983, 17, 193—210.

[7] Isida M. etc., Int. J. Fract., 1991, 52, 79.

[8] 石田诚. 三次元き裂問題の高精度新解析法. 日本機械学会論文集[C]. A 編, 1270—1278, 1993.

[9] 秦太验. 三维断裂力学的有限部积分—边界元法研究. 上海交通大学博士论文, 1993.

[10] 陈梦成. 两相材料界面附近(含界面)三维断裂力学问题的超奇异积分方程方法. 上海交通大学博士论文, 1997.

The Calculation of Stress Intensity Factor of Rectangular Crack Embedded in a Infinite Plane

YU Hui-qin, CHEN Meng-cheng

(School of Civil Eng. and Arc., East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: In this paper a hypersingular integral equation with the unknown displacement is developed. To solve the equation, the principle of finite-part integral and boundary element method is used. By using the method mentioned above, the stress intensity factors of rectangle crack are calculated.

Key words: hypersingular integral equation; the principle of finite-part integral; boundary element method; rectangular crack; the stress intensity factor

(上接第 43 页)

将其完善并用于非线性分析, 求解极限承载力、动力反应, 则有待进一步研究.

参考文献:

[1] 朱聘儒. 钢—混凝土组合梁设计原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1989.

[2] 阎石, 刘学东. 钢—砼组合梁连接件的综合评述[J]. 沈阳建筑工程学院学报, 1996, 4(2), 258—265.

[3] J. H. 阿吉里斯. 能量原理与结构分析[M]. 北京: 科学出版社, 1998.

[4] R. W. 克拉夫. 结构动力学[M]. 北京: 科学出版社, 1981.

[5] 贺国京, 王修琼, 彭可可. 贵阳树舍六号桥计算分析报告[R]. 长沙: 中南大学桥梁与隧道研究所, 2004.

[6] 公路旧桥承载能力鉴定方法(试行)[S]. 北京: 人民交通出版社, 1988.

Investigation on Coupled Mechanics Model of Composite Beam

PENG Ke-ke¹, HE Guo-jing¹, QIN Chang-bing², DU Xue-kun², WANG Xiu-qiong¹

(1. School of Civil and Architectural Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2. Guiyang Railway Substation, Guiyang 550000, China)

Abstract: On the basis of virtual work principles, combining finite elements theory with coupling theory, the coupling matrix equation is derived. Accordingly, the coupled mechanics model of composite beam is proposed in the paper. Then the method is applied to analyse the contact between RC shell and steel beam. The method is proved to be a better way by giving an example.

Key words: coupling; restriction matrix equation; composite beam; contact