

文章编号: 1005-0523(2005)03-0042-03

评价集体成绩的序列加权全值法

周学松, 苏为华

(浙江工商大学 统计与计算科学学院, 浙江 杭州 310035)

摘要: 在文[1]的思想基础上提出评价集体成绩的序列加权全值法.

关键词: 评价方法; 序列加权均值; 序列加权全值

中图分类号: F224.5

文献标识码: A

1 引言

文[2]中指出: 在各类多指标综合评价实践中, 为了使所构权数更加公正, 更加符合多数人的主观预期, 避免或消弱评价方案设计者个人意见的倾向误差, 认为‘群组扩展构权法’思想是十分合适的. 文[3]中指出: 算术平均数易受特殊值(特大或特小)的影响. 例如, 某经理部经理的月收入为 3 000 元, 其余四位职工的月收入分别为: 800, 800, 1 000 元和 1 200 元, 则五人的平均工资为 1 360 元, 而实际上四位职工的月平均收入才 950 元, 由于受特殊值(经理的高收入 3 000 元)的影响增大到了 1 300 元. 这个平均数对四位职工和经理的收入都不具有代表性, 是不科学的. 但是, 在评价集体成绩时, 有时这种高平均值就代表了高水平. 如文[1]中考虑了甲、乙两教师分别承担 A、B 两个班的授课任务. 他们讲授的是同一门课, 最后采用同一份试卷来检验学生的学习成绩, 但同时也是对两位教师授课水平的一个检验. 此时, 一般认为哪班的平均成绩高, 则说明哪班的教师水平高.

以上说明, 对评价集体成绩时, 不同情况对平均值有不同要求. 因此, 通常的平均已经不适用, 我们应该找到更科学的评价方法.

2 序列加权均值法

文[1]中给出 A、B 两个班的考试成绩:

表 1

班级	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	77	92	80	50	90	80	92	70	63	65	85
B	80	100	45	92	100	50	50	47	96		

(A 班有 11 位学生, B 班有 9 位学生)

令 $G_A = \{A_1, A_2, \dots, A_{n_A}\}$, $G_B = \{B_1, B_2, \dots, B_{n_B}\}$ 分别表示 A、B 两班的考试分数集合, n_A, n_B 分别表示 A、B 两班的人数. G_A, G_B 分别表示 A、B 两班考分的算术平均值. 易得 $G_A > G_B$. 文[1]的作者认为习惯上采用的算术平均值进行同类事物的比较, 是一种鼓励“平庸”的评价观念, 它注重多数人的平均, 无法突出少数人的先进. 从客观的立场看, 人们应该追求“优异”, 以鼓励多数人的先进和少数人的优秀. 为此, 将 A、B 两班的分数混合在一起, 并从低到高进行不重复的排列:

序号 J	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
分数 G	45	47	50	63	65	70	77	80	85	90	92	96	100
权系数 W	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8	w_9	w_{10}	w_{11}	w_{12}	w_{13}

G 表示排序后的分数集合, $w_j (j=1, 2, \dots, 13.)$ 表示

收稿日期: 2004-10-12

作者简介: 周学松, (1956-), 男, 湖北武汉人, 教授.

相应于第 j 位分数的排序权系数. 令 $w_j = j \cdot w_0 (j = 1, 2, \dots, 13)$, 由 $\sum_{j=1}^{13} w_j = 1$, 得 $w_0 = \frac{2}{13(13+1)}$ 于是得:

$$w_j = \frac{2}{13} \cdot (13+1) \cdot j (j = 1, 2, \dots, 13) \quad (1)$$

对任意的 $A_j \in G_A$ 或 $B_j \in G_B$ 均有与之唯一对应的权系数 $w_j^A \in W$ 或 $w_j^B \in W$

($W = \{w_1, w_2, \dots, w_{13}\}$), 决定它们在 G 中的排序. A, B 两班序列加权平均值分别为:

$$\begin{aligned} \overline{SWM}_A &= \frac{1}{n_A} \sum_{j=1}^{n_A} w_j^A \cdot A_j, \\ \overline{SWM}_B &= \frac{1}{n_B} \sum_{j=1}^{n_B} w_j^B \cdot B_j, \end{aligned} \quad (2)$$

由表 1 和(1)式可算得:

$$\begin{aligned} \overline{SWM}_A &= \frac{1}{11} (77 \cdot 0.0769 + 92 \cdot 0.129 + 80 \cdot 0.0879 \\ &+ 50 \cdot 0.0330 + 90 \cdot 0.1099 + 80 \cdot 0.0879 + 92 \cdot 0.1209 \\ &+ 70 \cdot 0.0659 + 63 \cdot 0.0440 + 65 \cdot 0.0549 + 85 \cdot 0.0989) \\ &= \frac{1}{11} (5.9231 + 11.1209 + 7.0330 + 1.6484 + 9.8901 \\ &+ 7.0330 + 11.1209 + 4.6154 + 2.7692 + 3.5714 + 8.4066) = 6.6484. \end{aligned}$$

同理得: $\overline{SWM}_B = 7.1343$. 显然 $\overline{SWM}_A < \overline{SWM}_B$, 结果表示: B 班的水平高于 A 班.

这里不同于[3]中的情况, 对优秀个体所作贡献的价值进行了适当的提升.

3 序列加权全值法

我们认为, 文[1]中的构思是新颖的. 但也有考虑不周之处. 即文[1]作者没有考虑两个班的人数差异. 众所周知, 评价两个集体(或多个集体)时, 人数的多少会对某些指标有影响. 在文[1]中这类通过学生考试成绩来检验教师的授课水平时, 一定同时考虑教师所教的学生数, 教授一组 10 个学生与教授一组 20 个学生时, 两组学生的考试成绩是有较大差别的.

为了考虑教师所教人数这个因素, 我们认为有必要将(2)改写为:

$$\begin{aligned} \overline{SWM}_A &= \sum_{j=1}^{n_A} w_j^A \cdot A_j, \\ \overline{SWM}_B &= \sum_{j=1}^{n_B} w_j^B \cdot B_j \end{aligned} \quad (3)$$

称 \overline{SWM} 为序列加权全平均值.

理论上: A 班的 11 个学生与 B 班的 9 个学生的分数都为 80 分. 按照[1]的计算公式(2)得

$\overline{SWM}_A = \overline{SWM}_B$, 即 A 与 B 班的水平相同. 但是按(3)式计算得 $\overline{SWM}_A > \overline{SWM}_B$, 说明 A 班水平高于 B 班. 这里的两个结论完全相反.

再如 A, B 两个篮球队进行比赛, A 队 50 次投篮 20 次投中; B 队 30 次投篮 15 次投中. 我们将一次投篮视为该队教练的一个“学生”, 第 j 次投中则称第 j 个“学生”在考试中得了 2 分; 第 j 次未投中则称第 j 个“学生”在考试中得了 0 分(为简单起见, 不考虑 1 分和 3 分的情况). 由于分数只有两个, 所以 0 分对应的权系数为 $\frac{1}{3}$, 2 分对应的权系数为 $\frac{2}{3}$. 按(2)计算得:

$$\begin{aligned} \overline{SWM}_A &= \frac{1}{50} \cdot \frac{2}{3} \cdot 40 = 0.5333 < \overline{SWM}_B \\ &= \frac{1}{30} \cdot \frac{2}{3} \cdot 30 = 0.667. \end{aligned}$$

由[1]的观点, B 队水平高于 A 队, 这显然是不符合实际的. 按(3)计算得:

$$\overline{SWM}_A = \frac{2}{3} \cdot 40 > \overline{SWM}_B = \frac{2}{3} \cdot 30.$$

我们的观点, A 队水平比 B 队的高. 显然, 我们结论更符合实际. 因为 A 队最终得分是 40 分, 而 B 队最终的分是 30 分, A 队赢.

众所周知, 一个篮球队仅有一, 两个顶级高手是很难拿到第一的, 球队取得好成绩必须靠整体有一批高手(不一定是顶级的). 类似的, 比较两个教师所教的两个班的水平, 所教人数也是要考虑的.

文[1]中所给的例中存在人数差别, 用序列加权平均值计算(不考虑人数差异), 得到: B 班的水平比 A 班的高. 此处 A, B 两班的人数差别不是很大, 所以对结果的影响可忽略. 当人数差别较大时, 比如 A 班 40 人, B 班 10 人, 明显教 B 班会比教 A 班更容易提高班平均成绩. 下面我们用序列加权全平均值公式来计算.

$$\overline{SWM}_A = 11 \cdot \overline{SWM}_A = 11 \cdot 6.6484 = 73.1$$

$$\overline{SWM}_B = 9 \cdot \overline{SWM}_B = 9 \cdot 7.1343 = 64.2$$

得到 $\overline{SWM}_A > \overline{SWM}_B$, 这就是说, 我们的观点为: A 班的水平高于 B 班.

这里我们也是认可优秀个体对集体的贡献必须得以提升, 但其它个体的成绩不能过低.

4 带罚的序列加权全值法

3 中的序列加权全值法的缺点是有可能出现情况: 班人数较多, 低分的也很多; 班的人数较少. 班

不论考得多好,班都可通过大量的低分的累积而可能出现: $SWM_A > SWM_B$ 为了避免出现这种情况,应该确定一个标准,在该标准以下的,其权值应为负值.

设两个集体 A, B 的所有成绩的混合排序为:

序号	1	2	$k-1$	k	$k+1$...	n
成绩	a_1	a_2	a_{k-1}	a_k	a_{k+1}	...	a_n
权数	w_1	w_2	w_{k-1}	w_k	w_{k+1}	...	w_n

令 $w_j = j \cdot w_0$ ($j = 1, 2, \dots, n$), 由 $\sum_{j=1}^n w_j = 1 \Rightarrow w_0 = \frac{2}{n(n+1)}$, 于是得

$$w_j = \frac{2}{n(n+1)} \cdot j \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

如果标准定为 a_k , 则将序号为 i 的权数的负值作为成绩 a_{k-i} 的权数 ($i=1, 2, \dots, k-1$), 此时有

$$SWM_A = a_n \cdot w_n + \dots + a_k \cdot w_k - a_{k-1} \cdot w_1 - a_{k-2} \cdot w_2 - \dots - a_1 \cdot w_{k-1}$$

SWM_B 有相应的式子.

仍以 2 中的 A, B 两班的成绩为例. 此例中设定标准为 60 分. 则

$$\begin{aligned} SWM_A &= 92 \cdot 0.1209 \cdot 2 + 90 \cdot 0.1099 + 85 \cdot 0.0989 \\ &+ 80 \cdot 0.0879 + 77 \cdot 0.0769 + 70 \cdot 0.0659 \\ &+ 65 \cdot 0.0549 + 36 \cdot 0.0440 - 50 \cdot 0.0110 \\ &= 22.2418 + 9.8901 + 8.4066 + 14.0660 \\ &+ 5.9231 + 4.6154 + 3.5714 + 2.7692 \end{aligned}$$

$$-0.5500 = 71.43 - 0.55 = 70.79$$

$$\begin{aligned} SWM_B &= 100 \cdot 0.1429 \cdot 2 + 96 \cdot 0.1319 + 92 \cdot 0.1209 \\ &+ 80 \cdot 0.0879 - 50 \cdot 0.0110 \cdot 2 - 47 \cdot 0.0220 \\ &- 45 \cdot 0.0330 = 59.44 - 0.80 = 58.64 \end{aligned}$$

5 结束语

以上我们用序列加权平均值与序列加权全值及带罚的序列加权全值三种方法计算, 得到两种完全不同的结果. 若班增加两个学生, 通过计算知道这两个学生的平均分约 70, 才有可能与班的成绩抗衡. 多大把握做到这两个学生的平均分一定为 70, (当然也可能高于 90, 也可能低于 60), 讨论起来很复杂. 但这至少说明一个事实, 评价集体成绩时, 人数的差别是应该考虑的.

带罚的序列加权全值法中, 标准如何确定是重要的. 在 4 中, 标准为 70, 则情况会完全不同. 最后, 我们认为优秀个体对集体的贡献的提升可以适当拉开更大的差距.

参考文献:

1. 吴瑞明, 王浣尘, 田澎. 一种用于评价集体成绩的序列加权均值[J]. 数理统计与管理. 2004(3). 22~24.
2. 苏为华. Delphi-AHP 统计构权时专家意见分歧度指标的设计[J]. 统计研究, 2004(1), 31~34.
3. 李金昌等. 新编统计学教程[M]. 浙江大学出版社, 1992.

A Method of Evaluation with the Sequence Weighted All Value

ZHOU Xue-song, SU Wei-hua

(Zhejiang Gongshang University, Hangzhou 310035, China)

Abstract: We give a method of evaluation with the sequence weighted all value which based on the thought in reference [1].

Key words: method of evaluation; the sequence weighted mean; the sequence weighted all value.