文章编号:1005－0523(2004)05－0145－05

因子分析在综合素质评价中的应用

刘 坚,苏 军

(济南大学 理学院,山东 济南 250022)

摘要:利用多元统计分析中的因子分析法从信息量和系统效应角度确定综合素质评价体系中各指标的权重,根据得到的综合评价得分,对大学生综合素质进行排序、划分等级,并得出了重要的结论.该方法克服了人为主观因素及指标间相关性的影响,因而更为客观准确.

关 键 词:综合素质评价;因子分析法;因子得分

中图分类号:O212 **文献标识码**:A

1 引 言

在全社会开始关注素质教育,全面推进素质教育的背景下,大学生综合素质评价成为摆在人们面前的一个重要课题.综合素质的评价作为衡量个体发展,激励学生进步的重要环节,是学校教育工作的重要组成部分.

综合评价得分一般是对各项评价指标进行加权后得到的一个综合分[1],如我校目前所采用的大学生素质评价体系含有4项指标:德育成绩,智育成绩,附加分,附减分,权重为0.3,0.7,1,－1.国内外有不少学校采用类似的简单加权平均法进行大学生综合素质评价,但是这种评价方法没有考虑德智体美劳各方面的相关关系,各项指标的权重关系人为确定,缺乏科学依据.本文根据原方法存在的问题及对它们的分析,提出了具有可操作性的指标体系,结合本校大学生的综合素质数据,利用因子分析法确定出合理的指标权重,对大学生综合素质进行了客观的评价.

2 统计方法与原理

在多元统计分析中,因子分析是一种很有效的降维和信息浓缩技术.

因子分析法,就是通过原始指标的相关矩阵 R 所含有的信息,建立因子模型,将原来众多具有一定相关性的指标(比如 p 个指标),综合为少数几个(m 个,$m<p$)新的不可观测的且相互无关的综合指标(称为"因子"),这少量的综合指标涵盖了原指标带有的绝大部分信息,并且根据相关性的大小把原始指标重新分组,使得同组内的指标之间相关性较高,但不同组的指标相关性较低,从而为研究实际问题提供了方便.因子模型为:

$$\begin{cases} X_1 = a_{11}F_1 + a_{12}F_2 + \cdots + a_{1m}F_m + \varepsilon_1 \\ X_2 = a_{21}F_1 + a_{22}F_2 + \cdots + a_{2m}F_m + \varepsilon_2 \\ \quad\vdots \\ X_p = a_{p1}F_1 + a_{p2}F_2 + \cdots + a_{pm}F_m + \varepsilon_p \end{cases}$$

简记为 $X_{p\times 1} = A_{p\times m}F_{m\times 1} + \varepsilon_{p\times 1}$.且满足:

1) $m<p$;

2) $Cov(F,\varepsilon)=0$,即 F 和 ε 是不相关的;

收稿日期:2004－05－27

作者简介:刘坚(1970－),女,山东邹平人,济南大学理学院讲师.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

3) $D(F)=I_m$，即 $F_1, F_2, \cdots, F_m$ 不相关且方差皆为 1；

$D(\varepsilon)=\begin{bmatrix}\sigma_1^2 & & 0\\ & \sigma_2^2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & \sigma_m^2\end{bmatrix}$ 即 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_m$ 不相关，且方差不同.

其中：$X=(X_1, X_2, \cdots, X_p)'$ 为原指标，$F=(F_1, F_2, \cdots, F_m)'$ 为 X 的公因子，即前面所说的综合变量，$A=(a_{ij})_{p\times m}$ 为因子载荷阵，a_{ij} 为指标变量 $X_i(i=1,2,\cdots,p)$ 在因子 $F_j(j=1,2,\cdots,m)$ 上的载荷(或投影)，数值越大，则指标变量 X_i 与因子 F_j 相关程度越高，ε 为 X 的特殊因子，在实际模型中往往忽略不计.

上述模型有两个特点：①模型不受量纲的影响；②因子载荷阵不是唯一的[2]. 为了使 X_i 与 $F_j(j=1,2,\cdots,m)$ 的相关关系更醒目、突出，以便对因子进行实际背景的解释，由特点②知，可对因子载荷阵实行旋转(常用方差最大正交旋转法，得旋转后因子载荷阵 $\hat{B}$)，使得 X_i 与 F_j 中某些因子相关关系更强，而与 F_j 中其他因子相关更弱，然后根据与某个因子相关关系更强的几个原指标给该因子赋予综合的实际意义. 由回归估计方程

$$\hat{Y}=\hat{B}^T R^{-1} X, \tag{1}$$

其中，$\hat{Y}=(Y_1, Y_2, \cdots, Y_m)'$，$X=(X_1, X_2, \cdots, X_p)'$，计算各因子 F_j 的得分 Y_j. 由各样本的因子得分，就能对原实际问题作深入的评价分析.

设有 n 个样本 p 个变量的原始数据阵为 $X=(x_{ij})_{n\times p}$，其步骤如下[3,4]：

1、将原始数据进行标准化处理，$x'_{ij}=\dfrac{x_{ij}-\bar{x_j}}{s_j}$ 其中 $\bar{x_j}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_{ij}$，

$s_j=\sqrt{\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x_j})^2}$，得标准化矩阵(假定标准化后的矩阵仍记为 X)；

2、计算变量的相关系数阵 $R=(\gamma_{ij})_{p\times p}$；

3、求 R 的特征值 $\lambda_1\geq\lambda_2\geq\cdots\geq\lambda_p>0$，及相应的标准正交特征向量 $\mu_1, \mu_2, \cdots, \mu_p$；由于各因子包含的信息量不一致(呈递减趋势)，选出 $m(m<p)$ 个因子，使得前个因子的累积方差贡献率不小于某个值.

4、估计因子载荷阵 A，$\hat{A}=(\sqrt{\lambda_1}\mu_1, \sqrt{\lambda_2}\mu_2, \cdots, \sqrt{\lambda_p}\mu_m)$，利用方差最大正交旋转法作因子旋转，得旋转后因子载荷阵 $\hat{B}$.

5、由回归估计方程(1)式计算各因子 F_j 的得分 $Y_j(j=1,2,\cdots,m)$. 前 m 个因子构成了综合素质评价指标体系，以各因子的方差贡献率占所选的前 m 个因子累积方差贡献率的比重 $c_k=\lambda_k/\sum_{j=1}^{m}\lambda_j$ 作为权重进行加权汇总，得出各样本的综合评价函数得分，即

$$Z=\sum_{k=1}^{m}C_k Y_k \tag{2}$$

这样从信息量和系统效应角度确定了综合素质评价体系中各指标的权重，显得客观、实际，避免了以往主观确定权数的缺点[5].

6、根据得到的综合评价函数得分大小，对大学生综合素质进行排序，并通过系统聚类分析[7]将其划分为五个等级，使同等级内样本之间的差异尽可能小，不同等级间的差异尽可能大.

3 实例研究

3.1 大学生综合素质基本评价指标体系

依据评价指标的可比性和可操作性原则，选取 11 项指标构成大学生综合素质基本评价指标体系[6]：X_1——思想素质，X_2——政治素质，X_3——法纪素质，X_4——专业基础理论，X_5——相关学科，X_6——人文知识，X_7——体育，X_8——卫生，X_9——计算机应用能力，X_{10}——外语及专业外语，X_{11}——组织与艺术特长. 现以大学三年级的一个班 41 名学生为例，所采集的数据一部分由学工处提供，另外一部分数据来自于调研. 为了方便，我们把样本——大学生按序号记为：$d_1, d_2, d_3, \cdots\cdots, d_{41}$.

3.2 大学生综合素质的因子分析结果

因子分析的计算都是用 *SPSS* 软件包来实现的[7].

对原始数据阵 $X=(x_{ij})_{41\times 11}$ 进行标准化处理(结果略)，计算指标间的相关关系矩阵 R.

由相关阵 R 可看出各指标间有一定的相关关系，可以用因子分析法对指标进行分析. 计算变量相关阵 R 的特征根，结果见图 1，表 1.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

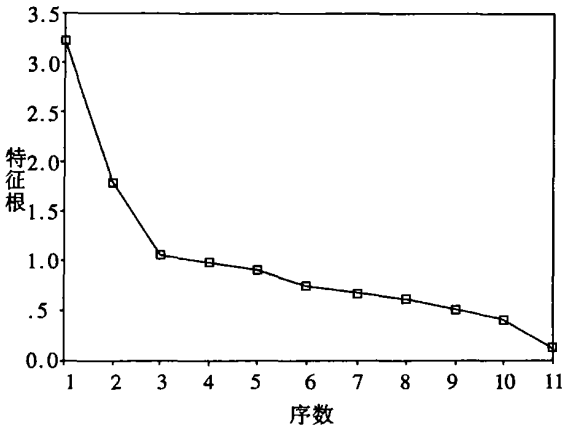

图 1　特征根分布图

表 1　特征根、方差贡献率、累积方差贡献率

因子 F	特征根 λ	方差贡献率(%)	累积方差贡献率(%)
1	3.229	29.359	29.59
2	1.780	16.185	45.544
3	1.058	9.615	55.159
4	0.976	8.874	64.034
5	0.909	8.267	72.301
6	0.734	6.675	78.975
7	0.662	6.017	84.992
8	0.617	5.613	90.605
9	0.504	4.581	95.186
10	0.405	3.686	98.872
11	0.124	1.128	100.000

由图 1 显示从第 5 个因子后曲线已渐趋于平坦，斜率趋近于 0，因此选取前 5 个因子比较合适．由表 2 知，前 5 个因子提供了原始数据 11 项指标所能表达的足够的信息，累积贡献率达．由于因子在原始变量上的载荷值不容易解释(原始变量载荷矩阵略)，故必须进行因子旋转，选用方差最大化正交旋转，结果见表 2．

表 2　旋转后的因子载荷矩阵

	因子 1	因子 2	因子 3	因子 4	因子 5
X_1 思想	0.001	0.035	0.018	0.202	0.875
X_2 政治	0.762	0.176	0.039	0.066	−0.015
X_3 法纪	0.225	0.195	0.424	0.428	0.253
X_4 专业	0.601	0.384	0.303	−0.235	0.066
X_5 相关	0.814	0.126	−0.058	−0.181	0.108
X_6 人文	−0.056	0.026	0.117	0.867	0.154
X_7 体育	0.183	0.730	−0.063	0.254	−0.367
X_8 卫生	0.328	0.234	0.823	0.081	0.077
X_9 计算机	0.778	−0.044	0.100	0.342	−0.133
X_{10}外语	0.408	0.273	−0.694	−0.152	0.121
X_{11}组织与艺术特长	0.126	0.773	0.113	−0.055	0.263

由表 2 可看出，第一个因子中 X_4(专业基础理论)，X_5(相关学科)，X_9(计算机应用能力)，X_{10}(外语及专业外语)载荷系数较大，反映了大学生专业基础理论知识、相关学科知识及计算机应用能力、外语及专业外语方面的素质，这些都是进行科学研究所必备的素质，故称其为专业素质因子(尽管 X_2 政治素质系数也较大)．目前，人们常常把外语、专业外语素质及计算机应用能力作为专业素质的重要构成部分，这一点从统计分析的角度看更加明显．在这个因子上得分越高，学生专业素质越高，进行科学研究的能力越强；第二个因子中 X_7(体育)，X_{11}(组织与艺术特长)载荷系数较大，反映了大学生体育活动、体育成绩、体育竞赛及获奖情况，琴棋书画、摄影、文艺汇演、征文、朗诵、演讲、辩论等艺术类竞赛及获奖情况，组织活动的能力，故称其为特长因子；第三个因子中 X_3(法纪素质)，X_8(卫生)载荷系数较大，反映了大学生法律常识、组织纪律观念，劳动卫生情况及自律能力，X_{10}(外语及专业外语)载荷系数绝对值也较大，但符号为负，这好像是大学生的外语及专业外语素质与法纪卫生情况的对照，由于 X_8(卫生)载荷系数比 X_{10}(外语及专业外语)载荷系数绝对值大得多，故称其为法纪卫生因子；第四个因子中 X_6(人文知识)载荷系数较大，反映了大学生中文、自然、历史等人文社会科学方面的素质，故称其为人文因子；第五个因子中 X_1(思想素质)载荷系数较大，称其为思想道德因子．这五个主因子构成了大学生综合素质评价指标体系，每个学生的得分由五个因子的得分综合而成．

由回归估计方程(1)估计各因子得分，各因子得分函数为

第一公因子：$Y_1=-0.016X_1+0.324X_2+0.033X_3+0.163X_4+0.365X_5-0.029X_6-0.106X_7+0.043X_8+0.397X_9+0.164X_{10}-0.169X_{11}$

第二公因子：$Y_2=-0.017X_1-0.071X_2+0.051X_3+0.142X_4-0.119X_5-0.004X_6+0.584X_7+0.048X_8-0.271X_9+0.161X_{10}+0.608X_{11}$

第三公因子：$Y_3=-0.090X_1-0.044X_2+0.187X_3+0.220X_4-0.071X_5-0.115X_6+0.142X_7+0.577X_8-0.039X_9-0.554X_{10}+0.026X_{11}$

第四公因子：$Y_4=0.054X_1+0.059X_2+0.243X_3-0.286X_4-0.150X_5+0.712X_6+0.266X_7-0.129X_8+0.310X_9+0.007X_{10}-0.132X_{11}$

第五公因子：$Y_5=0.793X_1-0.041X_2+0.143X_3$

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$+0.051X_4+0.116X_5+0.021X_6-0.410X_7-0.004X_8-0.183X_9+0.162X_{10}+0.213X_{11}$

3.3 大学生综合素质等级成绩

由(2)得综合评价函数 $Z=0.4061Y_1+0.2238Y_2+0.1331Y_3+0.1227Y_4+0.1143Y_5$,

对综合得分从大到小排序,并且得到综合素质的等级成绩,结果见表3.

表3 综合评价结果

样本	因子1得分 Y_1	因子2得分 Y_2	因子3得分 Y_3	因子4得分 Y_4	因子5得分 Y_5	综合得分 Z	Z 名次	Y_1 名次	Y_2 名次	等级成绩	综合素质
d_{21}	0.59323	1.64252	3.69927	−0.84935	−0.26879	0.96576	1	12	2	1	优
d_{22}	1.06914	1.54934	−1.02575	0.47727	0.86689	0.80214	2	5	3	1	优
d_{13}	0.93388	1.12242	0.51965	0.74256	−0.61830	0.72005	3	7	6	1	优
d_{23}	1.16802	0.60774	−0.62889	0.34956	0.49530	0.62617	4	3	11	2	良
d_{20}	1.37349	−0.05509	0.16726	−0.43016	0.91341	0.61926	5	2	22	2	良
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
d_{31}	1.10370	0.23254	−0.49707	−0.76583	0.11076	0.35275	13	4	13	2	良
d_{24}	0.80974	−0.72167	0.63424	1.56842	−1.39797	0.28434	14	9	32	3	中等
d_{02}	1.99878	−0.14453	−1.12746	−2.02446	−1.24395	0.23859	15	1	23	3	中等
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
d_{39}	−0.78910	−0.71889	1.57757	0.19599	−0.21478	−0.27194	29	35	31	3	中等
d_{01}	−1.47214	0.60495	0.18446	1.20912	−0.81985	−0.38314	30	39	12	4	较差
d_{08}	0.13455	−2.60095	0.05270	−0.85889	1.89756	−0.40906	31	19	41	4	较差
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
d_{17}	−1.45878	0.04081	−0.36752	0.68763	0.38701	−0.50348	35	38	19	4	较差
d_{28}	−1.36087	−0.31339	−0.05664	1.26473	−1.57687	−0.65530	39	37	30	4	较差
d_{26}	−1.13382	−0.17320	−1.71162	−2.46235	−0.88993	−1.13084	40	36	26	5	差
d_{03}	−3.44276	−0.25157	0.68732	−0.92406	1.62705	−1.29026	41	41	28	5	差

4 评价结果的思考

表3显示的综合素质得分排序与实际情况基本相符.样本{d_{21}, d_{22}, d_{13}}得分相近,综合素质排名领先于其他学生,属于第一等级,综合素质水平为"优".样本{d_{20}, d_{27}, d_{07}, d_{10}, d_{35}, d_{41}, d_{16}, d_{18}, d_{31}}得分相近,综合素质排名属于第二等级,综合素质水平为"良".样本{d_{24}, d_{02}, d_{12}, d_{05}, d_{32}, d_{34}, d_{38}, d_{25}, d_{40}, d_{06}, d_{04}, d_{14}, d_{11}, d_{30}, d_{19}, d_{39}}得分相近,综合素质排名属于第三等级,综合素质水平为"中等".样本{d_{01}, d_{08}, d_{29}, d_{09}, d_{37}, d_{17}, d_{15}, d_{33}, d_{36}, d_{28}}得分相近,综合素质排名属于第四等级,综合素质水平为"较差". 样本{d_{26}, d_{03}}得分相近,综合素质排名属于第五等级,综合素质水平为"差".

值得注意的是,样本 d_{21}综合素质排名第一,其特长因子排名第二,法纪卫生因子排名第一,但是其专业因子仅排名十二,人文因子得分很低,说明在专业素质,人文素质方面须提高重视,加以改善;而 d_{22}, d_{13}则发展比较全面,并且各方面都发展得比较好,综合素质排名第二、第三; d_{02}尽管专业因子排名第一,但由于其他方面发展得较差,故其综合素质排名仅第十五名,属于第三等级,综合素质水平为"中等". d_{26}, d_{03}则各方面发展都相对很差,其综合素质排名最后两位,属于第五等级,综合素质水平为"差".

以上分析说明,只有全面发展,综合素质水平才会提高,仅在某个方面发展得好,而忽视其他方面的发展,综合素质水平很难提高.这也与《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神相一致,与目前加强大学生文化素质教育工作的开展,全面推进素质教育的实际相吻合.大学生应结合分析结果,针对自己的特点,制定相应的计划,做到有的放矢,全面提高自己的整体素质.

参考文献:

[1] 胡永宏,贺思辉.综合评价方法[M].北京:科学出版社.
[2] 方开泰.实用多元统计分析[M].上海:华东师范大学出版社,1989.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

[3] 任若恩，王惠文. 多元统计数据分析：理论、方法、实践[M]. 北京：国防工业出版社，1997.
[4] Richard A. Johnson，Dean W. Wichern，陆璇译. 实用多元统计分析[M]. 北京：清华大学出版社，2001.
[5] 程毛林. 城镇生态系统的因子分析[J]. 数理统计与管理，2002，(1)：19～24.
[6] 卢纹岱. SPSS for Windows 统计分析[M]. 北京：电子工业出版社，2000.
[7] 张振福，陈伟等. 大学生素质评价体系报告[J]. 武汉工业学院学报，2000，(3)：79～84.

An Application of Factor Analysis to the Synthetic Evaluation of Quality Education

LIU Jian，SU Jun

(School of Science，Jinan University，Jinan 250022，China)

Abstract：In this paper，by using the factor analysis method of multivariate statistical analysis，we confirm the weights of Synthetic evaluation indexes of quality education，sort and classify university students by their synthetic evaluation scores and obtain many important results. Being overcome subjective and correlativity of the evaluation indexes，this method is more accurate and reliable.

Key words：Synthetic evaluation of quality education；factor analysis；factor score

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net