

文章编号: 1005—0523(2004)05—0074—03

标准击实试验的一种数据处理方法研究

龚新法¹, 方 焘², 袁民豪¹

(1. 浙江省第十一地质大队工程勘察院, 浙江 温州 325006; 2. 华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013)

摘要:传统的击实试验数据处理是作图法, 难于定量对比分析, 本文以最小二乘原理为理论基础, 通过试验数据的整理分析, 结合 Excel 软件, 以残差最小为标准, 找到了含水量与干密度的合理的拟合多项式的解析式, 对击实试验数据进行了定量分析, 该方法简单方便, 可在土工试验数据处理中得到推广应用。

关 键 词:数据处理方法; 最优含水量; 最大干密度; 最小二乘法

中图分类号: U279.3+24 **文献标识码:** A

1 前 言

标准击实试验是土工试验中最常见也是应用最广的试验之一, 尤其是在铁路、公路、堆石坝等的填方工程中占有相当重要的地位。在现行的铁道路基、公路路基及堆石坝等高填土工程施工技术规范中对填土压实质量的一个控制指标是密实度 K , 而压实度是工地实际达到的干密度与室内标准击实试验所得到土的最大干密度 ρ_{dmax} 的比值, 由此可见对铁路路基、公路路基以及堆石坝等的高填方工程的质量控制而言, 最大干密度是一相当重要的试验参数。而现行国标《土工试验方法标准》GB750123—1999.10.0.7 规定“干密度和含水量的关系曲线, 应在直角坐标纸上绘制, 并应取曲线峰值点相应的纵坐标为击实试样的最大干密度, 相应的横坐标为击实试样的最优含水量, 当关系曲线不能绘出峰值点时, 应进行补点, 土样不宜重复使用^[1]。”笔者认为这种利用击实曲线峰值求解最大干密度的方法, 缺乏统一的标准, 往往因数据处理人员绘图和寻找峰值点时的差异, 导致所求最大干密度误差较大, 究其原因有人为因素引起的, 也有一部分是采用作图

法分析时的任意性所致^[2], 给相关工程的监理与检测工作带来麻烦, 这种人为误差是试验过程中应设法避免的。

本文首先给出了最小二乘曲线拟合的原理以及什么是多项式的最小二乘拟合, 然后在此基础上结合通用的 Excel 软件, 分析了多项式阶次的确定方法, 最后用具体的算例证明了所述方法的有效性。

2 基本原理

2.1 最小二乘曲线拟合原理

在科学工程试验中, 往往会出现这样的情况, 试验时产生一组数据 $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, 其中横坐标 x_k 是明确的。而最小二乘曲线拟合的目的之一就是确定一个函数 $y=f(x)$, 将这些变量联系起来。通常在一类所允许的函数中进行选择, 并最终确定他们的系数。最小二乘拟合曲线 $y=f(x)$ 就是满足均方根误差:

$$E_2(f) = \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^n |f(x_k) - y_k|^2 \right)^{1/2} \tag{1}$$

最小的曲线^[3]。

当 $y=f(x)$ 取多项式时,称之为最小二乘多项式拟合,则问题可归结为对于给定的一组数据 $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$,求作 $m(<<N)$ 次多项式:

$$y=\sum_{j=0}^m a_j x^j \tag{2}$$

使总误差:

$$Q=\sum_{i=1}^N (Y_i-\sum_{j=0}^m a_j x^j)^2 \tag{3}$$

为最小.

由于 Q 可以看作是关于 $a_j(j=0, 1, \dots, m)$ 的多元函数,故上述拟合多项式的构造问题可归结为多元函数的极值问题,令

$$\frac{\partial Q}{\partial a_k}=0, k=0, 1, \dots, m \tag{4}$$

得

$$\sum_{i=1}^N (y_i-\sum_{j=0}^m a_j x_i^j) x_i^k=0 \quad k=0, 1, \dots, m \tag{5}$$

即有

$$\begin{cases} a_0 N + a_1 \sum x_i + \dots + a_m \sum x_i^m = \sum y_i \\ \dots\dots\dots \\ a_0 \sum x_i^m + a_1 \sum x_i^{m+1} + \dots + a_m \sum x_i^{2m} = \sum x_i^m y_i \end{cases} \tag{6}$$

这是个关于 a_j 的线性方程组,称为正则方程组,其有唯一解^[4].

2.2 多项式阶数的确定与 Excel 的实现

实际计算表明,对于以上正则方程组,当 m 较大时,方程组往往是病态的,为了保证计算精度,拟合多项式不要超过 5 阶,且拟合多项式只是在原始数据范围内有可以保证的精度,超出这个范围使用拟合多项式去作预报,就有可能得出错误的结论.

据此可以利用通常所用的 Excel 强大的数据处理功能,对试验数据进行最小二乘多项式拟合,再比较各拟合多项式的总的误差,选取误差最小的拟合多项式,即为所求解的多项式,实例证明可行并且效果很好.实现的方法为在 Excel 的工作簿中作出数据点的散点图,再选中数据点击右键,选择添加曲线趋势,在弹出的对话框中选择类型选项中的多项式,在阶数中选择要拟合多项式的阶数,按确定键,即可以完成试验数据的最小二乘拟合多项式,并且其多项式的表达式也可以同时显示出来.从而可以利用多项式与数据点,根据总误差的表达式求出不同阶次拟合多项式的总误差,比较后选择误差最小的多项式为所求的多项式,再利用该多项式求极值的方法去预报所求的最优含水量与最大干密度.

3 实 例

表 1 为某一标准击实试验的成果:

表 1 标准击实试验数据点						
W_a (含水量%)	5.67	7.40	9.11	10.88	12.04	13.18
ρ_d (干密度g/cm ³)	1.84	1.85	1.89	1.93	1.92	1.87

图 1 为 Excel 中 2~4 次多项式最小二乘拟合的曲线图式.

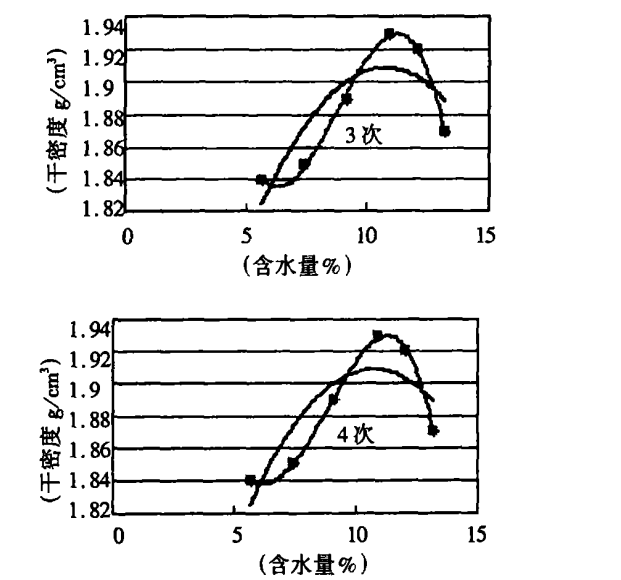


图 1 不同阶次多项式模型的拟合曲线 ρ_d-W_a 的关系

从图 1 中可看出,次数为 3 和 4 的多项式模型拟合曲线基本一致,但次数为 2 多项式模型和 $n=3,4$ 多项式的拟合曲线差别较大,前者得出的最大干密度 ρ_{dmax} 为 1.935 g/cm^3 ,最佳含水量为 11.5% ,而后者的相应值分别为 1.915 g/cm^3 、 1.94 g/cm^3 和 10.2% 、 11.8% .

现可以将表达式、数据点的值反代回总误差的表达式,从而可以求出不同阶次多项式模型的总的误差,根据总误差来判别拟合多项式的阶次的合理性.

表 2 不同阶次拟合多项式的总误差			
拟合次数	2	3	4
总误差 Q	0.23	0.008	0.009

从图 1 可以看出当拟合多项式的阶数大于 4 时拟合的曲线误差较大,误差受拟合多项式系数影响较大,多项式有抬头现象,结合表 1 及表 2,选择 3 次多项式拟和较合适.

4 结束语

本方法在利用最小二乘拟合曲线理论基础上,巧妙地运用通用的 Excel 软件,处理标准击实试验数据的方法.方法简单易行,具有一定的可视化,衡量数据处理合理与否的标准统一,不需要另外编制计算机程序,从而改善了标准击实试验数据处理的无序问题,提出了一种新的数据处理方法,避免了目前绘制击实曲线求解时存在的各种人为缺陷,有利于工程质量控制与工程监理等各项工作的顺利进行,同时也为其它试验数据的处理提供了理论依

据,可在试验数据处理等领域得到进一步的应用与完善.

参考文献:

[1] 土工试验方法标准. GB/T50123—1999. 北京:中国计划出版社,1999.
[2] 沙庆林.公路压实与压实标准[M]. 北京:人民交通出版社,2000.
[3] John H. Mathews, Kurtis D. Fink 著,陈渝,周璐,钱广等译.数值方法[M]. 北京:电子工业出版社,2002.
[4] 王超能.数值分析简明教程[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2000.

Study on the Method in Data Processing of Standard Compaction Test

GONG Xin-fa¹, FANG Tao², YUAN Min-hao¹

(1. 11th Geology Team of Zhejiang Province, Wenzhou 325006; 2. School of Civil and Architectural Engineer, East China of Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: It is difficult to process the test data of standard compaction test accurately by using traditional method. The paper introduces a new way to process the data of standard compaction test on the basis of the theory of least square method. Compared with the least error, the paper presents the rational fitting polynomial by using the Excel. It is feasible to use the method to decide the result of the standard compaction test. The method is expected to put into use in processing other civil engineering test data.

Key words: data processing method; optimum moisture content; the biggest dry density; least square method