

文章编号: 1005-0523(2004)05-0008-04

# MATLAB 在车辆动力学中的应用研究

罗文俊, 蒋先刚, 李中奇

(华东交通大学, 江西 南昌 330013)

**摘要:**通过分析传统车辆横向振动建模的不足,提出了建立轮对横向振动的非线性动态模型.给出了应用于单个轮对数字建模的具体实例,重点介绍了简捷地求解轮对非线性动力学微分方程的方法,并提供了相应例程及仿真结果.

**关键词:**轮对;横向振动;微分方程;MATLAB;仿真

**中图分类号:** TP391.72

**文献标识码:** A

## 1 概述

MATLAB 语言是一种用于科学工程计算的高效率高级语言.它除了提供传统的交互式编程功能之外,还提供了丰富可靠的矩阵计算、图形绘制、数据处理、图像处理、语言编程等便利工具,出现了以各种 MATLAB 为基础的实用工具箱,广泛地应用于自动控制、图像信号处理、模糊推理、神经网络、小波变换、信号分析、振动理论、时序分析与建模、优化设计等领域,并表现出一般高级语言难以比拟的优势.同时可以作为教学与工程教学的辅助工具.基于 MATLAB 语言,本文探讨了简捷求解车辆横向振动中单个轮对的非线性动力学方程的方法,并提出了用 MATLAB 语言系统中动态仿真系统 SIMULINK 在车辆动力学建模中应用的思想.

## 2 单个轮对横向振动运动方程的建立

机车车辆系统出现横向失稳将恶化其运行品质,大大降低其运行平稳性,甚至会发生脱轨的危险.因此,横向运动稳定性的研究一直受到高度重视.过去,人们多数是将机车车辆系统考虑成线性

或线性化模型来进行研究,其局限性导致只能研究平稳点附近的局部稳定性问题,若要研究系统的全局特性则必须考虑非线性的数学模型.实际上,机车车辆系统是典型的非线性系统,存在着轮轨关系和悬挂特性等非线性因素,对于非线性系统,其横向运动特性要比线性系统复杂得多,求解非线性方程组存在这很多普遍问题,采用动态曲线通过的时域积分计算方法虽也可求得稳态的解,但在某些情况下(如在优化计算中)将动态曲线作为一个子程序嵌入到优化程序中,就显得太庞大,且耗费机时.

考虑大蠕滑和横向位移较大,以及轮轨接触的极端情况即轮缘力的情况,建立轮对在通过曲线轨道时的非线性数学模型,本研究采用 Johnson 非线性蠕滑理论来模拟轮轨蠕滑力,将轮缘力模拟为一根线性弹簧轨条的弹力,同时考虑重力刚度和重力角刚度的影响,每个轮对在水平平面内有两个自由度,即每个轮对的横摆与摇头,然后建立单个自由轮对的横向运动方程:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + 2k_1 y + 2F_y + F_{ly} + Kgy = 0 \quad (1)$$

$$I \frac{d^2 \Psi}{dt^2} + 2k_2 b_1^2 \Psi + 2bF_x - C_g \Psi = 0; \quad (2)$$

以上(1)式为轮对的横摆振动微分方程,(2)式

收稿日期: 2004-06-15

作者简介: 罗文俊(1979-),女,黑龙江省哈尔滨市人,华东交通大学助教,在读研究生.

为轮对摇头的非分方程.其中 $y$ 为轮对横摆位移; $\Psi$ 为轮对摇头位移; $K_1$ 为每一轮对的横向定位刚度; $K_2$ 为每一轮对纵向定位刚度; $m$ 为每一轮对质量; $I$ 为每一轮对摇头转动惯量; $F_y$ 、 $F_x$ 分别为纵向横向蠕滑力; $b$ 为轮对两滚动圆间距离的一半; $b_1$ 为轴箱弹簧横向间距的一半; $F_{ly}$ 为轮轨接触时的轮缘力; $K_g$ 、 $C_g$ 分别为轮对的重力刚度和重力角刚度; $t$ 为仿真时间.

由于轮对横向运动方程具有高度非线性、强耦合和时变性的特点,求解此类问题通常采用龙格-库塔法.如果用Basic、Fortran或C语言来编程求解,则非常繁琐和不便,而借助于MATLAB软件系统中的相关函数则可简捷地解决此类问题.

### 3 MATLAB中有关函数介绍

MATLAB提供了两个常微分方程求解函数ode23()、ode45().这两个函数分别采用了二阶/三阶的龙格-库塔法和四阶/五阶的龙格-库塔法,并采用自适应变步长的求解方法,即当方程的解的变化较慢时采用较大的计算步长,从而使得计算的速度很快,当方程的解的变化较快时,积分步长会自动变小,从而使得计算的精度提高.重点分析函数ode45(),其调用格式为

$[t, y] = \text{ode45}(\text{系统函数名}, t_0, t_f, y_0, \text{tol}, \text{trace})$

参数说明:

系统函数名—描述系统状态方程的M函数的名称.其编写格式为function ydot = 函数名( $t, y$ )

其中, $t$ 为时间变量, $x$ 为状态变量,而ydot为状态变量的导数;

$t_0$ —用户指定的起始仿真时间;

$t_f$ —用户指定的终止仿真时间;

$y_0$ —系统的初始状态变量的值;

tol—指定变步长仿真中的期望的解的精度(缺省值tol=1e-6);

trace—输出形式控制变量,若非零,则会将仿真的中间结果逐步地由屏幕显示出来,否则将不显示中间结果(缺省值trace=0)

$t$ —输出参数,返回积分的时间间隔的离散值(列向量);

$y$ —输出参数,返回每个时候离散值的解的列向量;

输出变量 $t$ 和 $y$ 获得后,在仿真结束后可以采用函数(plot( $t, y$ ))来绘制出仿真的结果曲线.

### 4 求解算法及求解程序

由于该函数适用于一阶微分方程.因此,对于高阶微分方程,必须先用替换法化为形如 $dy=f(x, y)$ 的一阶微分方程组,即“状态方程”.于是令:

$$y(1) = y; \quad (3)$$

$$dy(1) = y(2); \quad (4)$$

$$y(3) = \Psi; \quad (5)$$

$$dy(3) = y(4); \quad (6)$$

根据函数ode45()的格式,由式(1)~(6),可编写出有关程序Dynamics.m和trans.m.

%轮对横向振动的动力学方程 Dynamics.m

function dy = Dynamics (t, y) ;

dy=zeros(4,1);

k0=14 600 000;%轮缘力的模拟弹簧刚度;

k2=0; k1=18230;g=9.81;

v=12; %车速

r0=0.4572; %车轮的名义滚动半径

N=10 000; %轮轨的竖向接触力

u=0.15; %踏面摩擦系数

deter=0.0091; %轮轨游间距离的一半

m=1022;I=678;Wa=145 000; %轴重

b1=0.620; b=0.716;

ae=0.006578;be=0.003934; %分别为轮轨接

触椭圆的长半轴和短半轴

%求蠕滑力

Kcx=0.05 \* y(1)/r0 + a \* y(4)/v; Kcy = y(2)/v - y(3);

Fx1=Kcx \* 10 181 899; Fy1=Kcy \* 9 488 890.

7;

Fr1=sqrt(Fx1^2 + Fy1^2); Fn=u \* N/2;

U=Fr1/Fn; c=Fr1/Fn;

if c>3;

Fr = Fn;

else c < 3;

Fr = Fn \* (U - U^2/3 + U^3/27);

end

%求轮缘力

Fx = Fx1 \* Fr / Fr1; Fy = Fy1 \* Fr / Fr1;

if y(1)>deter;

F ty = k0 \* (y(1) - deter);

else if y(1)<-0.0091;

```

Fiy=k0 * (y(1)+deter);
else
Fiy=0;
end
Kg=0.05 * Wa/b; Cg=Wa * 0.05 * b; %求重力刚度和重力间角刚度
%描述微分方程
dy(1) = y(2);
dy(2)=-2 * (k1/m) * y(1) - (2/m) * Fy - (1/m) * Fiy-Kg * y(1)/m;
dy(3) = y(4);

```

```

dy(4) = -2 * (k2 * b1^2/I) * y(3) - 2 * (b/I) * Fx - Cg * y(3)/I;
end
%程序 trans.m,调用仿真程序 Dynamics.m
Y0=[-0.0001 0 0 0]; %给定初始条件
[T,Y] = ode45(@Dynamics,[0 6],Y0);
plot(T,Y(:,1)),title('位移时间曲线');
figure(2),plot(T,Y(:,2)),title('速度时间曲线');
figure(3),plot(T,Y(:,3)),title('角位移时间曲线');
figure(4),plot(T,Y(:,4)),title('角加速度时间曲线');

```

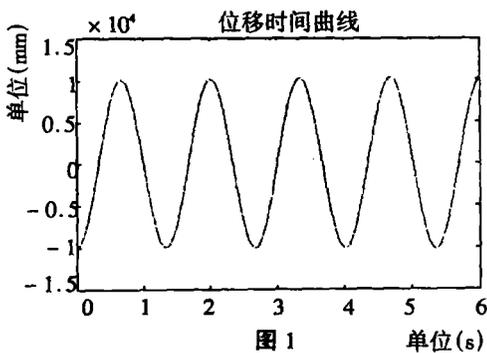


图1 单位(s)

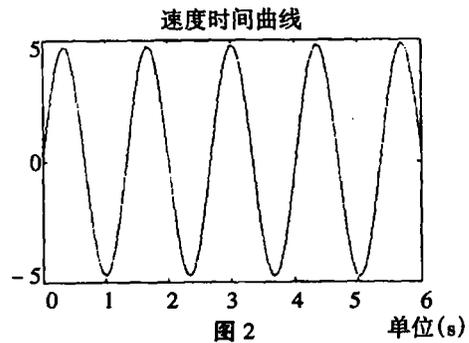


图2 单位(s)

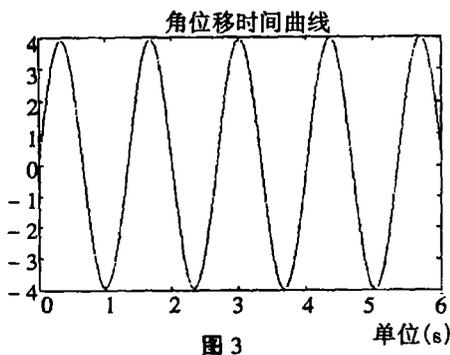


图3 单位(s)

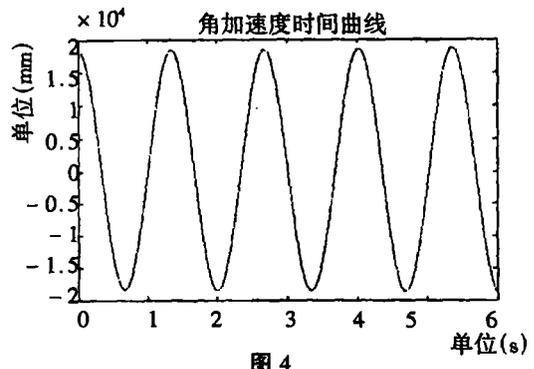


图4 单位(s)

## 4 仿真结果及结束语

同时如何建立较为精确的横向振动的数学模型,对研究整个轮轨系统的动态特征有重要意义.由于车辆振动系统是一个轮、轨两方面相互制约、相互影响的综合系统,调节对象具有时变、非线性、非最小相位等复杂特性.因此,要建立精确的轮对横向振动数学模型不是一件容易的事.而传统的建模大都做了较大的简化,具有很大的局限性,限制了其有效应用.针对这种情况,提出利用 MATLAB 中提供的扩展工具 S 函数建立横向振动非线性数学模型的新方法. MATLAB 中的 Simulink 扩展工具 S 函数是用计算机程序语言对一个动态系统进行描

述,可利用 Matlab 或者 C 语言创建自定义的 Simulink 模块,使用特殊的调用语法,与 Simulink 内部解法器进行交互,这种交互与 Simulink 内建模块之间的交互相似,因此,用于建立车辆横向振动的非线性数字模型较合适.下一步将具体地用 S 函数对车辆横向振动系统进行数字仿真建模,并将结果与工程实际进行对照.

给定了初始条件和仿真时间,则可求得的结果如图 1-4 所示.由仿真结果我们可以看出轮对实在作有规律的蛇行运动,说明虽然不考虑阻尼,但速度较小时车辆仍可以处在稳定的蛇行运动阶段,这与工程实际是相符的,仿真效果良好.以上程序简便的实现了车辆横向振动这种高度非线性、强耦合及具有时变性的微分方程组的求解.并且在以车辆轮对为对象的非线性的横向振动仿真中本文所提

供的程序 Dynamics.m 具有通用性,可作为“黑箱”处理,因而只要对不同车辆采用不同的参数,以及给定初始条件即可.同时只要在程序 Dynamics.m 的基础上加入相应的变量数,即可实现转向架以及整个车体同类横向振动的仿真.因此对车辆动力学问题的仿真有着积极的作用.

### 参考文献:

[1] 雷晓燕. 轨道力学与工程新方法[M]. 北京:中国铁道出

版社, 2002.

[2] 王福天. 车辆系统动力学[M]. 北京:中国铁道出版社, 1994.

[3] 尚涛,石端伟,等. 工程计算可视化与 MATLAB 实现[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2002.

[4] Y. Nath and K. Jayadev. Influence of Yaw Stiffness on Non-linear Dynamics of Railway Wheelset [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation 2003.

[5] 曾京,王勇. 货车系统的非线性动力学分析[J]. 西南交通大学学报, 2000, (35)4, 399—403.

## Research and Application of MATLAB in Vehicle Dynamics

LUO Wen-jun, JIANG Xian-gang, LI Zhong-Qi

(School of Natural Science, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** A new method for establishment of non-linear vehicle lateral vibration model is proposed by analysis of traditional model shortage. It introduces particularly simple solution to differential equation of non-linear Vehicle Dynamics, and also shows relevant program and simulation result.

**Key words:** wheel set; lateral vibration; differential equation, MATLAB; simulation